

## Направление потоков энергии в фокусе цилиндрических вихревых векторных пучков

В.В. Котляр<sup>1,2</sup>, А.А. Ковалёв<sup>1,2</sup>, А.Г. Налимов<sup>1,2</sup>, А.М. Телегин<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт систем обработки изображений,  
НИЦ «Курчатовский институт»,

443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

<sup>2</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,  
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

### Аннотация

В работе аналитически с помощью формализма Ричардса–Вольфа и с помощью моделирования показано, что при острой фокусировке оптического вихря с круговой поляризацией в плоскости фокуса имеют место три потока энергии: прямой продольный, обратный продольный и азимутальный поперечный. Причем вращение энергии на разных расстояниях от оптической оси происходит в разных направлениях. Поэтому плоскость фокуса вдоль оптической оси пересекает в единицу времени только часть начальной энергии пучка. Такая же часть (при прочих равных условиях) пересекает плоскость фокуса вдоль положительного направления оптической оси, если сфокусировать оптический вихрь с цилиндрической поляризацией. Отличие состоит в том, что если присутствует оптический вихрь, то поперечный поток энергии в фокусе вращается вокруг оптической оси, а если оптический вихрь отсутствует (пучок только с цилиндрической поляризацией), то в плоскости фокуса в среднем поперечный поток равен нулю, но в некоторых местах плоскости фокуса поток направлен к оптической оси, а в некоторых местах – от оптической оси.

**Ключевые слова:** круговая поляризация, продольный поток энергии, поперечный поток энергии, оптический вихрь, разновидность эффекта Холла.

**Цитирование:** Котляр, В.В. Направление потоков энергии в фокусе цилиндрических вихревых векторных пучков / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, А.Г. Налимов, А.М. Телегин // Компьютерная оптика. – 2025. – Т. 49, № 4. – С. 531-540. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1607.

**Citation:** Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG, Telegin AM. Direction of energy flows at the focus of cylindrical vortex vector beams. Computer Optics 2025; 49(4): 531-540. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1607.

### Введение

Расчет распределения интенсивности, вектора Пойнтинга (потока энергии), векторов спинового и орбитального углового моментов в остром фокусе лазерного света является актуальной и интересной задачей. В остром фокусе все шесть проекций электрического и магнитного векторов напряженности электромагнитного поля имеют примерно одинаковый вес и должны все учитываться при расчетах. Адекватное аналитическое описание поведения когерентного монохроматического света в фокусе дает теория Ричардса–Вольфа [1]. На основе этой теории получено много интересных результатов, характеризующих поведение света вблизи острого фокуса. В фокусе обнаружены следующие эффекты: спин-орбитальная конверсия [2 – 7], оптические (фотонные) колеса [8 – 11], поляризационные ленты Мебиуса [12 – 17], спиновый и орбитальный эффекты Холла [18 – 21], оптическая магнетизация [22 – 24], обратный поток энергии [25 – 28], оптические скирмеоны [29 – 31]. Для демонстрации различных эффектов в фокусе используют лазерное излучение с разным состоянием поляризации. Используют свет с радиальной, азимуталь-

ной, цилиндрической поляризацией в сочетании с вихревой фазой [32, 33], пучки Пуанкаре [34, 35].

В работах [36, 37] мы детально проанализировали характеристики оптического вихря с круговой поляризацией в остром фокусе. Были получены аналитические выражения для проекций вектора потока энергии (вектора Умова–Пойнтинга), вектора спинового углового момента (СУМ) и для продольной проекции орбитального углового момента в остром фокусе. В работе [38] мы получили аналогичные выражения, но в остром фокусе вихревого пучка с цилиндрической поляризацией. Для разных типов пучков (оптический вихрь с круговой поляризацией обладает спином, а вихрь с цилиндрической поляризацией не обладает спином) было получено одинаковое выражение для усредненного потока энергии вдоль оптической оси в плоскости фокуса. Это выражение показывает, что только часть начальной световой энергии пересекает плоскость фокуса в направлении оптической оси. Можно предположить, что остальная часть энергии направлена в поперечном направлении. Но усредненные по сечению пучка в плоскости фокуса потоки энергии по двум поперечным декартовым осям равны нулю [36 – 38]. Возникает вопрос: если только часть

начальной световой энергии пучка пересекает плоскость фокуса в продольном направлении и нет потока энергии в поперечном направлении, то что происходит с оставшейся частью начальной энергии пучка в плоскости фокуса?

В данной работе на основе формализма Ричардса–Вольфа и с помощью моделирования мы покажем, что в плоскости фокуса, кроме прямого потока энергии, присутствуют обратный поток энергии или тороидальный поток энергии, а также азимутальный поток энергии (вращение энергии по кругу), если начальный пучок был вихревым (ОАМ-пучок) или в начальной плоскости была круговая поляризация. Если же начальный пучок имел только цилиндрическую поляризацию (без вихря), то в плоскости фокуса нет вращающегося поперечного потока энергии, но есть два компенсирующих друг друга потока энергии: один поперечный поток распространяется к оптической оси, а второй удаляется от оптической оси.

### 1. Поток спина и энергии в плоскости фокуса для оптического вихря с круговой поляризацией

Следуя работам [36, 37], для удобства читателей мы кратко приведем выражения для характеристик светового поля в плоскости фокуса. В начальной плоскости вектор Джонса вихревого пучка с правой круговой поляризацией имеет вид:

$$\mathbf{F}(\theta, \varphi) = \frac{B(\theta)}{\sqrt{2}} \exp(im\varphi) \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $\varphi$  – азимутальный угол в плоскости выходного зрачка апланатической оптической системы,  $\theta$  – полярный угол, описывающий наклон световых лучей к оптической оси,  $B(\theta)$  – амплитуда начального светового поля (вещественная функция), радиально симметричная относительно оптической оси,  $m$  – топологический заряд оптического вихря (целое число). С помощью формализма Ричардса–Вольфа [1] можно найти выражения для всех проекций вектора потока энергии в плоскости фокуса. Вектор Пойнтинга  $\mathbf{P}$  в общем случае определяется известным выражением  $\mathbf{P} = c\text{Re}(\mathbf{F}^* \times \mathbf{H}) / (2\pi)$ , где  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{H}$  – векторы напряжённости электрического и магнитного полей, знаки «\*» и « $\times$ » означают комплексное сопряжение и векторное произведение,  $\text{Re}$  – действительная часть комплексного числа, а  $c$  – скорость света в вакууме (константу  $c / (2\pi)$  будем опускать). Проекции вектора потока энергии в фокусе будут иметь вид [36, 37]:

$$\begin{aligned} P_x &= -\Omega(r) \sin \varphi, \\ P_y &= \Omega(r) \cos \varphi, \\ P_z &= J_{0,m}^2 - J_{2,m+2}^2, \\ \Omega(r) &= J_{1,m+1} (J_{0,m} + J_{2,m+2}). \end{aligned} \quad (2)$$

Функции  $J_{\alpha,\beta}$  в (2) обозначают следующие интегралы, где первый индекс – тип интеграла ( $\alpha = 0, 1, 2$ ),

а второй индекс ( $\beta = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) равен порядку функции Бесселя  $J_\beta(\xi)$  под интегралом:

$$\begin{aligned} J_{\alpha,\beta} &= \left( \frac{4\pi f}{\lambda} \right)^{\theta_0} \int_0^{\theta_0} \sin^{\alpha+1} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\alpha} \left( \frac{\theta}{2} \right) \times \\ &\times \cos^{1/2}(\theta) B(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\beta(\xi) d\theta, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $k = 2\pi / \lambda$  – волновое число света с длиной волны  $\lambda$ ,  $f$  – фокусное расстояние апланатической системы,  $(r, \varphi, z)$  – цилиндрические координаты,  $\theta_0$  – максимальный угол наклона лучей к оптической оси, определяющий числовую апертуру апланатической линзы  $NA = \sin(\theta_0)$ ,  $\xi = kr \sin(\theta)$ .

Аналогично (2) можно получить выражения для проекций вектора СУМ в плоскости фокуса для начального поля (1). Вектор СУМ определяется по известной формуле  $\mathbf{S} = \text{Im}(\mathbf{F}^* \times \mathbf{F}) / (6\pi\omega)$ , где  $\text{Im}$  обозначает мнимую часть комплексного числа, а  $\omega$  – угловую частоту света. Далее мы опустим константу  $1 / (8\pi\omega)$ . Тогда выражения для компонент вектора СУМ в фокусе начального поля (1) полностью аналогичны компонентам вектора Пойнтинга (2):

$$\begin{aligned} S_x &= -\Omega(r) \sin \varphi, \\ S_y &= \Omega(r) \cos \varphi, \\ S_z &= J_{0,m}^2 - J_{2,m+2}^2, \\ \Omega(r) &= J_{1,m+1} (J_{0,m} + J_{2,m+2}). \end{aligned} \quad (4)$$

Для вектора орбитального углового момента (ОУМ) в плоскости фокуса поля (1) найдем выражение только для продольной проекции [36]:

$$\begin{aligned} L_z &= \text{Im} \left( F_x^* \frac{\partial}{\partial \varphi} F_x + F_y^* \frac{\partial}{\partial \varphi} F_y + F_z^* \frac{\partial}{\partial \varphi} F_z \right) = \\ &= mJ_{0,m}^2 + (m+2)J_{2,m+2}^2 + 2(m+1)J_{1,m+1}^2. \end{aligned} \quad (5)$$

В (5)  $F_x, F_y, F_z$  – проекции вектора электрического поля  $\mathbf{F}$  в плоскости фокуса поля (1). Запишем также выражение для распределения интенсивности в плоскости фокуса для начального поля (1) [36]:

$$\begin{aligned} I(r, \varphi, z=0) &= |F_x|^2 + |F_y|^2 + |F_z|^2 = \\ &= J_{0,m}^2 + J_{2,m+2}^2 + 2J_{1,m+1}^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Теперь найдем усредненные характеристики светового поля в плоскости фокуса: энергию (или мощность) всего пучка  $\bar{I} = \bar{W}$ , полный продольный поток энергии  $\bar{P}_z$ , полный продольный СУМ  $\bar{S}_z$  и полный продольный ОУМ  $\bar{L}_z$ :

$$\begin{aligned} \bar{I} &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} I r dr d\varphi = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} (J_{0,m}^2 + J_{2,m+2}^2 + 2J_{1,m+1}^2) r dr d\varphi = \\ &= W_0 + W_2 + 2W_1, \\ \bar{P}_z &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} P_z r dr d\varphi = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r dr d\varphi (J_{0,m}^2 - J_{2,m+2}^2) = \\ &= W_0 - W_2 = \bar{I} - 2W_2 - 2W_1. \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \bar{S}_z &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} S_z r dr d\varphi = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r dr d\varphi (J_{0,m}^2 - J_{2,m+2}^2) = \\ &= W_0 - W_2 = \bar{I} - 2W_2 - 2W_1. \\ \bar{L}_z &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r dr \int_0^{2\pi} d\varphi L_z(r, \varphi) = \\ &= \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\varphi (mJ_{0,m}^2 + (m+2)J_{2,m+2}^2 + 2(m+1)J_{1,m+1}^2) = (10) \\ &= mW_0 + (m+2)W_2 + 2(m+1)W_1. \end{aligned}$$

Выражения (7–10) получены на основе следующего интеграла из [39]:

$$\begin{aligned} W_\alpha &= 2\pi \int_0^\infty |J_{\alpha,\beta}(r)|^2 r dr = \\ &= 4\pi r^2 \int_0^\alpha \sin^{2\alpha+1}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^{5-2\alpha}\left(\frac{\theta}{2}\right) |B(\theta)|^2 d\theta. \end{aligned} \quad (11)$$

Из (9) и (10) следует, что сумма СУМ и ОУМ (угловой момент) равна полной энергии пучка  $\bar{I} = W$ , умноженной на топологический заряд  $m$  плюс 1:

$$\bar{S}_z + \bar{L}_z = (m+1)\bar{I}. \quad (12)$$

С целью изучения изменения средних характеристик начального поля (1) в фокусе найдем эти характеристики в начальной плоскости:

$$\bar{S}_{z,0} = \bar{I}, \quad \bar{P}_{z,0} = \bar{I}, \quad \bar{L}_{z,0} = m\bar{I}. \quad (13)$$

Из сравнения (12) и (13) видно, что сумма продольных СУМ и ОУМ для поля (1) сохраняется при фокусировке. Продольная СУМ в фокусе уменьшается по сравнению с начальным значением на величину  $\bar{S}_{z,0} - \bar{S}_0 = 2(W_2 + W_1)$ . Это уменьшение понятно, и оно связано с эффектом спин-орбитального преобразования. Действительно, из сравнения (10) и (13) видно, что величина продольного ОУМ в фокусе увеличилась как раз на это же значение:  $\bar{L}_z - \bar{L}_{z,0} = 2(W_2 + W_1)$ . Не понятно пока, почему продольный поток энергии уменьшился на такую же величину, как следует из сравнения (8) и (13):  $\bar{P}_{z,0} - \bar{P}_z = 2(W_2 + W_1)$ . С одной стороны, понятно, что часть энергии пучка, которая в начальной плоскости вся была направлена вдоль оптической оси, в плоскости фокуса распространяется не только вдоль оси, но и в поперечном направлении. Однако если мы усредним по всей плоскости фокуса поперечные проекции вектора потока энергии (2), то получим нули:

$$\begin{aligned} \bar{P}_x &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} P_x r dr d\varphi = -\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \Omega(r) \sin \varphi r dr d\varphi = 0, \\ \bar{P}_y &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} P_y r dr d\varphi = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \Omega(r) \cos \varphi r dr d\varphi = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Интегралы в (14) равны нулю, так как интегралы от  $\sin \varphi$  и  $\cos \varphi$  по азимутальному углу  $\varphi$  на целом пе-

риоде равны нулю. То есть поперечное вращение потока энергии в плоскости фокуса есть (2), но в среднем поток энергии по поперечным осям равен нулю. Но, хотя усредненного поперечного потока энергии в плоскости фокуса нет, энергия все-таки вращается по круговой траектории и усредненная величина азимутального вращающегося потока энергии отлична от нуля и должна быть равна выражению:

$$\bar{P}_\varphi = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} P_\varphi r dr d\varphi = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \Omega(r) r dr d\varphi. \quad (15)$$

Интересно, что при  $m=0$  (нет оптического вихря) азимутальный поток энергии сохранится и будет равен  $P_{\varphi,m=0} = \Omega(r) = J_{1,1}(J_{0,0} + J_{2,2})$ , а полный азимутальный поток энергии (15) не изменится, так как этот поток сформирован за счет спин-орбитальной конверсии. Азимутальный поток энергии в плоскости фокуса имеет также поперечный СУМ: азимутальная проекция вектора плотности спина (4) направлена по касательной к любой окружности в плоскости фокуса с центром на оптической оси:

$$\bar{S}_\varphi = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} S_\varphi r dr d\varphi = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \Omega(r) r dr d\varphi. \quad (16)$$

То есть у света, который вращается по окружности в плоскости фокуса, вектор поляризации также будет вращаться в плоскости, перпендикулярной к вектору  $S_\varphi$ . Если в (4)  $\Omega(r) > 0$ , то вектор поляризации вращается против часовой стрелки. Теперь можно записать, что начальный продольный поток энергии в фокусе сохранился, но перераспределился, часть его пошла на формирование вращающегося поперечного потока энергии:

$$\bar{P}_{z,0} = \bar{P}_z + 2(W_2 + W_1). \quad (17)$$

Заметим, что полный поток энергии, который распространяется вдоль оптической оси (8), состоит из двух слагаемых  $\bar{P}_z = W_0 - W_2$ . Оба слагаемых положительные, и второе всегда меньше, чем первое [39]. Но второе слагаемое входит в выражение со знаком минус. Физический смысл этого слагаемого в том, что эта часть потока энергии распространяется вдоль оси  $z$ , но в обратном направлении. То есть слагаемое  $W_2$  описывает полный обратный поток энергии в плоскости фокуса. То есть в (17) можно выделить не два, а три слагаемых, обладающих определенным физическим смыслом:

$$\bar{P}_{z,0} = W = \bar{P}_{z+} + \bar{P}_{z-} + \bar{P}_\varphi = W_0 - W_2 + 2(W_2 + W_1). \quad (18)$$

В (18) обозначены:  $\bar{P}_{z+} = W_0$ ,  $\bar{P}_{z-} = -W_2$ . Ранее было показано для случая оптического вихря с линейной поляризацией, что при числовой апертуре  $NA = 0,95$  только половина начальной энергии пучка пересекает в единицу времени плоскость фокуса в положительном направлении оптической оси [39]. Аналогично

начальный продольный спин уменьшился, но не пропал, а перераспределился так, что часть его изменила знак, а часть пошла на азимутальный спин поперечного вращающегося потока энергии:

$$\bar{S}_{z,0} = W = W_0 - W_2 + 2(W_2 + W_1) = \bar{S}_{z+} + \bar{S}_{z-} + \bar{S}_\phi. \quad (19)$$

Часть светового потока в плоскости фокуса изменила знак спина с положительного на отрицательный  $\bar{S}_{z-} = -W_2$  потому, что свет с правой круговой поляризацией, который распространяется в обратном направлении к оптической оси, выглядит для наблюдателя как свет с левой круговой поляризацией. А вдоль положительного направления оси  $z$  распространяется только часть света с правой круговой поляризацией, имеющая СУМ, равный  $\bar{S}_{z+} = W_0$ .

Эти три последних уравнения (17–19) являются основным результатом данной работы. Общую картину можно представить так. В начальной плоскости есть только продольный (осевой и прямой) поток энергии и осевая проекция СУМ (спина). И эти продольный поток энергии и продольная плотность спина равны полной энергии (мощности) вихревого пучка с правой круговой поляризацией. То есть все фотоны в начальной плоскости распространяются вперед и «вращаются» вокруг своей оси против часовой стрелки (имеют спин +1), и каждый фотон обладает угловым моментом  $(m+1)\hbar$ ,  $\hbar$  – постоянная Планка. В плоскости фокуса и полный поток энергии, и полный СУМ пучка сохраняются, но перераспределяются так, что часть потока энергии распространяется в обратном направлении, а часть идет на формирование поперечного вращения энергии по кругу в сечении пучка, и часть полного спина идет на формирование азимутального спина у вращающегося в плоскости фокуса света. На рис. 1 схематично показано, как перераспределяются поток энергии и плотность спина в фокусе пучка (1).

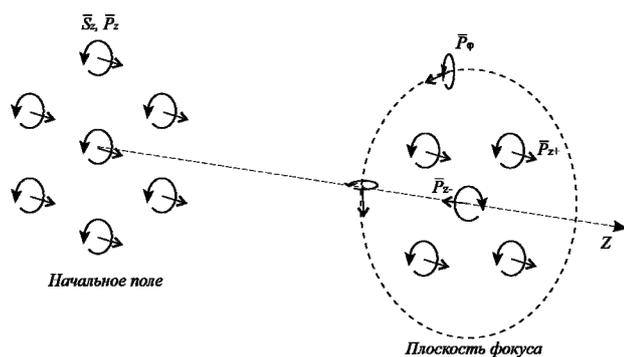


Рис. 1. Схематично показано распределение фотонов в начальной плоскости, которые все распространяются вдоль оптической оси и со спином +1 (правая круговая поляризация). В плоскости фокуса часть фотонов распространяется в обратном направлении и имеет спин – 1, а часть фотонов вращается по замкнутой траектории, создавая азимутальный поток энергии и азимутальный поток спина. На самом деле поток энергии и движение фотонов – это разные вещи, и здесь говорится про фотоны для наглядности рисунка

## 2. Поток спина и энергии в плоскости фокуса для оптического вихря с цилиндрической поляризацией

В этом параграфе мы покажем, что аналогичное перераспределение потоков энергии и спина в фокусе имеет место и для другого начального светового поля, именно цилиндрического векторного пучка порядка  $n$  и с внедренным оптическим вихрем с топологическим зарядом  $m$ . Вектор Джонса в начальной плоскости для цилиндрического векторного пучка с оптическим вихрем имеет вид:

$$\mathbf{F}_{m,n}(\theta, \varphi) = B(\theta) \exp(im\varphi) \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix}, \quad (20)$$

где углы  $\theta$  и  $\varphi$  определены после (1). Проекция вектора потока энергии в плоскости фокуса будут иметь вид [38]:

$$\begin{aligned} P_r &= 0, \\ P_\varphi &= \Omega(r), \\ P_z &= \frac{1}{2} (J_{0,m+n}^2 + J_{0,m-n}^2 - J_{2,m+n-2}^2 - J_{2,m-n+2}^2), \\ \Omega(r) &= J_{1,m+n-1} (J_{0,m+n} + J_{2,m+n-2}) + \\ &+ J_{1,m-n+1} (J_{0,m-n} + J_{2,m-n+2}). \end{aligned} \quad (21)$$

Из (21) видно, что в плоскости фокуса начального поля (20) имеется азимутальный поток энергии. Причем энергия вращается против часовой стрелки. Выражение для продольной составляющей потока энергии в (21) имеет слагаемые со знаком минус, то есть на определенных радиусах поток энергии может быть направлен в обратную сторону (в отрицательном направлении по оси  $z$ ).

Выражение для продольной проекции вектора СУМ в плоскости фокуса также можно найти в [38]:

$$\begin{aligned} S_z &= \frac{1}{2} [J_{0,m-n}^2 - J_{0,m+n}^2 + J_{2,m+n-2}^2 - J_{2,m-n+2}^2 + \\ &+ 2(-1)^n \cos(2(n-1)\varphi) \times \\ &\times (J_{0,m-n} J_{2,m+n-2} - J_{0,m+n} J_{2,m-n+2})]. \end{aligned} \quad (22)$$

Из (22) видно, что, хотя у поля (20) в начальной плоскости нет продольной проекции СУМ (она равна нулю), в плоскости фокуса продольная проекция СУМ отлична от нуля и меняет знак при изменении азимутального угла  $\varphi$ . То есть в начальной плоскости в каждой точке поляризация линейная, хотя и неоднородная. При обходе по окружности с центром на оптической оси направление вектора поляризации делает полных  $n$  оборотов. А в плоскости фокуса формируются области с разным знаком продольной проекции СУМ (22). То есть имеет место спиновый эффект Холла. При обходе в плоскости фокуса по некоторой окружности с центром на оптической оси знак продольной СУМ (знак спина) изменится  $4(n-1)$  раза.

Распределение интенсивности в плоскости фокуса для начального поля (20) имеет следующий вид:

$$I = \frac{1}{2} (J_{0,m+n}^2 + J_{0,m-n}^2 + J_{2,m+n-2}^2 + J_{2,m-n+2}^2) + J_{1,m+n-1}^2 + J_{1,m-n+1}^2 + (-1)^{n+1} \cos(2(n-1)\varphi) \times (J_{0,m+n}J_{2,m-n+2} + J_{0,m-n}J_{2,m+n-2} + 2J_{1,m+n-1}J_{1,m-n+1}). \quad (23)$$

Из (23) видно, что интенсивность в плоскости фокуса не имеет круговой симметрии, за исключением случая  $n=1$ . Причем распределение интенсивности (23) имеет  $2(n-1)$  боковых лепестков, лежащих на окружности некоторого радиуса с центром на оптической оси. Далее с помощью (21–23) найдем усредненные величины: энергию (или мощность) всего пучка  $\bar{I}$ , полный продольный поток энергии  $\bar{P}_z$  и полный продольный СУМ  $\bar{S}_z$ :

$$\bar{I} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} I r dr d\varphi = \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} (J_{0,m+n}^2 + J_{0,m-n}^2 + J_{2,m+n-2}^2 + J_{2,m-n+2}^2) r dr d\varphi + \int_0^\infty \int_0^{2\pi} (J_{1,m+n-1}^2 + J_{1,m-n+1}^2) r dr d\varphi + (-1)^{n+1} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \cos(2(n-1)\varphi) (J_{0,m+n}J_{2,m-n+2} + J_{0,m-n}J_{2,m+n-2} - 2J_{1,m+n-1}J_{1,m-n+1}) r dr d\varphi = W_0 + W_2 + 2W_1 = W. \quad (24)$$

$$\bar{P}_z = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} P_z r dr d\varphi = \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r dr d\varphi (J_{0,m+n}^2 + J_{0,m-n}^2 - J_{2,m+n-2}^2 - J_{2,m-n+2}^2) = \frac{1}{2} (W_0 + W_0 - W_2 - W_2) = W_0 - W_2 = W - 2W_2 - 2W_1.$$

$$\bar{S}_z = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} S_z r dr d\varphi = \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r dr d\varphi (J_{0,m-n}^2 - J_{0,m+n}^2 + J_{2,m+n-2}^2 - J_{2,m-n+2}^2) + 2(-1)^n \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r dr d\varphi \cos(2(n-1)\varphi) \times (J_{0,m-n}J_{2,m+n-2} - J_{0,m+n}J_{2,m-n+2}) = \frac{1}{2} (W_0 - W_0 + W_2 - W_2) = 0. \quad (26)$$

Из сравнения видно, что выражение (24) совпадает с (7), выражение (25) совпадает с (8). Но (26) не совпадает с (9), так как у поля (20) нет спина в начальной плоскости. Не должно его и быть в любой другой плоскости, в том числе в плоскости фокуса. То, что полные энергии пучка (1) и (20) совпадают, следует из того, что начальные амплитуды обоих

пучков одинаковые  $B(\theta)$ , а вихревая составляющая  $\exp(im\varphi)$  и распределение поляризации ( $\cos\varphi, \sin\varphi$ ) не влияют на величину энергии пучка. Полный продольный поток энергии (25) и (8) одинаковые у обоих пучков (1) и (20) потому, что оба пучка имеют одинаковую вихревую составляющую  $\exp(im\varphi)$ . И хотя азимутальные потоки энергии (2) и (21) у пучков (1) и (20) разные, но доля энергии, которая идет на формирование поперечного азимутального потока, одинаковая и равна выражению (15). Заметим, что при  $m=0$  (нет оптического вихря), азимутальная проекция потока энергии равна нулю,  $P_\varphi = \Omega(r) = 0$ . Поэтому возникает вопрос, куда идет часть потока энергии в (25), которая ранее в фокусе пучка (1) шла на формирование азимутального поперечного вращения энергии (18)? При  $m > 0$  в плоскости фокуса имеет место поперечный азимутальный поток энергии (15), так как  $P_\varphi = \Omega(r) \neq 0$ . При этом начальный оптический вихрь задает направление вращения потока энергии (при  $m > 0$  вращение энергии в плоскости фокуса против часовой стрелки). И ситуация для поля (20) аналогична той, что формируется в фокусе для поля (1). Но при  $m=0$  азимутальный поток энергии пропадает  $P_\varphi = \Omega(r) = 0$ . Куда тогда направлен поперечный поток в фокусе, если он был до фокуса (пучок сходился) и есть после фокуса (пучок расходится)? Как показывает моделирование (смотри параграф 3), в плоскости фокуса при  $m=0$  и при  $m=1$  продольная составляющая потока энергии в среднем не меняется. Получается, что поперечная составляющая потока энергии в плоскости фокуса в каждой точке остается, а в среднем по плоскости равна нулю. Это может быть, когда в некоторых местах плоскости фокуса пучок еще сходится, а некоторых местах – уже расходится. Таким образом, при  $m=0$ , когда на входе имеется только цилиндрический векторный пучок порядка  $n$ , в плоскости фокуса формируются четыре разных потока энергии: прямой  $W_0$ , обратный –  $W_2$  и поперечный поток энергии, направленный к оптической оси  $W_2 + W_1$ , и от оптической оси,  $W_2 + W_1$ . И полный поток энергии, который был в начальной плоскости, сохраняется в плоскости фокуса:

$$\bar{P}_{z,0} = W = \bar{P}_{z+} + \bar{P}_{z-} + \bar{P}_{x,y+} - \bar{P}_{x,y-} = W_0 - W_2 + 2(W_2 + W_1). \quad (27)$$

Поляризация в плоскости фокуса для поля (20) при  $m=0$  (нет вихря) распределена необычным образом, отличным от распределения поляризации в фокусе поля (1). Так как продольная плотность спина в плоскости фокуса (22) при  $m=0$  равна нулю, то вектор СУМ имеет только поперечную проекцию на плоскость фокуса, а эллипсы поляризации с центром в каждой точке плоскости фокуса перпендикулярны этой плоскости. То есть эллипсы поляризации напоминают оптические колеса, в которых вектор поляризации вращается во времени как спицы колеса. При-

чем в некоторых точках вектор поляризации вращается по часовой стрелке, а в других точках плоскости фокуса – против часовой стрелки.

На рис. 2 показана схема распределения волновых векторов (толстые стрелки, перпендикулярные сечению пучка) и векторов линейной поляризации (тонкие стрелки, лежащие в сечении пучка) в начальной плоскости и в плоскости фокуса для поля (20) при  $m=0$ . Из рис. 2 видно, что начальный поток энергии, равный полной энергии пучка, направлен вдоль оптической оси  $z$ . В плоскости фокуса этот поток энергии разделяется на 4 потока энергии: поток вдоль оптической оси  $z$ , поток энергии в обратном направлении и два потока энергии, идущих навстречу друг другу к оптической оси.

### 3. Моделирование

#### 3.1. Поток энергии вблизи фокуса для оптического вихря с правой круговой поляризацией

Моделирование проводилось с помощью интегралов Ричардса–Вольфа [1] начального поля (1), длины волны 633 нм и числовой апертуры 0,95.

Из рис. 3 видно ( $m=3$ ), что до фокуса (а) поперечный поток направлен к оптической оси (пучок

сходится), после фокуса (б) поток энергии направлен от оптической оси (пучок расходится), и в плоскости фокуса (в) поток энергии вращается по замкнутым траекториям (по часовой и против часовой стрелки). На рис. 3 также видны области, которые показывают обратное направление потока энергии вблизи фокуса.

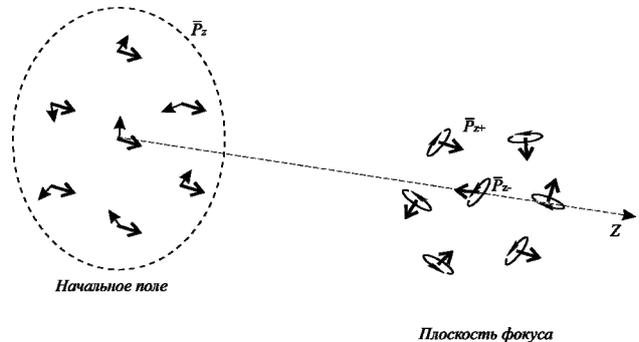


Рис. 2. Схема расположения волновых векторов  $k$  и векторов линейной поляризации  $E$  в начальной плоскости поля (20) при  $m=0$ , а также направление потоков энергии  $P_{z+}$ ,  $P_{z-}$ ,  $P_{x,y+}$ ,  $P_{x,y-}$  и расположение эллипсов поляризации в плоскости фокуса. Эллипсы поляризации перпендикулярны плоскости фокуса

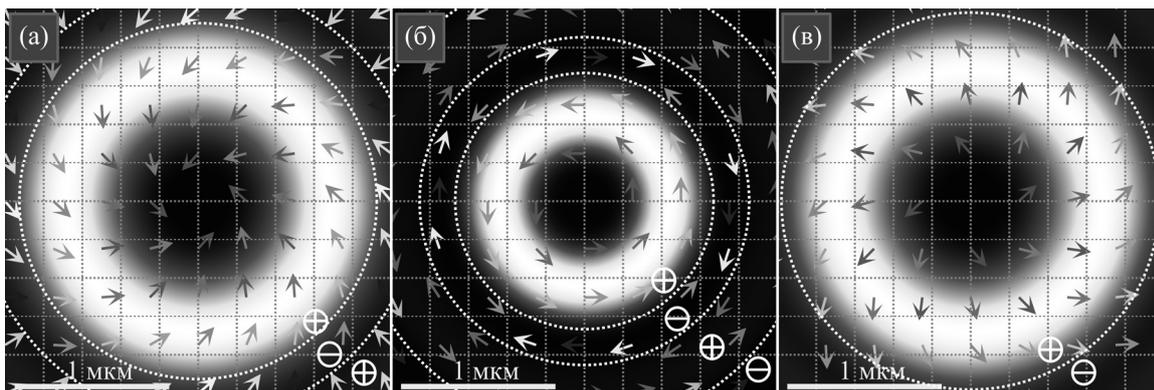


Рис. 3. Распределения интенсивности (полутона) и потоков энергии (стрелки) вблизи острого фокуса оптического вихря с правой круговой поляризацией при следующих параметрах: длина волны  $\lambda = 633$  нм, фокусное расстояние  $f = 10$  мкм, порядок вихря  $m = 3$ , числовая апертура  $NA = 0,95$ , радиальное распределение амплитуды фокусируемого поля равномерное ( $B(\theta) = 1$ ), поперечные плоскости  $z = -\lambda$  (до фокуса) (а),  $z = 0$  (в фокусе) (б),  $z = +\lambda$  (за фокусом) (в). Знаки «+» и «-» в кружках обозначают прямое и обратное направление вектора Пойнтинга

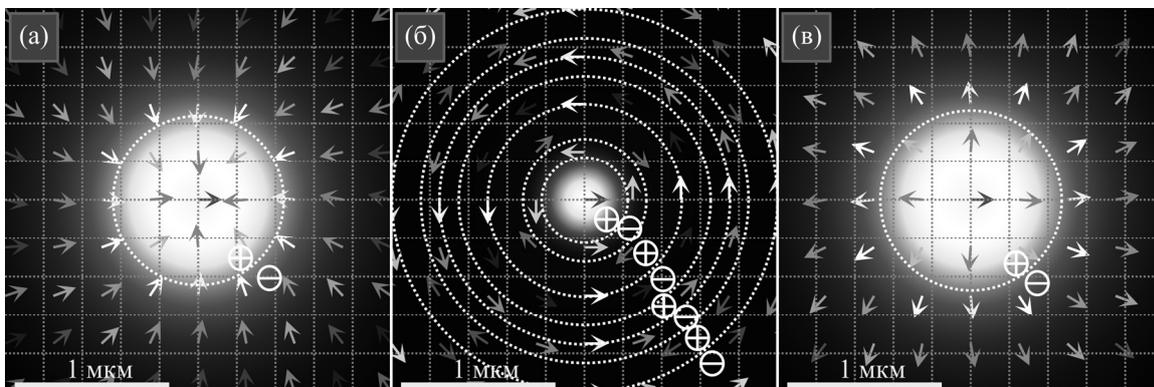


Рис. 4. То же самое, что и на рис. 3, но для  $m=0$ . Пунктирные окружности – границы зон положительного и отрицательного продольного потока энергии

На рис. 4 видно, что и при  $m=0$  (нет вихря) поперечный поток энергии до фокуса направлен к оптической

оси (а), после фокуса поперечный поток направлен от оптической оси (б) и в фокусе поперечный по-

ток энергии из-за спин-орбитальной конверсии вращается по круговым траекториям вокруг оптической оси (б). Причем на разных расстояниях от оптической оси поток энергии вращается в разные стороны. На рис. 4 видны области со знаком «минус», которые показывают наличие обратного потока энергии вблизи фокуса.

### 3.2. Поток энергии вблизи фокуса цилиндрического векторного поля

Моделирование проводилось методом разностного решения уравнений Максвелла (FDTD-методом). Параметры моделирования:  $\lambda = 633$  нм, разбиение по всем трем координатам  $\lambda/30$ , размер падающего поля –  $8 \times 8$  мкм, фокусное расстояние  $f = 1,31$  мкм ( $NA = 0,95$ ), падающее поле ограничено апертурой радиусом 4 мкм. На рисунках ниже стрелками показано направление вектора Пойнтинга, длина стрелок пропорциональна величине вектора Пойнтинга. Стрелки строились по проекциям вектора Пойнтинга  $P_x, P_y$  в поперечной плоскости XY, и по проекциям  $P_x, P_z$  в продольной плоскости. Задний фон (полутона) – интенсивность электрического вектора  $|\mathbf{E}|^2$  (в интенсивности учитывались все три проекции светового поля). На рис. 5 показано распределение поперечного вектора Пойнтинга вблизи фокуса (на расстоянии одной длины волны до фокуса) для начального поля

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix} \exp(i(m\varphi - kl)),$$

$$l = \sqrt{x^2 + y^2 + f^2},$$

$$k = 2\pi/\lambda.$$
(28)

На рис. 5 видно ( $m = 0$ ), что до фокуса поперечный поток энергии сходится к оптической оси (а), после фокуса поперечный поток энергии расходится (б) и почти в самом фокусе частью сходится, а частью расходится (в). На рис. 5г показано распределение поперечного потока энергии в плоскости фокуса: черный цвет – поток направлен к центру, белый цвет – от центра. Поток энергии в продольной плоскости XZ разного масштаба (д, ж). На рис. 5д стрелки потоков энергии расставлены реже, чем на рис. 5ж. Поэтому на рис. 5ж видно, что имеются тороидальные потоки энергии, когда часть энергии распространяется в обратном направлении. Рис. 5 подтверждает предсказание теории, что часть полного начального потока энергии  $W$  до и после фокуса переходит в поперечный поток энергии  $2(W_2 + W_1)$  (свет сходится в фокус и потом расходится), а в самом фокусе свет в некоторых местах плоскости фокуса сходится, а в некоторых – расходится (в, з). В среднем, в плоскости фокуса поперечный поток равен нулю. И часть энергии направлена в обратном направлении к оптической оси (обратный или тороидальный потоки энергии). До фокуса (рис. 5а) и после фокуса (рис. 5б) максималь-

ное значение поперечного потока – 4 условных единицы, а в фокусе максимальное значение поперечного потока почти в 10 раз меньше – 0,5 единицы (рис. 5в), зато максимальное значение продольного потока энергии – 25 условных единиц (рис. 5е).

### Заключение

Из полученных в работе аналитических выражений (7–10) видно, что при острой фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом  $m$  и правой круговой поляризацией из-за спин-орбитальной конверсии часть полного продольного спина  $S_z$ , равная энергии  $2(W_1 + W_2)$ , переходит в продольный ОУМ  $L_z$ . При этом сумма полных продольных СУМ и ОУМ сохраняется и равна  $(m+1)W$ ,  $W$  – полная энергия пучка. И точно такая же часть энергии  $2(W_1 + W_2)$  переходит из полного потока энергии в азимутальный поток энергии (поперечный вектор Пойнтинга) в фокусе. Хотя тут есть некоторое противоречие. Считается, что спин света не переносит энергии [40]. Тогда каким образом свет с круговой поляризацией (даже без оптического вихря) формирует в фокусе азимутальный поток энергии? В работе [40] авторы сравнивают канонический поток энергии и вектор Пойнтинга. Вектор Пойнтинга можно представить как сумму двух векторов: орбитального потока (канонический поток энергии) и спинового потока. Спиновый поток есть ротор от спинового углового момента. Так как дивергенция от ротора равна нулю, то спиновый поток не участвует в переносе энергии, хотя участвует в формировании вида электромагнитного поля. Так, например, эффект обратного потока энергии (отрицательного значения вектора Пойнтинга) просто объясняется тем, что поток спина отрицательный и больше по величине, чем орбитальный поток. Если с помощью численного решения (FDTD-метод) уравнений Максвелла рассчитать напряженность электрического и магнитного полей в области обратного потока, то вектора  $\mathbf{E}$  (электрический),  $\mathbf{H}$  (магнитный) и  $\mathbf{k}$  (волновой вектор) будут составлять правую тройку векторов, если  $k_z < 0$ . Вектор Пойнтинга в остром фокусе рассчитывается гораздо проще, чем канонический поток энергии. И поэтому многие векторные задачи в остром фокусе проще решаются с помощью вектора Пойнтинга. Но главное заключается в том, что оба потока энергии (канонический поток и вектор Пойнтинга) удовлетворяют дифференциальному и интегральному законам сохранения энергии. Поэтому результаты, полученные на их основе, будут равны, если рассматривать усредненные характеристики потоков энергии, когда поток энергии пересекает замкнутые поверхности. В данной работе как раз рассматривался такой усредненный поток энергии, пересекающий начальную плоскость и плоскость фокуса. И показано, что полный поток энергии в начальной плоскости (только продольный) равен полному потоку энергии в плоскости фокуса, если учесть обратный поток энер-

гии и поперечный поток. Заметим, что без учета обратного потока вблизи фокуса не получается баланс энергии. Отметим также одну особенность, связанную с направлением потока энергии вокруг оптической оси в плоскости фокуса при фокусировке оптического вихря. Известно, что в скалярных вихревых пучках вблизи центра оптического вихря азимутальный поток энергии стремится к бесконечности при стремлении радиальной переменной к нулю (к центру оптического вихря) [40].

Но при острой фокусировке оптического вихря с круговой поляризацией (из-за наличия продольной составляющей поля) азимутальный поток энергии при приближении к центру оптического вихря стремится к нулю. Это следует из сравнения выражений (2) и (6). Азимутальный поток энергии в центре (при  $kr \ll 1$ ) пропорционален  $\Omega(r) \sim (kr)^{2m+1}$ , а интенсивность пропорциональна  $I(r) \sim (kr)^{2m}$ , поэтому их отношение будет линейно стремиться к нулю  $\Omega(r)/I(r) \sim (kr)$ .

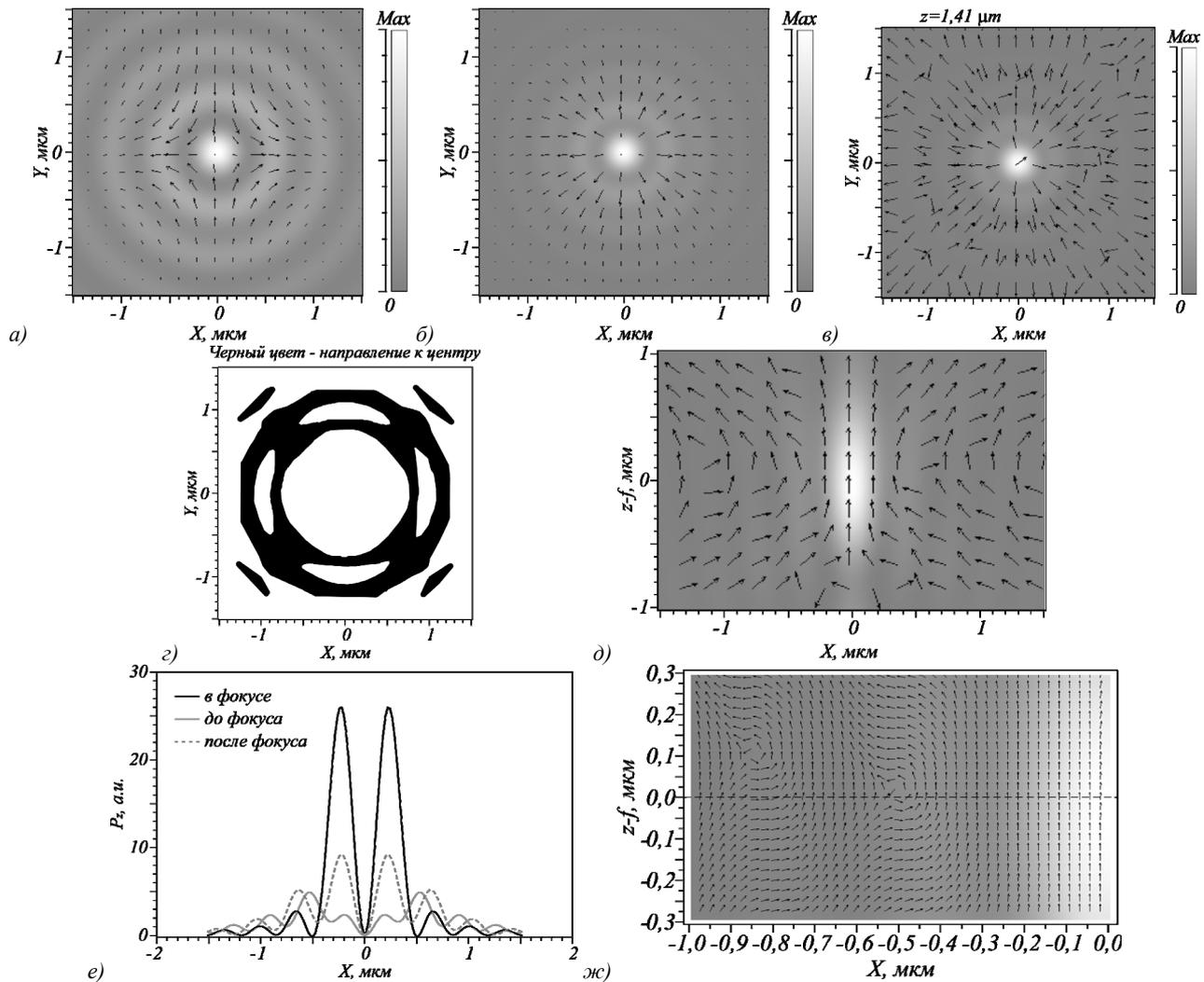


Рис. 5. Распределение интенсивности вблизи фокуса для начального поля (28) при  $m = 0, n = 1$  в полтонах, и стрелками показано направление поперечного потока в плоскости XY (а, б, в) (на расстоянии  $f - \lambda$  (а),  $f + \lambda$  (б),  $z = 1,41 \mu\text{м}$  (в)), а также поперечный поток в плоскости фокуса (г), горизонтальное сечение продольной проекции вектора Пойнтинга (з) и направление продольного потока энергии в плоскости XZ (д, ж)

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 23-12-00236 (в части теории) и в рамках Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» (в части моделирования).

### References

[1] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. Proc R Soc A Math Phys Eng Sci 1959; 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.

[2] Bliokh KY, Ostrovskaya EA, Alonso MA, Rodríguez-Herrera OG, Lara D, Dainty C. Spin-to-orbital angular momentum conversion in focusing, scattering, and imaging systems. Opt Express 2011; 19(27): 26132-26149. DOI: 10.1364/OE.19.026132.  
 [3] Li H, Ma C, Wang J, Tang M, Li X. Spin-orbit Hall effect in the tight focusing of a radially polarized vortex beam. Opt Express 2021; 29(24): 39419-39427. DOI: 10.1364/OE.443271.  
 [4] Arzola AV, Chvátal L, Jákl P, et al. Spin to orbital light momentum conversion visualized by particle trajectory. Sci Rep 2019; 9: 4127. DOI: 10.1038/s41598-019-40475-z.

- [5] Guo JX, Wang WY, Cheng TY, Lü JQ. Interaction of spin-orbit angular momentum in the tight focusing of structured light. *Front Phys* 2022; 10: 1079265. DOI: 10.3389/fphy.2022.1079265.
- [6] Wu Y, Yu P, Liu Y, Wang Z, Li Y, Gong L. Time-varying optical spin-orbit interactions in tight focusing of self-torqued beams. *J Lightw Technol* 2023; 41(7): 2252-2258. DOI: 10.1109/JLT.2022.3210953.
- [7] Jera ES, Ragb HK, Kyamo MJ, Darwish OM, Buossa N. Spin-orbital angular momentum conversion under high NA focusing of vertically polarized vortex beam. *NAECON 2021 – IEEE National Aerospace and Electronics Conference, Dayton, OH, USA 2021*: 150-153. DOI: 10.1109/NAECON49338.2021.9696383.
- [8] Graydon O. Photonic wheel. *Nature Photon* 2013; 7: 672. DOI: 10.1038/nphoton.2013.229.
- [9] Aiello A, Banzer P, Neugebauer M, et al. From transverse angular momentum to photonic wheels. *Nat Photonics* 2015; 9: 789-795. DOI: 10.1038/nphoton.2015.203.
- [10] Miao W, Pang X, Liu W. Photonic wheels and their topological reaction in a strongly focused amplitude tailored beam. *IEEE Photon J* 2020; 12(2): 6500709. DOI: 10.1109/JPHOT.2020.2981347.
- [11] Berškyš J, Orlov S. Interaction of photonic wheel with cluster of nanoparticles. *2021 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe and European Quantum Electronics Conference, OSA Technical Digest 2021*: eg\_p\_10.
- [12] Galvez EJ, Dutta I, Beach K, et al. Multitwist Möbius strips and twisted ribbons in the polarization of paraxial light beams. *Sci Rep* 2017; 7: 13653. DOI: 10.1038/s41598-017-13199-1.
- [13] Bauer T, et al. Observation of optical polarization Möbius strips. *Science* 2015; 347: 964-966. DOI: 10.1126/science.1260635.
- [14] Angelsky OV, Mokhun II, Bekshaev AYa, Zenkova CYu, Zheng J. Polarization singularities: Topological and dynamical aspects. *Front Phys* 2023; 11: 1147788. DOI: 10.3389/fphy.2023.1147788.
- [15] Wan C, Zhan Q. Generation of exotic optical polarization Möbius strips. *Opt Express* 2019; 27(8): 11516-11524. DOI: 10.1364/OE.27.011516.
- [16] Bliokh KY, Alonso MA, Sugic D, Perrin M, Nori F, Brasselet E. Polarization singularities and Möbius strips in sound and water-surface waves. *Phys Fluids* 2021; 33(7): 077122. DOI: 10.1063/5.0056333.
- [17] Freund I. Polarization Möbius strips on elliptical paths in three-dimensional optical fields. *Opt Lett* 2020; 45(12): 3333-3336. DOI: 10.1364/OL.392331.
- [18] Shu W, Lin C, Wu J, Chen S, Ling X, Zhou X, Luo H, Wen S. Three-dimensional spin Hall effect of light in tight focusing. *Phys Rev A* 2020; 101(2): 023819. DOI: 10.1103/PhysRevA.101.023819.
- [19] Zhang M, Ren H, Xu O, Jiang M, Lu Y, Hu Y, Fu S, Li Z, Chen Z, Guan BO, Cao Y, Li X. Nanointerferometric discrimination of the spin-orbit Hall effect. *ACS Photon* 2021; 8(4): 1169-1174. DOI: 10.1021/acsp Photonics.1c00087.
- [20] Wang W, Zhao R, Kang Q, Wang R, Liu X, Liu T, Fan SW, Guo Z. Photonic spin Hall effect driven broadband multi-focus dielectric metalens. *Appl Opt* 2023; 62(30): 8159-8167. DOI: 10.1364/AO.502888.
- [21] Neugebauer M, et al. Experimental demonstration of the geometric spin Hall effect of light in highly focused vector beams. *2012 Conf on Lasers and Electro-Optics (CLEO), San Jose, CA, USA 2012*: 1-2. DOI: 10.1364/QELS.2012.QW1E.4.
- [22] Zhao K, Zhang Z, Zang H, Du J, Lu Y, Wang P. Generation of pure longitudinal magnetization focal spot with a triplex metalens. *Opt Lett* 2021; 46(8): 1896-1899. DOI: 10.1364/OL.422351.
- [23] Ignatyeva DO, Davies CS, Sylgacheva DA, et al. Plasmonic layer-selective all-optical switching of magnetization with nanometer resolution. *Nat Commun* 2019; 10(1): 4786. DOI: 10.1038/s41467-019-12699-0.
- [24] Hendriks F, Rojas-Lopez RR, Koopmans B, Guimarães MHD. Electric control of optically-induced magnetization dynamics in a van der Waals ferromagnetic semiconductor. *Nat Commun* 2024; 15(1): 1298. DOI: 10.1038/s41467-024-45623-2.
- [25] Zhou J, Ma H, Zhang Y, Zhang S, Min C, Yuan X. Energy flow inversion in an intensity-invariant focusing field. *Opt Lett* 2022; 47(6): 1494-1497. DOI: 10.1364/OL.449056.
- [26] Wu Y, Hu X, Li Y, Chen R. Energy backflow in tightly focused fractional order vector vortex beams with binary topological charges. *Photonics* 2023; 10(7): 820. DOI: 10.3390/photonics10070820.
- [27] Li H, Wang C, Tang M, Li X. Controlled negative energy flow in the focus of a radial polarized optical beam. *Opt Express* 2020; 28(13): 18607-18615. DOI: 10.1364/OE.391398.
- [28] Mitri FG. Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves. *J Opt Soc Am A* 2016; 33(9): 1661-1667. DOI: 10.1364/JOSAA.33.001661.
- [29] Shen Y, Zhang Q, Shi P, et al. Optical skyrmions and other topological quasiparticles of light. *Nat Photonics* 2024; 18: 15-25. DOI: 10.1038/s41566-023-01325-7.
- [30] Zeng Y, Yu Y, Shen X, Chen J, Zhan Q. Tightly focused optical skyrmions and merons formed by electric-field vectors with prescribed characteristics. *Nanophotonics* 2024; 13(2): 251-261. DOI: 10.1515/nanoph-2023-0741.
- [31] Barnett SM, Cisowski CM, McWilliam A, Speirits FC, Ye Z, Götte JB, Franke-Arnold S. Optical skyrmions. *Proc SPIE* 2023; 12647: 126470A. DOI: 10.1117/12.2676688.
- [32] Moh KJ, Yuan XC, Bu J, Burge RE, Gao BZ. Generating radial or azimuthal polarization by axial sampling of circularly polarized vortex beams. *Appl Opt* 2007; 46(30): 7544-7551. DOI: 10.1364/ao.46.007544.
- [33] Zhan Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications. *Adv Opt Photon* 2019; 1(1): 1-57. DOI: 10.1364/AOP.1.000001.
- [34] Beckley AM, Brown TG, Alonso MA. Full Poincaré beams. *Opt Express* 2010; 18(10): 10777-10785. DOI: 10.1364/OE.18.010777.
- [35] Naidoo D, Roux F, Dudley A, et al. Controlled generation of higher-order Poincaré sphere beams from a laser. *Nat Photonics* 2016; 10(5): 327-332. DOI: 10.1038/nphoton.2016.37.
- [36] Kotlyar VV, Kovalev AA, Telegin AM. Angular and orbital angular momenta in the tight focus of a circularly polarized optical vortex. *Photonics* 2023; 10(2): 160. DOI: 10.3390/photonics10020160.
- [37] Kotlyar VV, Stafeev SS, Zaitsev VD, Telegin AM, Kozlova ES. Spin-orbital transformation in a tight focus of an optical vortex with circular polarization. *Appl Sci* 2023; 13(14): 8361. DOI: 10.3390/app13148361.
- [38] Kotlyar VV, Stafeev SS, Telegin AM. Spin angular momentum at the tight focus of a cylindrical vector beam with an imbedded optical vortex. *Optik* 2023; 287: 171103. DOI: 10.1016/j.ijleo.2023.171103.
- [39] Kovalev AA, Kotlyar VV. Spin Hall effect of double-index cylindrical vector beams in a tight focus. *Micromachines* 2023; 14(2): 494. DOI: 10.3390/mi14020494.
- [40] Ghosh B, Daniel A, Gorzkowski B, Bekshaev AY, Lapkiewicz R, Bliokh KY. Canonical and Poynting currents in propagation and diffraction of structured light: tutorial. *J Opt Soc Am B* 2024; 41(6): 1276-1289. DOI: 10.1364/JOSAB.522393.

---

**Сведения об авторах**

**Котляр Виктор Викторович**, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ, НИЦ «Курчатовский институт» и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета (СУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 560 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: [kotlyar@ipsiras.ru](mailto:kotlyar@ipsiras.ru)

**Ковалёв Алексей Андреевич**, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений ИСОИ, НИЦ Курчатовский институт. В списке научных работ более 200 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: [alanko@ipsiras.ru](mailto:alanko@ipsiras.ru) ORCID: 0000-0002-0488-4267.

**Налимов Антон Геннадьевич**, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Окончил очную аспирантуру по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики в Самарском университете в должности доцента, в ИСОИ, НИЦ «Курчатовский институт» в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 200 работ и 3 патентов. E-mail: [anton@ipsiras.ru](mailto:anton@ipsiras.ru)

**Телегин Алексей Михайлович**, в 2009 году окончил СГАУ с дипломом по специальности «Радиотехника», в 2012 году защитил диссертацию, к.ф.-м.н., доцент кафедры конструирования и технологии электронных систем и устройств Самарского университета, с.н.с. института космического приборостроения Самарского университета. Область научных интересов: космическое приборостроение. E-mail: [talex85@mail.ru](mailto:talex85@mail.ru)

---

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 12 сентября 2024 г. Окончательный вариант – 03 октября 2024 г.

---

---

# Direction of energy flows at the focus of cylindrical vortex vector beams

V.V. Kotlyar<sup>1,2</sup>, A.A. Kovalev<sup>1,2</sup>, A.G. Nalimov<sup>1,2</sup>, A.M. Telegin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute", Molodogvardeyskaya Str. 151, Samara, 443001, Russia;

<sup>2</sup>Samara National Research University, 443086, Moskovskoye Shosse 34, Samara, 43086, Russia

## Abstract

In this work, we show analytically using the Richards-Wolf formalism and through the numerical simulation that at the sharp focus of a circularly polarized optical vortex, three energy flows occur: the direct longitudinal, reverse longitudinal, and azimuthal transverse ones. Moreover, the rotation of energy at different distances from the optical axis is different-handed. Therefore, only a part of the initial energy of the beam intersects the focal plane along the optical axis per unit time. The same portion (all other things being equal) intersects the focal plane along the positive direction of the optical axis if an optical vortex with cylindrical polarization is focused. The difference is that in the presence of an optical vortex, the transverse energy flow at the focus rotates around the optical axis, and if an optical vortex is absent (a beam with only cylindrical polarization), then the transverse flow is, on average, zero in the focal plane. But in some areas in the focal plane the flow is directed toward the optical axis, and in some areas – away from the optical axis.

**Keywords:** circular polarization, longitudinal energy flow, transverse energy flow, optical vortex, a variety of the Hall effect.

**Citation:** Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG, Telegin AM. Direction of energy flows at the focus of cylindrical vortex vector beams. *Computer Optics* 2025; 49(4): 531-540. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1607.

**Acknowledgements:** The work was partly funded by the Russian Science Foundation under grant #23-12-00236 (Theoretical analysis) and within a government project of NRC "Kurchatov Institute" (Numerical simulation).

---

## Authors' information

**Victor Victorovich Kotlyar** is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute, NRC Kurchatov Institute and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 560 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics and optical vortices. E-mail: [kotlyar@ipsiras.ru](mailto:kotlyar@ipsiras.ru)

**Alexey Andreevich Kovalev** (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree in 2012. He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at IPSI, NRC Kurchatov Institute. He is a co-author of more than 200 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices. E-mail: [alanko@ipsiras.ru](mailto:alanko@ipsiras.ru) ORCID: 0000-0002-0488-4267.

**Anton Gennadyevich Nalimov** (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Finished postgraduate study in 2006 with speciality 01.04.05 "Optics". A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in the Image Processing Systems Institute, NRC Kurchatov Institute, Samara, Russia. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 200 papers and 3 inventions. E-mail: [anton@ipsiras.ru](mailto:anton@ipsiras.ru)

**Aleksey Mikhailovich Telegin**, in 2009 graduated from Samara State Aerospace University with a degree in "Radio Engineering", in 2012 he defended his thesis, Ph.D., associate professor of the Designing and Technology of Electronic Systems and Devices department, Samara University, senior researcher of Institute of Space Device Engineering, Samara University. Research interests: space instrumentation. E-mail: [talex85@mail.ru](mailto:talex85@mail.ru)

---

*Received September 12, 2024. The final version – October 03, 2024.*

---