

## Инверсия циркулярной поляризации в анизотропных оптических волокнах с крутильной акустической волной

Д.В. Викулин<sup>1</sup>, К.Н. Алексеев<sup>1</sup>, И.С. Викулина<sup>1</sup>, М.А. Яворский<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,  
295007, Россия, г. Симферополь, пр. Вернадского, д.4

### Аннотация

В данной статье изучена акустооптическая трансформация циркулярно-поляризованной фундаментальной моды в циркулярном одномодовом анизотропном оптическом волокне с бегущей крутильной акустической волной основного порядка. Впервые получены аналитические выражения для резонансных оптических мод и спектра постоянных распространения путем применения резонансной теории возмущений к скалярному волновому уравнению. Это позволило последовательно описать экспериментально продемонстрированную взаимную трансформацию линейно-поляризованных  $LP_0$ -мод волокна с учетом сдвига оптической частоты. Предсказан новый эффект акустически управляемой инверсии знака спинового углового момента фундаментальной моды. Установлена возможность генерации запутанных оптических состояний, в которых запутанными являются направление поляризации и частота оптического пучка.

**Ключевые слова:** оптическое волокно, крутильная акустическая волна, акустооптическое взаимодействие, спиновый угловой момент.

**Цитирование:** Викулин, Д.В. Инверсия циркулярной поляризации в анизотропных оптических волокнах с крутильной акустической волной / Д.В. Викулин, К.Н. Алексеев, И.С. Викулина, М.А. Яворский // Компьютерная оптика. – 2025. – Т. 49, № 3. – С. 383-390. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1566.

**Citation:** Vikulin DV, Alexeyev CN, Vikulina IS, Yavorsky MA. Inversion of circular polarization in anisotropic fibers with a torsional acoustic wave. Computer Optics 2025; 49(3): 383-390. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1566.

### Введение

Акустооптическое взаимодействие (АОВ) широко используется для динамического управления параметрами оптических пучков. В волоконной акустооптике для модуляции диэлектрической проницаемости волноводов используют все три семейства упругих колебаний цилиндра: продольные, изгибные и крутильные [1, 2]. Продольные аксиально-симметричные моды не обеспечивают непосредственного взаимодействия оптических мод между собой, но находят применение в модуляции уже имеющейся в волокне брэгговской решетки. Такая комбинация стационарной и нестационарной волоконных решеток позволяет управлять пропусканием (отражением) пучка на боковых относительно несущей длинах волн [3, 4]. Изгибные акустические волны обеспечивают такое преобразование мод волокна, при котором происходит изменение их азимутальных чисел совместно со сдвигом частоты оптического излучения [5, 6]. На основе волокон с изгибными акустическими волнами создано множество полностью волоконных устройств для динамического управления пучками: переключатели мод и преобразователи частоты [7, 8], управляемые фильтры [9, 10] и ответвители [11, 12] и т.д. Обширные недавние исследования показывают, что такие волокна способны эффективно генерировать и модулировать топологически заряженные [13, 14] и

цилиндрические векторные [15, 16] пучки. В свою очередь, крутильные акустические волны обеспечивают резонансное АОВ собственных ортогонально линейно-поляризованных мод анизотропного волокна. Так, в пионерской работе 1991 года [17] была экспериментально продемонстрирована конверсия поляризационных мод анизотропного волокна с эффективностью 6%. В последующие годы удалось продемонстрировать высокоэффективное преобразование мод в стандартных [18] и в фотонно-кристаллических [19] волокнах с сильной линейной анизотропией. Крутильные акустические волны нашли применение в устройствах генерации и фильтрации особым образом поляризованных пучков, а также в оптоволоконных преобразователях частоты [20, 21].

Несмотря на значительный прогресс в изучении АОВ в анизотропных волокнах с крутильными акустическими модами, внимание исследователей было сосредоточено на качественном описании экспериментально наблюдаемых преобразований мод посредством теории связанных мод [22]. Альтернативный подход заключается в установлении структуры собственных мод и их постоянных распространения посредством применения теории возмущений к волновому уравнению. Установленная модовая структура значительно упрощает последующее изучение эволюции произвольно-поляризованных мод, поскольку решение соответствующей краевой задачи сводится к

решению простой системы линейных уравнений и не требует повторного решения исходных дифференциальных уравнений. Кроме того, такой подход имеет несомненное преимущество в возможности описания трансформации мод в окрестности соответствующего акустооптического резонанса.

Таким образом, целью данной работы является построение последовательной модели АОВ в анизотропных циркулярных волокнах с бегущей крутильной акустической волной основного порядка, определение структуры резонансных мод и их спектра постоянных распространения. Это позволит детально описать экспериментально наблюдаемое преобразование линейно-поляризованных  $LP_0$ -мод. Кроме того, впервые будет изучена трансформация циркулярно-поляризованной  $LP_0$ -моды, переносящей спиновый угловой момент.

**1. Модель и моды циркулярного анизотропного волокна с крутильной акустической волной основного порядка**

Диэлектрическая проницаемость циркулярного изотропного волокна описывается следующим выражением [23]:

$$\epsilon_{IF}(r) = \epsilon_{co}[1 - 2\Delta f(r)], \tag{1}$$

где  $\Delta = (\epsilon_{co} - \epsilon_{cl}) / 2\epsilon_{co}$  – высота профиля диэлектрической проницаемости,  $\epsilon_{co}$  и  $\epsilon_{cl}$  – значения проницаемостей сердцевинки и оболочки волокна соответственно,  $f(r)$ -функция профиля. Влияние линейной анизотропии материала волокна с фиксированной ориентацией осей учитывается следующим преобразованием [24]:

$$\begin{aligned} \hat{\epsilon}_{AF}(r) &= \text{diag}(\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_y)[1 - 2\Delta f(r)] \approx \\ &\approx \epsilon_{IF} \cdot \hat{1} + \delta\epsilon_{AN} \cdot \hat{S}, \end{aligned} \tag{2}$$

где введены обозначения  $\epsilon_{co} = (1/2)(\epsilon_x + \epsilon_y)$ ,  $\delta\epsilon_{AN} = (1/2)(\epsilon_x - \epsilon_y)$  – параметры линейной анизотропии,  $\hat{1}$  – единичная матрица размерности  $3 \times 3$ ,  $\hat{S} = \text{diag}(1, -1, -1)$ .

С точки зрения теории упругости циркулярное оптическое волокно представляет собой упругий изотропный цилиндр некоторого радиуса  $a$  [1]. В экспериментально реализуемом длинноволновом приближении  $Ka \ll 1$  решение волнового уравнения для упругой среды может быть выбрано в виде крутильной акустической волны основного порядка с единственной ненулевой  $\varphi$  компонентой вектора деформации [22]:

$$u_\varphi = C_0 r \cos(Kz - \Omega t). \tag{3}$$

Здесь  $C_0$  – нормировочная константа,  $K$  и  $\Omega$  – постоянная распространения в  $z$ -направлении и угловая частота крутильной волны соответственно, использована цилиндрическая система координат  $(r, j, z)$ .

Как было ранее показано [22], диэлектрическая проницаемость циркулярного анизотропного волокна

с бегущей крутильной акустической волной основного порядка может быть записана в виде:

$$\hat{\epsilon}(r, \varphi, z, t) = \hat{\epsilon}_{AF}(r) + \hat{\delta}\epsilon_p(r, \varphi, z, t) + \hat{\delta}\epsilon_b(z, t). \tag{4}$$

Здесь второе слагаемое получено из симметричной части тензора фотоупругости и имеет вид:

$$\begin{aligned} \hat{\delta}\epsilon_p(r, \varphi, z, t) &= \epsilon_{co}^2 C_0 K r p_{44} \times \\ &\times \sin(Kz - \Omega t) \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 0 & \cos \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{5}$$

где  $p_{44}$  – соответствующий элемент тензора фотоупругости. Последнее слагаемое вида

$$\hat{\delta}\epsilon_b(z, t) = 2C_0 \delta\epsilon_{AN} \cos(Kz - \Omega t) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{6}$$

происходит из антисимметричной части тензора деформации [25] и учитывает эффект вращения оптически анизотропной среды под действием крутильной акустической волны.

Собственные моды волокна в присутствии крутильной акустической волны могут быть получены как решение векторного волнового уравнения:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\hat{\epsilon}(r, \varphi, z, t) \vec{E}] = \nabla(\text{div} \vec{E}), \tag{7}$$

где  $\vec{\nabla} = (\partial / \partial x, \partial / \partial y, \partial / \partial z)$ ,  $\vec{E}$  – вектор напряженности электрического поля. Для производных по времени во втором слагаемом (7) справедлива оценка:

$$\begin{aligned} \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &\propto \epsilon_{co} \omega \vec{E}, \\ \vec{E} \frac{\partial \delta\epsilon_p}{\partial t} &\propto \epsilon_{co}^2 C_0 K r_0 p_{44} \Omega \vec{E}, \\ \frac{\delta\epsilon_b}{\partial t} &\propto \delta\epsilon_{AN} C_0 \Omega \vec{E}, \end{aligned} \tag{8}$$

где  $\omega$  – частота оптического излучения,  $r_0$  – радиус сердцевинки волокна. Несложно видеть, что для экспериментально реализуемых параметров  $\Omega / \omega \ll 1$  производной по времени от диэлектрической проницаемости в волновом уравнении можно пренебречь. Правую часть уравнения (7) принято называть градиентным членом, данное слагаемое описывает эффект спин-орбитального взаимодействия света [27], явный вид соответствующего оператора можно найти в работе [28]. Для слабонаправляющих циркулярных волокон с параметрами  $\Delta \sim 10^{-2} - 10^{-3}$  и  $kr_0 \gg 1$  данное слагаемое имеет порядок  $(\Delta / r_0^2) E_t$ , где  $E_t$  – поперечная компонента  $\vec{E}$ . Отсюда находим порядок величины отношения АОВ к спин-орбитальному  $k_0^2 C_0 \delta\epsilon_{AN} r_0^2 / \Delta \gg 1$ , где  $k_0 = \omega / c$ ,  $c$  – скорость света, что позволяет рассматривать скалярное волновое уравнение:

$$\left[ \bar{\nabla}^2 + \frac{\hat{\varepsilon}(r, \varphi, z, t)}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \bar{E} = 0. \quad (9)$$

В силу нестационарного характера проницаемости модели (4) решение (29) ищем в виде анзаца [29]:

$$\bar{E} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e_m(r, \varphi) \exp(i(\beta + mK)z - (\omega + m\Omega)t), \quad (10)$$

где  $\beta$  – искомая постоянная распространения. Полученную после подстановки бесконечную систему уравнений на Фурье-амплитуды удобно представить в виде уравнения на собственные функции и собственные значения:

$$\left( \hat{H}_{IF} + \hat{V}_{AF} + \hat{V}_{AOI} \right) |\psi\rangle = \beta^2 |\psi\rangle. \quad (11)$$

Здесь введено обозначение

$$|\psi\rangle = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e_m |m\rangle$$

с  $m = (\dots 0, 1, 0, \dots)^T$ , где  $\langle\langle 1 \rangle\rangle$  расположена на  $m$ -й позиции,  $T$  соответствует операции транспонирования. Первый оператор  $\hat{H}_{IF}$  управляет распространением света в невозмущенном изотропном циркулярном волокне и имеет вид:

$$\hat{H}_{IF} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[ \bar{\nabla}_i^2 + \varepsilon_{co} k_m^2 - 2mK\beta - m^2 K^2 \right] |m\rangle \langle m|. \quad (12)$$

Второй оператор  $\hat{V}_{AF}$  описывает влияние линейной анизотропии:

$$\hat{V}_{AF} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_m^2 \delta \varepsilon_{AN} \hat{S} |m\rangle \langle m|, \quad (13)$$

в то время как АОВ описывается оператором  $\hat{V}_{AOI}$  вида:

$$\hat{V}_{AOI} = \hat{V}_{AOI}^+ + \hat{V}_{AOI}^-, \quad (14)$$

где

$$\hat{V}_{AOI}^{\pm} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[ \eta \hat{B} \pm i \xi \hat{P} \right] k_{m\pm 1}^2 |m\rangle \langle m \pm 1|. \quad (15)$$

Здесь  $\eta = C_0 \delta \varepsilon_{AN}$ ,  $\xi = (1/2) \varepsilon_{co} C_0 K r p_{44}$ , а также

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{P} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 0 & \cos \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Поскольку  $\hat{H}_{IF} \propto k^2 \varepsilon_{co}$ ,  $\hat{V}_{AF} \propto k^2 \delta \varepsilon_{AN}$ , оператор акустооптического взаимодействия может быть оценен как  $\hat{V}_{AOI} \propto C_0 k^2 \delta \varepsilon_{AN}$ , легко видеть, что  $\hat{H}_{IF} / \hat{V}_{AF} \propto \varepsilon_{co} / \delta \varepsilon_{AN} \gg 1$  и  $\hat{V}_{AF} / \hat{V}_{AOI} \propto 1 / C_0 \gg 1$ , поскольку  $C_0 \ll 1$  для всех экспериментально реализуемых параметров акустической волны, что соответствует иерархии операторов  $\hat{H}_{IF} \gg \hat{V}_{AF} \gg \hat{V}_{AOI}$  и позволяет рассматривать влияние АОВ как возмущение.

Поскольку моды и спектр постоянных распространения анизотропного циркулярного волокна известны [28], в качестве оператора нулевого приближения удобно выбрать оператор  $\hat{H}_0 = \hat{H}_{IF} + \hat{V}_{AF}$ .

## 2. Резонансная теория возмущений и резонансные моды

Собственные функции уравнения нулевого приближения  $\hat{H}_0 |\psi\rangle = \beta^2 |\psi\rangle$  являются линейно-поляризованными  $LP_{\ell n}$  модами невозмущенного анизотропного циркулярного волокна [28] со всевозможными частотами  $\omega_m = \omega + m\Omega$  и  $k_m = \omega_m / c$ , азимутальными  $\ell$  и радиальными  $n$  числами. Далее ограничимся рассмотрением случая взаимодействия фундаментальных  $\ell=0$  мод, в базисе линейных поляризаций ( $E_x, E_y, E_z$ ), представленных выражениями:

$$\begin{aligned} |m, LP_0^x\rangle &= \left( F_0(r), 0, \frac{i}{\beta} \frac{dF_0}{dr} \right) |m\rangle, \\ |m, LP_0^y\rangle &= \left( 0, F_0(r), \frac{i}{\beta} \frac{dF_0}{dr} \right) |m\rangle, \end{aligned} \quad (17)$$

где мы опустили радиальное число,  $F_0(r)$  – известное поперечное распределение поля [23]. Данным модам соответствуют зависящие от акустического волнового вектора  $K$  постоянные распространения:

$$\bar{\beta}_m^x = \tilde{\beta}_0 + \frac{E}{2\tilde{\beta}_0} - mK, \quad \bar{\beta}_m^y = \tilde{\beta}_0 - \frac{E}{2\tilde{\beta}_0} - mK, \quad (18)$$

где  $E = k^2 \delta \varepsilon_{AN}$ ,  $\tilde{\beta}_0$  – известная скалярная постоянная распространения [23]. Важно, что при резонансном значении  $\bar{K}$  имеет место так называемое случайное вырождение спектра – пересечение определенных спектральных уровней [30]:

$$\bar{\beta}_m^{\sigma} = \bar{\beta}_{m'}^{\sigma'}, \quad (19)$$

где  $\sigma = \{x, y\}$ . Из этого следует резонансное значение акустического волнового вектора:

$$\bar{K} = \frac{\bar{\beta}_0^{\sigma} - \bar{\beta}_0^{\sigma'}}{m - m'}. \quad (20)$$

Данное кинематическое условие показывает, какие из базисных мод  $|m, LP_0^{\sigma}\rangle$  и  $|m', LP_0^{\sigma'}\rangle$  могут быть эффективно связаны даже незначительным акустооптическим возмущением. Для рассматриваемого случая  $\ell=0$  мод существует три резонансные точки (рис. 1). Естественно, что для реального взаимодействия мод нулевого приближения построенный на них матричный элемент оператора АОВ должен быть отличен от нуля:

$$\begin{aligned} \langle m, LP_0^{\sigma} | \hat{V}_{AOI} | m', LP_0^{\sigma'} \rangle &= \\ = \eta \left[ k_{m-1}^2 \delta_{m-1, m'} + k_{m+1}^2 \delta_{m+1, m'} \right] \cdot \left[ \delta_{\sigma, x} \delta_{\sigma', y} + \delta_{\sigma, y} \delta_{\sigma', x} \right] &\neq 0. \end{aligned} \quad (21)$$

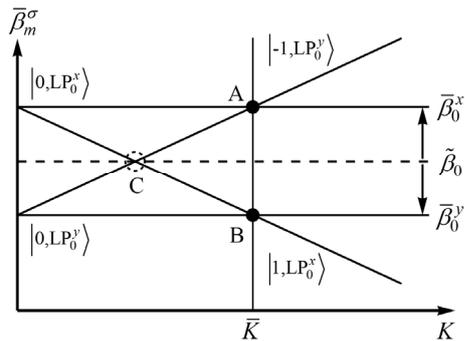


Рис. 1. Спектр постоянных распространения нулевого приближения в зависимости от акустического волнового вектора. Вертикальные стрелки показывают расщепления вырожденного по циркулярной поляризации уровня фундаментальной моды под действием линейной анизотропии. Указанные состояния удовлетворяют кинематическому и динамическому условиям резонанса и эффективно взаимодействуют в точках пересечения спектральных графиков <<A>> и <<B>>

Здесь использовано стандартное скалярное произведение с интегрированием по всему поперечному сечению волокна,  $\delta_{ij}$  – дельта-символ Кронекера. Отметим, что вклад в матричные элементы (21) дает только оператор  $\eta B \propto C_0 \delta \epsilon_{AN}$ , обусловленный гибридным действием оптического двулучепреломления  $\delta \epsilon_{AN}$  и акустической волны  $C_0$ . В то же время фотоупругая часть оператора АОВ  $\xi P$  не обеспечивает связи мод нулевого приближения (17). Из (21) имеем следующие правила отбора для спариваемых мод нулевого приближения:

$$\sigma = \{x, y\}, \quad \sigma' = \{y, x\}, \quad m' = m \pm 1. \quad (22)$$

Первые два условия обусловлены тензорной природой оператора АОВ, в то время как последнее условие описывает эффект акустооптической перестройки частоты пучка. Легко видеть, что оптические моды вблизи резонансной точки <<C>> не взаимодействуют между собой в силу невыполнимости частотного условия в (22). В то же время в окрестности резонансной точки <<A>> и <<B>> условиям (19) и (22) одновременно удовлетворяют наборы мод

$$|0, LP_0^x\rangle, |-1, LP_0^y\rangle, \quad (23)$$

и

$$|0, LP_0^y\rangle, |1, LP_0^x\rangle \quad (24)$$

соответственно. Обе резонансные точки реализуются при резонансном значении

$$\bar{K} = \frac{E}{\tilde{\beta}_0} \approx k \frac{\delta \epsilon_{AN}}{\sqrt{\epsilon_{co}}}. \quad (25)$$

Отметим, что резонансное значение  $K$  определяется только величиной линейной анизотропии в отличие от случая изгибных акустических волн, где в условие резонанса вовлечены параметры  $\Delta$  и  $r_0$ . Как

хорошо известно [29], для определения структуры резонансных мод и спектра их постоянных распространения в окрестности точки случайного вырождения необходимо построить матрицу полного оператора  $H_{ij}$  на тех базисных модах, которые одновременно удовлетворяют кинематическому и динамическому условиям резонанса.

Выполнив соответствующие вычисления, приходим к набору резонансных мод в окрестности точки <<A>>:

$$\begin{aligned} |\psi_1^A\rangle &= [\sin \theta |LP_0^x\rangle + \cos \theta |LP_0^y\rangle e^{i(\Omega t - Kz)}] \times \\ &\times \exp(i(\beta_1^A z - \omega t)), \\ |\psi_2^A\rangle &= [\cos \theta |LP_0^x\rangle - \sin \theta |LP_0^y\rangle e^{i(\Omega t - Kz)}] \times \\ &\times \exp(i(\beta_2^A z - \omega t)), \end{aligned} \quad (26)$$

где  $\cos 2\theta = \epsilon / \sqrt{\epsilon^2 + Q^2}$ , отстройка от резонанса  $\epsilon = K - \bar{K}$ , интеграл перекрытия оптических состояний  $Q = k_0^2 C_0 \delta \epsilon_{AN} / \tilde{\beta}_0$ . Модам (26) соответствуют спектры:

$$\beta_{1,2}^A = \tilde{\beta}_0 + \frac{E}{2\tilde{\beta}_0} + \frac{1}{2} (\epsilon \pm \sqrt{\epsilon^2 + Q^2}). \quad (27)$$

В окрестности резонансной точки <<B>> имеем моды:

$$\begin{aligned} |\psi_1^B\rangle &= [\cos \theta |LP_0^y\rangle + \sin \theta |LP_0^x\rangle e^{i(Kz - \Omega t)}] \times \\ &\times \exp(i(\beta_1^B z - \omega t)), \\ |\psi_2^B\rangle &= [\sin \theta |LP_0^y\rangle - \cos \theta |LP_0^x\rangle e^{i(Kz - \Omega t)}] \times \\ &\times \exp(i(\beta_2^B z - \omega t)) \end{aligned} \quad (28)$$

и соответствующие им постоянные распространения:

$$\beta_{1,2}^B = \tilde{\beta}_0 - \frac{E}{2\tilde{\beta}_0} + \frac{1}{2} (-\epsilon \pm \sqrt{\epsilon^2 + Q^2}). \quad (29)$$

Проанализируем полученные выражения для резонансных мод и их спектров. Вблизи резонансной точки <<A>> гибридные моды представлены взвешенной суперпозицией  $x$ -поляризованной  $LP_0$ -моды на основной частоте  $\omega$ - и  $y$ -поляризованной  $LP_0$ -моды на сдвинутой вниз частоте  $\omega - \Omega$ . Вблизи резонансной точки <<B>> моды являются взвешенной суперпозицией  $y$ -поляризованной  $LP_0$ -моды на основной частоте  $\omega$ - и  $x$ -поляризованной моды  $LP_0$  на сдвинутой вверх частоте  $\omega + \Omega$ . Параметр  $\theta$  отражает конкуренцию между отклонением от резонанса  $\epsilon$  и силой межмодовой связи  $Q$  и управляет распределением энергии между парциальными ортогонально-поляризованными состояниями. Наибольшая степень гибридизации достигается при строгом выполнении резонанса ( $\epsilon = 0$ ). Видно, что постоянные распространения вблизи каждого резонанса невырождены по состоянию поляризации мод и демонстрируют наибольшее расщепление в резонансе при  $\epsilon = 0$ .

### 3. Акустооптическая конверсия линейно-поляризованных мод

Теперь можно перейти к изучению эволюции фундаментальной моды в волокне с бегущей крутильной механической волной. Рассмотрим возбуждение волновода  $x$ -поляризованной модой основного порядка на некоторой частоте  $\omega$ :

$$|\psi_{in}\rangle = |0, LP_0^x\rangle. \quad (30)$$

Очевидно, что такое поле возбудит в волокне суперпозицию мод резонансной точки  $\ll A \gg$  (26):

$$|\psi(z)\rangle = a_1 |\psi_1^A(z)\rangle + a_2 |\psi_2^A(z)\rangle. \quad (31)$$

Условие сшивки поперечных компонент поля на входном торце волокна позволяет определить неизвестные коэффициенты  $a_i$  и с точностью до общего фазового множителя записать поле в виде:

$$|\psi(z)\rangle = c_1(z) |0, LP_0^x\rangle + c_2(z) |-1, LP_0^y\rangle, \quad (32)$$

где весовые коэффициенты  $c_{1,2}$  выглядят так:

$$\begin{aligned} c_1(z) &= \cos \mu z + i \cos 2\theta \sin \mu z, \\ c_2(z) &= i \sin 2\theta \sin \mu z, \end{aligned} \quad (33)$$

где  $\mu = (1/2)\sqrt{\varepsilon^2 + Q^2}$ . Сохранение входящей энергии  $W_1 + W_2 = 1$ , где энергия парциального состояния  $W_i = |c_i|^2$  сразу следует из (32). Из (32) и (33) следует, что при (i) строгом выполнении условия резонанса  $\varepsilon = 0$  и (ii) оптимальной длине волокна  $z = L_n$ :

$$L_n = \frac{(2n+1)\pi}{Q}, \quad (34)$$

энергия падающей  $x$ -поляризованной  $LP_0$ -моды оказывается полностью сосредоточенной в  $y$ -поляризованной моде на пониженной частоте:

$$|LP_0^x\rangle e^{-i\omega t} \rightarrow |LP_0^y\rangle e^{-i(\omega-\Omega)t}. \quad (35)$$

Проводя аналогичные вычисления для случая возбуждения в волокне  $y$ -поляризованной фундаментальной моды на основной частоте:

$$|\psi_{in}\rangle = |0, LP_0^y\rangle, \quad (36)$$

находим следующее выражение для распространяющегося в волокне поля:

$$|\psi(z)\rangle = c_1^*(z) |0, LP_0^y\rangle + c_2(z) |1, LP_0^x\rangle, \quad (37)$$

с весовыми коэффициентами (33). Таким образом, в резонансе  $\varepsilon = 0$  и на оптимальных длинах  $z = L_n$  вся энергия оказывается аккумулирована в сгенерированной  $x$ -поляризованной моде на сдвинутой вверх частоте:

$$|LP_0^y\rangle e^{-i\omega t} \rightarrow |LP_0^x\rangle e^{-i(\omega+\Omega)t}. \quad (38)$$

Полученные строго в рамках развитой здесь теории АОВ трансформации мод (35) и (38) описывают

экспериментально известные [22] преобразования ортогонально-поляризованных фундаментальных мод в резонансе.

Принципиально важным здесь является то, что полученные общие выражения (35) и (38) позволяют описывать преобразования возбужденных на входном торце волокна  $\ell=0$  мод при произвольных оптических и акустических параметрах. В частности, они дают возможность изучить модовую трансформацию в спектральной области (рис. 2). Для построения спектральной характеристики предполагаем, что волокно имеет длину  $L(P_0, \lambda_0)$ , оптимальную для полной трансформации мод при определенной акустической мощности  $P_0$ , длине волны  $\lambda_0$  и фиксированном  $K$ , при котором выполняется условие  $\varepsilon(\lambda_0) = 0$ . С квантово-механической точки зрения, АОВ можно трактовать как фотон-фононное рассеяние, при котором сохраняются энергия, импульс и момент импульса взаимодействующих частиц. Согласно данной концепции, процесс преобразования мод (35) представляется как испускание фотоном с энергией  $\hbar\omega$  и импульсом  $\hbar(\beta_0 + E/(2\beta_0))$  фонона с энергией  $\hbar\Omega$  и импульсом  $\hbar E/\beta_0$ , что переводит его в состояние с уменьшенной энергией  $\hbar(\omega - \Omega)$  и импульсом  $\hbar(\beta_0 - E/(2\beta_0))$ . Обратный процесс (38) предполагает поглощение таким же фотоном фонона с энергией  $\hbar\Omega$  и импульсом  $\hbar E/\beta_0$ , что переводит его в состояние с увеличенной энергией  $\hbar(\omega + \Omega)$  и импульсом  $\hbar(\beta_0 + E/(2\beta_0))$ . Отметим, что в данных процессах не реализуются процессы передачи спинового и орбитального угловых моментов между квазичастицами, поскольку они ими не обладают.

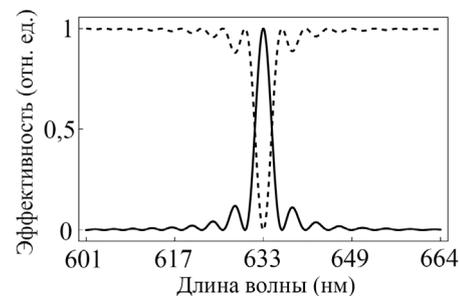


Рис. 2. Эффективность преобразований мод (35) и (38) в спектральной области. Пунктирная линия соответствует падающему на волокно полю, пунктирная — сгенерированному акустооптическим взаимодействием. Волокно имеет оптимальную для длины волны  $\lambda = 633$  нм длину  $L = 26$  см. Параметры волокна  $V = 2,96$ ,  $r^0 = 4,5$  мкм,  $\Delta = 0,001$ ,  $\delta\varepsilon_{AN} = 2 \cdot 10^{-4}$ . Мощность акустической волны  $P = 50$  мВт, линейная частота  $f = 19,9$  кГц

### 4. Акустооптическая инверсия спинового углового момента $\ell=0$ моды

Наконец рассмотрим эволюцию возбуждаемой на входном торце волокна циркулярно-поляризованной моды основного порядка на некоторой частоте  $\omega$ . Такое поле является суперпозицией  $x$ - и  $y$ -поляризованных  $LP_0$  с соответствующим сдвигом фазы:

$$|\psi_{in}\rangle = |0, LP_0^x\rangle + i\sigma |0, LP_0^y\rangle = |\sigma\rangle, \quad (39)$$

где  $\sigma \pm 1$  определяет направление циркулярной поляризации. Используя выражения (26) и (28) и пренебрегая несущественным общим фазовым множителем, находим:

$$|\psi(z)\rangle = \cos\left[\frac{Q(P)z}{2}\right] \left( |LP_0^x\rangle \exp(i\frac{E}{2\tilde{\beta}_0}z) + i\sigma |LP_0^y\rangle \exp(-i\frac{E}{2\tilde{\beta}_0}z) \right) - \sigma \sin\left[\frac{Q(P)z}{2}\right] \left( |LP_0^y\rangle \exp(i\left(\frac{E}{2\tilde{\beta}_0}z - \Omega t\right)) - i\sigma |LP_0^x\rangle \exp(-i\left(\frac{E}{2\tilde{\beta}_0}z - \Omega t\right)) \right). \quad (41)$$

Известное выражение для вычисления спинового углового момента (СУМ) парааксиальных пучков позволяет определить проекцию СУМ поля (41) на направление распространения. В резонансе  $\varepsilon = 0$  имеем:

$$S_z(z) = \hbar\sigma \cos[Q(P)z] \cos[Ez/\tilde{\beta}_0]. \quad (42)$$

Видно, что знак и величина СУМ пучка определяется совместным действием АОВ и линейной анизотропии. Поскольку  $Q = C_0(P)E/\tilde{\beta}_0 \ll E/\tilde{\beta}_0$ , влияние АОВ может быть интерпретировано как модуляция обусловленных линейной анизотропией осцилляций СУМ пучка (рис. 3а). При длине волокна  $z = L = 2\pi E/\tilde{\beta}_0$  выражение (42) упрощается:  $S_z(z) = \hbar\sigma \cos[Q(P)L]$ . В этом случае знак и величина СУМ определяется акустооптической связью мод  $Q(P)$ , что предопределяет возможность динамического и непрерывного контроля СУМ падающего поля путем простого варьирования акустической мощности  $P$  (рис. 3б). В таком режиме поле (41) может быть записано через циркулярно-поляризованные моды  $|\pm\sigma\rangle$  так:

$$|\psi(L)\rangle = \cos(Q(P)L/2) |\sigma\rangle + i\sigma \sin(Q(P)L/2) |-\sigma\rangle, \quad (43)$$

где мы пренебрегли частотной зависимостью парциальных состояний в силу соотношения  $\Omega/\omega \ll 1$ . Заметим, что при некоторой акустической мощности  $P_1$  такой, что  $\sin(Q(P_1)L/2) = \pm 1$ , поле (43) сводится к ортогонально-поляризованному состоянию  $|\psi(L)\rangle = |-\sigma\rangle$ . Такое преобразование мод свидетельствует об акустически управляемой инверсии СУМ в полном соответствии с выражением (42). В волокне с параметрами  $V=2,96$ ,  $r_0=4,5$  мкм,  $\Delta=0,001$ ,  $\delta\varepsilon_{AN}=5\cdot 10^{-5}$ ,  $L=24,3$  см, данный эффект может быть экспериментально реализован при акустической мощности  $P_1=56$  мВт.

В заключение покажем, что волокно с крутильной акустической волной в таком режиме способно генерировать пучки с локальным перепутыванием их поляризационных и частотных степеней свободы. Действительно, падающее поле:

$$|\phi_{in}\rangle = (|x\rangle + i\sigma |y\rangle) |m\rangle, \quad (44)$$

являющееся прямым произведением определенных поляризационных  $|p\rangle$  и частотных  $|m\rangle$  состояний, преобразуется в состояние вида:

$$|\psi(z)\rangle = [c_1(z)|0, LP_0^x\rangle + c_2(z)|-1, LP_0^y\rangle] e^{i\gamma z} + i\sigma [c_1^*(z)|0, LP_0^y\rangle + c_2(z)|1, LP_0^x\rangle] e^{-i\gamma z}, \quad (40)$$

где  $\gamma = E/2\tilde{\beta}_0 + \varepsilon/2$ . В резонансе  $\varepsilon = 0$  имеем:

$$|\phi_{out}\rangle = |y\rangle |m+1\rangle + i\sigma |x\rangle |m-1\rangle = |p\rangle |m\rangle, \quad (45)$$

которое уже не может быть представлено в таком виде. Такое состояние соответствует так называемому максимально запутанному состоянию [30].

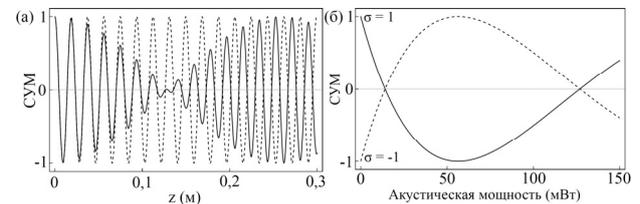


Рис. 3. (а) График зависимости СУМ поля (39) от длины волокна при фиксированной акустической мощности  $P = 50$  мВт. Сплошная линия соответствует эволюции поля при совместном действии АОВ и линейной материальной анизотропии, пунктирная – без АОВ. (б) График зависимости СУМ поля (39) от акустической мощности при фиксированной длине волокна  $z = 25,2$  см. Параметры волокна  $V = 2,96$ ,  $r_0 = 4,5$  мкм,  $\Delta = 0,001$ ,  $\delta\varepsilon_{AN} = 5 \cdot 10^{-5}$ . Частота акустической волны  $f = 198,5$  кГц

### Заключение

В данной работе мы исследовали эволюцию циркулярно-поляризованной фундаментальной моды в одномодовом анизотропном циркулярном оптическом волокне с бегущей крутильной акустической волной основного порядка. Структуры резонансных мод и спектра постоянных распространения получены путем применения резонансной теории возмущений к волновому уравнению. Изучена акустооптическая конверсия поляризационных мод, и установлено, что данные трансформации обусловлены влиянием антисимметричной части тензора деформации. Теоретически продемонстрирован эффект акустически управляемой инверсии знака спинового углового момента пучка. Показана возможность генерации запутанных состояний, в которых запутанными являются направление поляризации и частота пучка.

### Благодарности

Данная работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 20-12-00291-П).

## References

- [1] Thurston RN. Elastic waves in rods and optical fibers. *J Sound Vib* 1992; 159(3): 441-467. DOI: 10.1016/0022-460X(92)90752-J.
- [2] Pohl AAP, Oliveira RA, Da Silva RE, et al. Advances and new applications using the acousto-optic effect in optical fibers. *Photonic Sens* 2013; 3(1): 1-25. DOI: 10.1007/s13320-013-0100-0.
- [3] Liu WF, Russell PSJ, Dong L. Acousto-optic superlattice modulator using a fiber Bragg grating. *Opt Lett* 1997; 22(19): 1515-1517. DOI: 10.1364/OL.22.001515.
- [4] Liu WF, Russell PSJ, Dong L. 100% efficient narrow-band acoustooptic tunable reflector using fiber Bragg grating. *J Lightw Technol* 1998; 16(11): 2006-2009. DOI: 10.1109/50.730362.
- [5] Kim BY, Blake JN, Engan HE, Shaw HJ. All-fiber acousto-optic frequency shifter. *Opt Lett* 1986; 11(6): 389-391. DOI: 10.1364/OL.11.000389.
- [6] Engan HE, Kim BY, Blake JN, Shaw HJ. Propagation and optical interaction of guided acoustic waves in two-mode optical fibers. *J Lightw Technol* 1988; 6(3): 428-436. DOI: 10.1109/50.4020.
- [7] Askautrud JO, Engan HE. Fiber-optic frequency shifter with no mode change using cascaded acousto-optic interaction regions. *Opt Lett* 1990; 15(11): 649-651. DOI: 10.1364/OL.15.000649.
- [8] Shi F, Lu J, Meng L, Cheng P, Liu X, Pang F, Zeng X. All-fiber method for real-time transverse-mode switching of ultrashort pulse. *IEEE Photonics Technol Lett* 2019; 32(2): 97-100. DOI: 10.1109/LPT.2019.2958318.
- [9] Östling D, Engan HE. Narrow-band acousto-optic tunable filtering in a two-mode fiber. *Opt Lett* 1995; 20(11): 1247-1249. DOI: 10.1364/OL.20.001247.
- [10] Culverhouse DO, Yun SH, Richardson DJ, Birks TA, Farwell SG, Russell PSJ. Low-loss all-fiber acousto-optic tunable filter. *Opt Lett* 1997; 22(2): 96-98. DOI: 10.1364/OL.22.000096.
- [11] Birks TA, Farwell SG, Russell PSJ, Pannell CN. Four-port fiber frequency shifter with a null taper coupler. *Opt Lett* 1994; 19(23): 1964-1966. DOI: 10.1364/OL.19.001964.
- [12] Birks TA, Culverhouse DO, Farwell SG, Russell PSJ. 2×2 single-mode fiber routing switch. *Opt Lett* 1996; 21(10): 722-724. DOI: 10.1364/OL.21.000722.
- [13] Sokolenko B, Shostka N, Karakchieva O, Degtyarev S, Vikulin D, Alexeyev C, Yavorsky MA. Experimental demonstration of acoustically induced polarization-dependent fiber optical vortex inversion. *Opt Lett* 2023; 48(16): 4400-4403. DOI: 10.1364/OL.498264.
- [14] Yavorsky M, Vikulin D, Alexeyev C, Belotelov V. Phonon-spin-orbit interaction in optical fibers. *Optica* 2021; 8(5): 638-641. DOI: 10.1364/OPTICA.416498.
- [15] Wei K, Zhang W, Huang L, Mao D, Gao F, Mei T, Zhao J. Generation of cylindrical vector beams and optical vortex by two acoustically induced fiber gratings with orthogonal vibration directions. *Opt Express* 2017; 25(3): 2733-2741. DOI: 10.1364/OE.25.002733.
- [16] Zhang W, Huang L, Wei K, et al. Cylindrical vector beam generation in fiber with mode selectivity and wavelength tunability over broadband by acoustic flexural wave. *Opt Express* 2016; 24(10): 10376-10384. DOI: 10.1364/OE.24.010376.
- [17] Berwick M, Pannell CN, Russell PSJ, Jackson DA. Demonstration of birefringent optical fibre frequency shifter employing torsional acoustic waves. *Electron Lett* 1991; 27(9): 713-715. DOI: 10.1049/el:19910444.
- [18] Lee KJ, Park HC, Park HS, Kim BY. Highly efficient all-fiber tunable polarization filter using torsional acoustic wave. *Opt Express* 2007; 15(19): 12362-12367. DOI: 10.1364/OE.15.012362.
- [19] Lee KJ, Hong KS, Park HC, Kim BY. Polarization coupling in a highly birefringent photonic crystal fiber by torsional acoustic wave. *Opt Express* 2008; 16(7): 4631-4638. DOI: 10.1364/OE.16.004631.
- [20] Kim HS, Yun SH, Kwang IK, Kim BY. All-fiber acousto-optic tunable notch filter with electronically controllable spectral profile. *Opt Lett* 1997; 22(19): 1476-1478. DOI: 10.1364/OL.22.001476.
- [21] Lee KJ, Park HC, Park HS, Kim BY. Highly efficient all-fiber tunable polarization filter using torsional acoustic wave. *Opt Express* 2007; 15(19): 12362-12367. DOI: 10.1364/OE.15.012362.
- [22] Engan HE. Analysis of polarization-mode coupling by acoustic torsional waves in optical fibers. *J Opt Soc Am A* 1996; 13(1): 112-118. DOI: 10.1364/JOSAA.13.000112.
- [23] Snyder AW, Love JD. *Optical waveguide theory*. London, New York: Chapman and Hall; 1983.
- [24] Barshak EV, Vikulin DV, Lapin BP, Alieva SS, Alexeyev CN, Yavorsky MA. Robust higher-order optical vortices for information transmission in twisted anisotropic optical fibers. *J Opt* 2021; 23(3): 035603. DOI: 10.1088/2040-8986/abda85.
- [25] Nelson DF, Lax M. New symmetry for acousto-optic scattering. *Phys Rev Lett* 1970; 24(8): 379. DOI: 10.1103/PhysRevLett.24.379.
- [26] Alexeyev CN, Volyar AV, Yavorsky MA. Optical vortices in twisted optical fibres with torsional stress. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2008; 10(9): 095007. DOI: 10.1088/1464-4258/10/9/095007.
- [27] Bliokh KY, Rodríguez-Fortuño FJ, Nori F, Zayats AV. Spin-orbit interactions of light. *Nat Photonics* 2015; 9(12): 796-808. DOI: 10.1038/nphoton.2015.201.
- [28] Alexeyev CN, Volyar AV, Yavorsky MA. Fiber optical vortices. In Book: Chen LI, ed. *Lasers, optics and electro-optics research trends*. Ch 5. New York: Nova Publishers; 2007: 131-223.
- [29] Alexeyev CN, Barshak EV, Volyar AV, Yavorsky MA. Perturbation theory approach for the wave equation in fibre acousto-optics. *J Opt* 2010; 12(11): 115708. DOI: 10.1088/2040-8978/12/11/115708.
- [30] Lee KF, Thomas JE. Experimental simulation of two-particle quantum entanglement using classical fields. *Phys Rev Lett* 2002; 88(9): 097902. DOI: 10.1103/PhysRevLett.88.097902.

## Сведения об авторах

**Викулин Дмитрий Вячеславович**, 1996 года рождения, кандидат физико-математических наук, учился в Крымском федеральном университете им. В.И. Вернадского. Работает в должности ассистента кафедры системного анализа и информатизации в Физико-техническом институте Крымского федерального университета. Область научных интересов: волоконная оптика, волоконная акустооптика, сингулярная оптика.  
E-mail: [vikulindmitriy@mail.ru](mailto:vikulindmitriy@mail.ru)

Сведения об авторах **Алексеев Константин Николаевич** и **Яворский Максим Александрович** – см. стр. 382 этого номера.

**Викулина Инна Сергеевна**, 1994 года рождения, в 2018 году окончила Крымский федеральный университет по специальности «Физика». Работает в должности ассистента кафедры бизнес-информатики и математического моделирования в Физико-техническом институте Крымского федерального университета. Область научных интересов: волоконная сингулярная оптика. E-mail: [vikulinais@mail.ru](mailto:vikulinais@mail.ru)

---

*ГРНТИ: 29.31.27*

*Поступила в редакцию 17 мая 2024 г. Окончательный вариант – 18 июля 2024 г.*

---

---

# Inversion of circular polarizaion in anisotropic fibers with a torsional acoustic wave

*D.V. Vikulin<sup>1</sup>, C.N. Alexeyev<sup>1</sup>, I.S. Vikulina<sup>1</sup>, M.A. Yavorsky<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>V.I. Vernadsky Crimean Federal University,  
Prospekt Vernadskogo 4, Simferopol, 295007, Republic of Crimea, Russia*

## *Abstract*

This article studies acousto-optical transformations of fiber modes in a circular single-mode anisotropic optical fiber with a traveling torsional acoustic wave of the fundamental order. For the first time, analytical expressions for resonant optical modes and the spectrum of propagation constants are obtained by applying a resonant perturbation theory to the scalar wave equation. This made it possible to consistently describe the experimentally demonstrated mutual transformation of linearly polarized  $LP_0$  fiber modes, while taking into account an optical frequency shift. A new effect of acoustically controlled sign inversion of the spin angular momentum of the fundamental mode is predicted. A possibility of generating entangled optical states in which the polarization direction and frequency of the optical beam are entangled has been established.

*Keywords:* optical fiber, torsional acoustic wave, acousto-optic interaction, spin angular momentum.

*Citation:* Vikulin DV, Alexeyev CN, Vikulina IS, Yavorsky MA. Inversion of circular polarizaion in anisotropic fibers with a torsional acoustic wave. *Computer Optics* 2025; 49(3): 383-390. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1566.

*Acknowledgements:* This work was financially supported by the Russian Science Foundation under project No. 20-12-00291.

---

## *Author's information*

**Dmitriy Vyacheslavovich Vikulin** (b. 1996), PhD, graduated from V.I. Vernadsky Crimean Federal University in 2017, majoring in Physics. Currently he is an assistant of System Analysis and Informatization department at the Physical-Technical Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Research interests are fiber optics, fiber acoustooptics, singular optics. E-mail: [vikulindmitriy@mail.ru](mailto:vikulindmitriy@mail.ru)

**Constantine Nikolayevich Alexeyev** (b. 1960), Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, graduated from Simferopol State University in 1982 with a degree in Physics, currently a professor at the Theoretical Physics department at the Physical-Technical Institute of the Crimean Federal University. Research interests: singular fiber optics. E-mail: [c.alexeyev@yandex.ru](mailto:c.alexeyev@yandex.ru)

**Inna Sergeevna Vikulina** (b. 1994), graduated from the V.I. Vernadsky Crimean Federal University (specialty "Physics") in 2018. Currently she is an assistant of Business Informatics and Mathematical Simulation department at the Physical-Technical Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Research interests: singular fiber optics. E-mail: [vikulinais@cfuv.ru](mailto:vikulinais@cfuv.ru)

**Maxim Alexandrovich Yavorsky** (b. 1982) graduated from V.I. Vernadsky Taurida National University in 2004, majoring in Physics, doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor. Currently he works as the vice director in science at the Physical-Technical Institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Research interests are fiber optics, acousto-optics, singular optics. E-mail: [maxyavorsky@yahoo.com](mailto:maxyavorsky@yahoo.com)

---

*Received May 17, 2024. The final version – July 18, 2024.*

---