Спин-орбитальная конверсия в остром фокусе светового пучка с круговой поляризацией

В.В. Котляр ^{1,2}, А.А. Ковалёв ^{1,2}, А.Г. Налимов ^{1,2}, А.М. Телегин ², С.С. Стафеев ^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт»,

443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,

443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Известно, что при острой фокусировке оптического вихря с круговой поляризацией происходит спин-орбитальное преобразование. При этом обычно говорится, что продольная компонента вектора спинового углового момента трансформируется в продольную компоненту вектора орбитального углового момента. В этой работе показано, что начальный продольный спиновый угловой момент, усредненный по сечению пучка, сохраняется при фокусировке и часть продольной компоненты спинового углового момента трансформируется в поперечную компоненту спинового углового момента. Также и усредненный по сечению пучка начальный продольный поток энергии при фокусировке сохраняется и часть его продольной компоненты переходит в азимутальную компоненту. При этом продольная компонента вектора орбитального углового момента, усредненная по сечению пучка в фокусе, увеличивается как раз на величину, равную усредненному азимутальному орбитальному (каноническому) потоку энергии в фокусе. Азимутальный поток энергии в фокусе формируется из-за того, что свет с правой круговой поляризацией при фокусировке формирует два оптических вихря: поперечный с топологическим зарядом 2 с левой круговой поляризацией и продольный с топологическим зарядом 1.

<u>Ключевые слова</u>: острая фокусировка, поляризация, спиновый угловой момент, орбитальный угловой момент, спин-орбитальная конверсия.

<u>Citation</u>: Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG, Telegin AM, Stafeev SS. Spin-orbit conversion at the sharp focus of a circularly polarized light beam. Computer Optics 2025; 49(4): 541-548. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1619.

Введение

Еще Пойнтинг предсказал, что свет с круговой поляризацией обладает спиновым угловым моментом (СУМ) [1]. Потом это было экспериментально обнаружено путем измерения поворота четвертьволновой пластинки, когда на нее падал свет с правой круговой поляризацией, а выходил свет с левой круговой поляризацией [2]. Свет также обладает орбитальным угловым моментом (ОУМ), как было установлено для пучков Лагерра–Гаусса (ЛГ) в работе [3]. Свет только с СУМ может формировать пучок с ОУМ. Это хорошо известный эффект спин-орбитального преобразования (или конверсии). Этому эффекту посвящено много работ. Рассмотрим некоторые из них подробнее. Связь между спином и орбитой, то есть спинорбитальную связь, заметили уже в 2005 году. В работе [4] экспериментально показали, что в остром фокусе пучка с топологическим зарядом 1 и с правой круговой поляризацией в фокусе имеет место глубокий минимум интенсивности на оптической оси (по теории на оси должен быть ноль интенсивности). А для пучка ЛГ также с зарядом 1, но с левой круговой

поляризацией на оптической оси был только небольшой провал в распределении интенсивности. То есть если продольные СУМ и ОУМ разных знаков, то спин частично компенсирует вихревую составляющую пучка. В [5] с помощью теории Ричардса-Вольфа [6] получили выражения для трех проекций электрического поля в остром фокусе и показали, что пучок света с правой круговой поляризацией формирует в фокусе оптический вихрь с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией. То есть пучок света со спином +1 сформировал в фокусе дополнительный пучок – оптический вихрь со спином – 1 и топологическим зарядом +2. В работе [7] авторы показали, что при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом т и правой круговой поляризацией формируются дополнительные оптические вихри: оптический вихрь с левой круговой поляризацией и топологическим зарядом m+2 и продольный оптический вихрь с топологическим зарядом m+1. При фокусировке света с линейной поляризацией к указанным дополнительным оптическим вихрям добавляются еще оптические вихри с топологическим зарядом m-2 и правой круговой поляризацией, а https://www.computeroptics.ru journal@.computeroptics.ru

также продольный вихрь с зарядом m-1. В [8] провели эксперимент по захвату и вращению микрочастиц золота диаметром 3 мкм в остром фокусе пучка ЛГ с зарядом 1 и круговой поляризацией. Оказалось, что частицы в среднем вращались по круговой траектории на 25% быстрее в случае правой круговой поляризации, чем в случае левой круговой поляризации. Авторы связали этот эффект со спин-орбитальным преобразованием, но не привели детального объяснения этого эффекта. В [9] заметили, что даже при фокусировке обычного гауссова пучка с круговой поляризацией в фокусе формируется поперечный поток энергии. Авторы показали, что с ростом числовой апертуры продольный СУМ гауссова пучка уменьшается. И так как полный угловой момент (СУМ плюс ОУМ) должен сохраняться, то, значит, увеличивается продольный ОУМ пучка. Но авторы [9] ошибочно считали, что продольный СУМ переходит в продольный ОУМ. Это не так. Мы покажем в этой работе, что продольный СУМ частично переходит в поперечный СУМ, а не в продольный ОУМ. В работе [10] авторы показали экспериментально, что микрочастица золота, захваченная в фокусе гауссова пучка с круговой поляризацией, вращается по круговой траектории вокруг оптической оси по часовой стрелке или против часовой стрелки, в зависимости от того, левая или правая круговая поляризация была у гауссова пучка. В [11] экспериментально показали, что в спиральной структуре на поверхности металла, при освещении ее светом с круговой поляризацией, формируется поверхностный плазмон-поляритон либо с топологическим зарядом 2, либо с нулевым зарядом в зависимости от того, левая или правая круговая поляризация была у освещающего пучка. В [12] теоретически показали, что при острой фокусировке пучка ЛГ с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией на оптической оси формируется обратный поток энергии. Если же заменить левую круговую поляризацию на правую, то обратного потока на оптической оси вблизи фокуса не будет. В [13] экспериментально продемонстрировали спиновый эффект Холла при рассеянии света от микрочастицы, расположенной в фокусе. Если частицу, центр которой смещен от центра плоскости фокуса на долю длины волны, осветить светом с линейной поляризацией, то при изображении этой частицы часть поля изображения будет иметь левую круговую поляризацию, а другая часть – правую круговую поляризацию. В [14] развита теория, аналогичная теории Ричардса-Вольфа, но для случая, когда источником является диполь. Показано, что в непараксиальной изображающей системе с увеличением числовой апертуры отношение продольных проекций векторов СУМ и ОУМ будет убывать. То есть продольный СУМ будет убывать, а продольный ОУМ будет расти. В [15] приводится общая теория спин-орбитального преобразования при фокусировке, рассеянии и в изображающей системе.

Получены выражения для продольных проекций СУМ и ОУМ, и показано, что их сумма сохраняется. Но поперечные проекции СУМ и ОУМ не рассматриваются. В [16] авторы рассмотрели острую фокусировку оптического вихря с цилиндрической поляризацией (радиальной поляризацией высокого порядка) и показали, что в плоскости фокуса области с максимальным значением продольного СУМ и продольного ОУМ находятся в разных местах. Они назвали такое разделение спин-орбитальным эффектом Холла. Хотя не совсем понятно, почему продольный СУМ и ОУМ должны совпадать в фокусе. Они совпадают только для оптического вихря с правой круговой поляризацией. И уже у оптического вихря с левой круговой поляризацией продольные СУМ и ОУМ направлены в противоположные стороны. В [17] экспериментально показали, что полистироловый шарик диаметром 1 мкм, захваченный в фокусе оптического вихря с топологическим зарядом m = 10 и круговой поляризацией, вращается по окружности большего радиуса, если поляризация правая круговая, и по окружности меньшего радиуса, если поляризация левая круговая. Это можно объяснить тем, что оптический вихрь с топологическим зарядом т и правой круговой поляризацией формирует в фокусе дополнительный оптический вихрь с топологическим зарядом m+2. А оптический вихрь с левой круговой поляризацией формирует в остром фокусе дополнительный вихрь с топологическим зарядом m-2. И радиус окружности для оптического вихря с зарядом m+2 больше, чем для вихря с зарядом m-2. Так как радиус оптического вихря пропорционален корню квадратному из его топологического заряда. В [18] приведен обзор работ по эффекту спин-орбитальной конверсии. В [19] рассматривается острая фокусировка двух оптических импульсов с задержкой по времени. Показано, что в фокусе возникает спиновый эффект Холла, когда продольный положительный СУМ разделен в пространстве с отрицательным продольным СУМ. Авторы связывают спиновый эффект Холла в фокусе с геометрической фазой (или фазой Берри) [20]. В обзоре по спин-орбитальному взаимодействию [20] написано, что в остром фокусе часть СУМ трансформируется в ОАМ. Но это не так. Мы покажем, что при острой фокусировке полный СУМ сохраняется и только трансформируется: часть продольного СУМ переходит в поперечный. Выше мы подробно рассмотрели работы по спин-орбитальной конверсии в остром фокусе. Для полноты картины следует сказать, что в фокусе обнаружены и другие интересные оптические эффекты: оптические (фотонные) колеса [21-24], поляризационные ленты Мебиуса [24-30], спиновый и орбитальный эффекты Холла [31-34], оптическая магнетизация [35-37], обратный поток энергии [38-41], оптические скирмионы [42-44].

В данной работе на основе формализма Ричардса-Вольфа и с помощью моделирования мы покажем, что при острой фокусировке оптического вихря с правой круговой поляризацией, с одной стороны, часть усредненной по сечению пучка продольной проекции вектора СУМ уменьшается, и ровно на такую величину увеличивается усредненная продольная проекция вектора ОУМ. Но неправильно говорить, что часть продольного СУМ переходит (трансформируется) в продольный ОУМ. Мы покажем, что усредненный по сечению пучка вектор СУМ сохраняется при фокусировке и часть продольного СУМ переходит в поперечный СУМ. И усредненный продольный ОУМ в фокусе увеличивается (по сравнению с начальной величиной) ровно настолько, насколько увеличился полный азимутальный орбитальный (или канонический) поток энергии в плоскости фокуса.

1. Острая фокусировка оптического вихря с правой круговой поляризацией

Следуя работам [45, 46], для удобства читателей мы кратко приведем выражения для характеристик светового поля в плоскости фокуса. В начальной плоскости вектор Джонса вихревого пучка с правой круговой поляризацией имеет вид:

$$\mathbf{F}(\theta, \varphi) = \frac{B(\theta)}{\sqrt{2}} \exp(im\varphi) \begin{pmatrix} 1\\ i \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где ф - азимутальный угол в плоскости выходного зрачка апланатической оптической системы, θ – полярный угол, описывающий наклон световых лучей к оптической оси, $B(\theta)$ – амплитуда начального светового поля (вещественная функция), радиально симметричная относительно оптической оси, т топологический заряд оптического вихря (целое число). С помощью формализма Ричардса-Вольфа [6] можно найти выражения для всех проекций вектора потока энергии в плоскости фокуса. Вектор Пойнтинга Р в общем случае определяется известным выражением $\mathbf{P} = c \operatorname{Re}(\mathbf{F}^* \times \mathbf{H}) / (2\pi)$, где \mathbf{F} и \mathbf{H} – векторы напряжённости электрического и магнитного полей, знаки «*» и «×» означают комплексное сопряжение и векторное произведение, Re - действительная часть комплексного числа, а с — скорость света в вакууме (константу $c/(2\pi)$ будем опускать). Проекции вектора потока энергии в фокусе будут иметь вид [45]:

$$\begin{split} P_r &= 0, \\ P_{\phi} &= \Omega(r), \\ P_z &= J_{0,m}^2 - J_{2,m+2}^2, \\ \Omega(r) &= J_{1,m+1} \left(J_{0,m} + J_{2,m+2} \right). \end{split} \tag{2}$$

Функции $J_{\alpha,\beta}$ в (2) обозначают следующие интегралы, где первый индекс – тип интеграла (α = 0, 1, 2), а второй индекс (β = 0, \pm 1, \pm 2, ...) равен порядку функции Бесселя $J_{\beta}(\xi)$ под интегралом:

$$J_{\alpha,\beta} = \left(\frac{4\pi f}{\lambda}\right) \int_{0}^{\theta_{0}} \sin^{\alpha+1}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^{3-\alpha}\left(\frac{\theta}{2}\right) \times \cos^{1/2}(\theta) B(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{\beta}(\xi) d\theta, \tag{3}$$

где $k=2\pi/\lambda$ – волновое число света с длиной волны λ , f — фокусное расстояние апланатической системы, (r, φ, z) — цилиндрические координаты, θ_0 — максимальный угол наклона лучей к оптической оси, определяющий числовую апертуру апланатической линзы (рис. 1) $NA = \sin(\theta_0)$, $\xi = kr \sin(\theta)$.

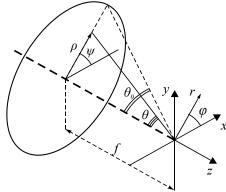


Рис. 1. Схематическое изображение широкоапертурной системы

Вектор Пойнтинга состоит из двух слагаемых [47] — орбитального потока энергии P_{or} и спинового потока P_{sp} :

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_{or} + \mathbf{P}_{sp} = \operatorname{Im}(\mathbf{F}^* \bullet (\nabla) \mathbf{F}) + \frac{1}{2} (\nabla \times \mathbf{S}),$$

$$\mathbf{S} = \operatorname{Im}(\mathbf{F}^* \times \mathbf{F}).$$
(4)

Из (4) можно найти азимутальную проекцию орбитального потока энергии (канонического момента [47]) в фокусе:

$$\mathbf{P}_{or,\phi} = \operatorname{Im}\left(\mathbf{F}^* \bullet (\nabla)\mathbf{F}\right)_{\phi} =$$

$$= \frac{1}{r} \operatorname{Im}\left(F_x^* \frac{\partial F_x}{\partial \varphi} + F_y^* \frac{\partial F_y}{\partial \varphi} + F_z^* \frac{\partial F_z}{\partial \varphi}\right) =$$

$$= \frac{1}{r} \left(mJ_{0,m}^2 + (m+2)J_{2,m+2}^2 + 2(m+1)J_{1,m+1}^2\right).$$
(5)

В (5) F_x , F_y , F_z — проекции вектора электрического поля \mathbf{F} в плоскости фокуса поля (1). Продольная компонента вектора углового момента, с учетом (4) и (5), описывается выражением:

$$J_{z} = rP_{\phi} = rP_{or,\phi} + rP_{sp,\phi} =$$

$$= r\left(\mathbf{F}^{*} \bullet (\nabla)\mathbf{F}\right)_{\phi} + \frac{r}{2} (\nabla \times \mathbf{S})_{\phi} = L_{z} + S_{z}.$$
(6)

Из (6) видно, что только азимутальная составляющая орбитального потока энергии дает вклад в продольную компоненту ОУМ в фокусе.

Зная азимутальную проекцию потока энергии в фокусе (2) и азимутальную проекцию орбитального

https://www.computeroptics.ru journal@computeroptics.ru

потока энергии (5), можно найти и азимутальную проекцию спинового потока в фокусе поля (1):

$$P_{sp,\phi} = P_{\phi} - P_{or,\phi} = J_{1,m+1} \left(J_{0,m} + J_{2,m+2} \right) - \frac{1}{r} \left(m J_{0,m}^2 + (m+2) J_{2,m+2}^2 + 2(m+1) J_{1,m+1}^2 \right).$$
 (7)

В (7) не возникает особенность при r=0, так как при m>0 интегралы (3), входящие в (7), стремятся к нулю как r^2 . Выражение (7) при r=0 равно нулю.

Аналогично (2) можно получить выражения для проекций вектора спинового углового момента (СУМ) в плоскости фокуса для начального поля (1). Вектор СУМ определяется по известной формуле $\mathbf{S} = \mathrm{Im}(\mathbf{F}^* \times \mathbf{F})/(8\pi\omega)$, где Im обозначает мнимую часть комплексного числа, а ω – угловую частоту света. Далее мы опустим константу $1/(8\pi\omega)$. Тогда выражения для компонент вектора СУМ в фокусе начального поля (1) полностью аналогичны компонентам вектора Пойнтинга (2):

$$\begin{split} S_r &= 0, \\ S_{\varphi} &= \Omega(r), \\ S_z &= J_{0,m}^2 - J_{2,m+2}^2, \\ \Omega(r) &= J_{1,m+1} \left(J_{0,m} + J_{2,m+2} \right). \end{split} \tag{8}$$

Из сравнения (2) и (8) видно, что продольные и поперечные проекции вектора Пойнтинга и вектора СУМ полностью совпадают. Эти два вектора сонаправлены или параллельны.

Для вектора ОУМ в плоскости фокуса поля (1) найдем выражение только для продольной проекции [45]:

$$L_{z} = \operatorname{Im} \left(F_{x}^{*} \frac{\partial}{\partial \varphi} F_{x} + F_{y}^{*} \frac{\partial}{\partial \varphi} F_{y} + F_{z}^{*} \frac{\partial}{\partial \varphi} F_{z} \right) =$$

$$= mJ_{0,m}^{2} + (m+2)J_{2,m+2}^{2} + 2(m+1)J_{1,m+1}^{2}.$$
(9)

Выражение (9) совпадает с полученным ранее выражением (6) с учетом (5). Запишем также выражение для распределения интенсивности в плоскости фокуса для начального поля (1) [45]:

$$I(r, \varphi, z = 0) = |F_x|^2 + |F_y|^2 + |F_z|^2 =$$

$$= J_{0,m}^2 + J_{2,m+2}^2 + 2J_{2,m+1}^2.$$
(10)

Теперь найдем усредненные характеристики светового поля в плоскости фокуса: энергию (или мощность) всего пучка $\bar{I}=W$, полный продольный поток энергии P_z и полный продольный СУМ S_z и полый продольный ОУМ L_z :

$$\hat{I} = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} Ir dr d\varphi =$$

$$= \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} \left(J_{0,m}^{2} + J_{2,m+2}^{2} + 2J_{1,m+1}^{2} \right) r dr d\varphi =$$

$$= W_{0} + W_{2} + 2W_{1}.$$
(11)

$$\hat{P}_{z} = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} P_{z} r dr d\varphi = \frac{1}{2} \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} r dr d\varphi \left(J_{0,m}^{2} - J_{2,m+2}^{2}\right) = \\
= W_{0} - W_{2} = W - 2W_{2} - 2W_{1}. \\
\hat{S}_{z} = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} S_{z} r dr d\varphi = \frac{1}{2} \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\pi} r dr d\varphi \left(J_{0,m}^{2} - J_{2,m+2}^{2}\right) = \\
= W_{0} - W_{2} = W - 2W_{2} - 2W_{1}. \\
\hat{L}_{z} = \int_{0}^{\infty} r dr \int_{0}^{2\pi} d\varphi L_{z}(r, \varphi) = \\
= \int_{0}^{\infty} r dr \int_{0}^{2\pi} d\varphi \times \\
\times \left(mJ_{0,m}^{2} + (m+2)J_{2,m+2}^{2} + 2(m+1)J_{1,m+1}^{2}\right) = \\
= mW_{0} + (m+2)W_{2} + 2(m+1)W_{1}.$$
(12)

Выражения (11-14) получены на основе следующего интеграла из [48]:

$$W_{\alpha} = 2\pi \int_{0}^{\infty} \left| J_{\alpha,\beta}(r) \right|^{2} r dr =$$

$$= 4\pi f^{2} \int_{0}^{\theta_{0}} \sin^{2\alpha+1}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^{5-2\alpha}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left| B(\theta) \right|^{2} d\theta.$$
(15)

Из (13) и (14) следует, что сумма СУМ и ОУМ (угловой момент) равна полной энергии пучка, умноженной на топологический заряд *m* плюс 1 (без учета множителя, обеспечивающего соответствие размерностей двух физических величин):

$$\hat{S}_z + \hat{L}_z = (m+1)W \ . \tag{16}$$

С целью изучения, как изменяются средние характеристики начального поля (1) в фокусе, найдем эти характеристики в начальной плоскости:

$$\hat{S}_{z,0} = W, \ \hat{P}_{z,0} = W, \ \hat{L}_{z,0} = mW.$$
 (17)

Из сравнения (16) и (17) видно, что сумма продольных СУМ и ОУМ для поля (1) сохраняется при фокусировке. Продольный СУМ в фокусе уменьшается, по сравнению с начальным значением на величину $\hat{S}_{z,0} - \hat{S}_z = 2(W_2 + W_1)$. Из сравнения (14) и (17) видно, что величина продольного ОУМ в фокусе увеличилась как раз на это же значение: $\hat{L}_z - \hat{L}_{z,0} = 2(W_2 + W_1)$. Как следует из сравнения (12) и (17), продольный поток энергии уменьшился в плоскости фокуса на такую же величину: $\hat{P}_{z,0} - \hat{P}_z = 2(W_2 + W_1)$. Возникает вопрос: куда трансформировались эти продольные проекции СУМ и вектора Пойнтинга?

Можно показать с помощью (15), что усредненная по сечению пучка продольная составляющая потока энергии (12) формируется сразу после сферической линзы, сохраняется при фокусировке и равна выражению:

$$\hat{P}_z = \frac{W}{2} \left(1 + \cos \theta_0 \right), \tag{18}$$

где угол θ_0 определяет числовую апертуру сферической линзы $NA = \sin \theta_0$. Аналогично можно найти поперечную составляющую потока энергии сразу за сферической линзой:

$$\hat{P}_{\perp} = \frac{W}{4} \left(\frac{2\theta_0 - \sin 2\theta_0}{1 - \cos \theta_0} \right). \tag{19}$$

Сразу за сферической линзой поперечный поток энергии будет только радиальным, но по мере фокусировки у этого поперечного потока будет появляться азимутальная составляющая. И в плоскости фокуса поперечный поток энергии будет только азимутальным (5) и (7). И только часть этого азимутального потока, а именно азимутальный орбитальный поток энергии, идет на формирование продольной компоненты ОУМ (6). Азимутальный поток спина $P_{sp,\phi}$ идет на формирование продольной компоненты спина S_z . Из (2) нельзя найти явное выражение для усредненного азимутального потока энергии, который вращается по круговой траектории в плоскости фокуса:

$$\hat{P}_{\varphi} = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} P_{\varphi} r dr d\varphi = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} \Omega(r) r dr d\varphi.$$
 (20)

Интересно, что при m=0 (нет оптического вихря), азимутальный поток энергии сохранится и будет равен $P_{\phi,m=0}=\Omega(r)=J_{1,1}(J_{0,0}+J_{2,2})$, а полный азимутальный поток энергии (20) не изменится, так как он определяется не топологическим зарядом, а числовой апертурой. Азимутальная проекция вектора плотности спина (4) направлена по касательной к любой окружности в плоскости фокуса с центром на оптической оси. Усредненная азимутальная проекция спина в плоскости фокуса равна выражению, аналогичному (20):

$$\hat{S}_{\varphi} = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} S_{\varphi} r dr d\varphi = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} \Omega(r) r dr d\varphi. \tag{21}$$

То есть у световой энергии, которая вращается по окружности в плоскости фокуса, вектор поляризации также будет вращаться в плоскости, перпендикулярной к вектору \mathbf{S}_{ϕ} . Если в (4) $\Omega(r) > 0$, то вектор поляризации вращается против часовой стрелки.

Таким образом, получается следующий механизм спин-орбитального преобразования при острой фокусировке света. В начальной плоскости до линзы свет имеет продольные проекции спина S_z и потока энергии P_z (17), равные энергии пучка I (точнее пропорциональные энергии пучка, так как размерными постоянными мы пренебрегли), и не имеет ОУМ, если $m\!=\!0$. Сразу после сферической линзы продольные проекции спина и потока энергии уменьшаются, так как появляются поперечные проекции (19). Из-за наличия поперечной составляющей потока энергии сразу за линзой формируется продольная компонента усредненного ОУМ:

$$\hat{L}_z = (W/2)(1 - \cos \theta_0) = 2(W_1 + W_2). \tag{22}$$

Из (22) видно, что максимальная полная ОУМ может быть равна только половине энергии пучка $L_z = W/2$ при $\theta_0 = \pi/2$. По мере фокусировки у поперечных проекций спина и потока энергии появляется и растет азимутальная составляющая, и в плоскости фокуса нет радиальной составляющей, а есть только азимутальная составляющая у векторов спина (8) и потока энергии (2). При фокусировке продольная проекция ОУМ (22) сохранятся. И в плоскости фокуса в ОУМ (22) дает вклад только азимутальная составляющая орбитального потока энергии (5), (6).

Можно по-другому обосновать уменьшение продольного потока энергии в плоскости фокуса и доказать, что продольный СУМ уменьшился из-за того, что его часть стала поперечным СУМ. Он основан на явных выражениях для проекций векторов напряженности электрического поля в остром фокусе для начального поля (1):

$$F_{x,m} = \frac{i^{m-1}}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} \left(J_{0,m} + e^{2i\varphi} J_{2,m+2} \right),$$

$$F_{y,m} = \frac{i^m}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} \left(J_{0,m} - e^{2i\varphi} J_{2,m+2} \right),$$

$$F_{z,m} = -\sqrt{2} i^m e^{i(m+1)\varphi} J_{1,m+1}.$$
(23)

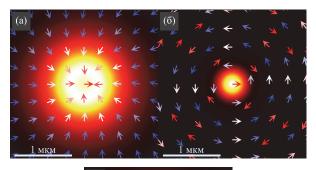
Из уравнений (23) для компонент поля в фокусе пучка (1) видно, что при прохождении начального оптического вихря $\exp(im\,\phi)$ через сферическую линзу формируются еще 2 дополнительных оптических вихря $\exp(i(m+2)\varphi)$ и $\exp(i(m+1)\varphi)$. И часть энергии идет на образование этих вихрей. Поперечный поток энергии формируется как раз этими дополнительными вихрями, так как функции $J_{1,m+1}$, $J_{2,m+2}$ входят в азимутальный поток (2) и в продольную проекцию ОУМ (22). Если в начальном поле нет оптического вихря (m=0), то в фокусе все равно сформируются оптические вихри с топологическими зарядами 2 и 1, которые создадут азимутальный поток энергии (2) и продольную проекцию ОУМ (22). Аналогично продольная проекция СУМ при фокусировке частично трансформировалась в азимутальную поперечную проекцию СУМ (21), которая равна величине поперечной проекции вектора Пойнтинга (20).

Интересно отметить, что оптический вихрь с топологическим зарядом (m+2), который присутствует в (23), экспериментально обнаружен в работе [17]. В этой работе показано, что радиус круговой траектории вращения микрочастицы для правой круговой поляризации больше, чем для левой круговой поляризации. Но такой простой интерпретации результатов эксперимента на основе уравнений (23) в [17] нет.

2. Моделирование

Моделирование проводилось с помощью интегралов Ричардса—Вольфа [1] для начального поля (1) с длиной волны 633 нм и числовой апертурой 0,95.

https://www.computeroptics.ru journal@computeroptics.ru



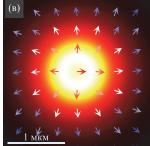


Рис. 2. Распределения интенсивности (цвет) и потоков энергии (стрелки) вблизи острого фокуса оптического вихря (m=0) с правой круговой поляризацией при следующих параметрах: длина волны $\lambda=633$ нм, фокусное расстояние f=10 мкм, порядок вихря m=0, числовая апертура NA=0,95, радиальное распределение амплитуды фокусируемого поля равномерное ($B(\theta)=1$), поперечные плоскости $z=-\lambda$ (до фокуса) (а), z=0 (в фокусе) (б), $z=+\lambda$ (за фокусом) (в). Красный, синий, белый цвет стрелок означает соответственно положительный, отрицательный, близкий к нулю продольный поток энергии

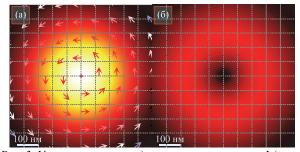


Рис. 3. Увеличенное распределение интенсивности I (цвет) и азимутального потока энергии P_φ (стрелки) в плоскости острого фокуса оптического вихря с правой круговой поляризацией при тех же параметрах, что и на рис. 2(а), а также распределение азимутальной составляющей вектора Умова-Пойнтинга P_φ (б)

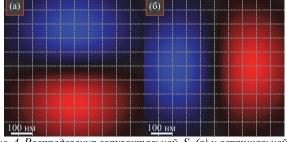


Рис. 4. Распределения горизонтальной S_x (а) и вертикальной S_y (б) составляющих вектора спинового углового момента в плоскости острого фокуса оптического вихря с правой круговой поляризацией при тех же параметрах, что и на рис. 2 (красный цвет — положительные значения, синий цвет — отрицательные значения)

На рис. 2 видно, что и при m=0 (нет вихря) поперечный поток энергии до фокуса направлен к оптической оси (а), после фокуса поперечный поток направлен от оптической оси (в) и в фокусе поперечный поток энергии из-за спин-орбитальной конверсии вращается по круговым траекториям вокруг оптической оси (б). Причем на разных расстояниях от оптической оси поток энергии вращается в разные стороны. На рис. 2 видно много синих стрелок, которые показывают наличие обратного потока энергии вблизи фокуса. На рис. 3 показана увеличенная центральная часть рис. 26. Видно, что внутри фокусного пятна поток энергии вращается против часовой стрелки (рис. 3a). Распределение азимутального потока энергии в фокусе имеет кольцевой вид и показано красным цветом на рис. 3б. В центре рис. 3б (на оптической оси) азимутальный поток энергии равен нулю.

На рис. 4 показаны распределения горизонтальной S_x (a) и вертикальной S_y (δ) составляющих вектора СУМ в плоскости фокуса для поля (1) при m=0. Видно, что поперечный поток СУМ является азимутальным, вращается против часовой стрелки и совпадает с азимутальным потоком энергии (рис. 3).

Заключение

Мы рассмотрели острую фокусировку оптического вихря с правой круговой поляризацией. Были получены выражения для усредненных по всей плоскости фокуса продольных компонент СУМ, ОУМ и вектора Пойнтинга, а также выражения для усредненных поперечных компонент СУМ и вектора Пойнтинга. Оказалось, усредненный начальный продольный СУМ при фокусировке сохраняется и только перераспределяется между продольной и поперечной составляющими. Также начальный продольный поток энергии при фокусировке сохраняется и только перераспределяется между продольной и поперечной составляющими. Сформированная в фокусе азимутальная составляющая потока энергии частично (только орбитальный поток энергии) идет на формирование продольного ОУМ пучка. Поэтому нельзя говорить, что часть продольного СУМ (спина) трансформировалась в продольный ОУМ (орбиту). Продольный СУМ при фокусировке уменьшается за счет преобразования в поперечную (азимутальную) составляющую СУМ. Интересно, что в работе [47] авторы противопоставляют вектору Пойнтинга (поток энергии) канонический поток энергии (орбитальный поток энергии), который равен только части вектора Пойнтинга без спиновой составляющей. И в данной работе действительно показано, что только часть азимутальной составляющей, связанная с орбитальным потоком энергии, идет на формирование ОУМ. В [9] подругому объясняют формирование в фокусе азимутального потока энергии. В каждый момент времени в фокусе формируется распределение интенсивности в виде эллипса, большая ось которого направлена вдоль вектора поляризации. С течением времени вектор поляризации вращается со световой частотой в плоскости фокуса и с такой же частотой вращается распределение интенсивности (плотность энергии) вокруг оптической оси. Это и является причиной азимутального потока энергии в фокусе. Заметим также, что это объяснение спин-орбитального преобразования в фокусе подтверждает, что поток энергии в фокусе связан только с орбитальной частью вектора Пойнтинга и направлен в одну сторону.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 23-12-00236 (в части теории) и в рамках Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» (в части моделирования).

References

- [1] Poynting JH. The wave motion of a revolving shaft, and a suggestion as to the angular momentum in a beam of circularly polarised light. Proc R Soc London 1909; 82(557): 560-567. DOI: 10.1098/rspa.1909.0060.
- [2] Beth RA. Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light. Phys Rev 1936; 50(2): 115-125. DOI: 10.1103/PhysRev.50.115.
- [3] Allen L, Beijersbergen MW, Spreeuw RJC, Woerdman JP. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes. Phys Rev A 1992; 45(11): 8185-8189. DOI: 10.1103/PhysRevA.45.8185.
- [4] Bokor N, Iketaki Y, Watanabe T, Fujii M. Investigation of polarization effects for high-numerical-aperture first-order Laguerre-Gaussian beams by 2D scanning with a single fluorescent microbead. Opt Express 2005; 13(26): 10440-10447. DOI: 10.1364/OPEX.13.010440.
- [5] Bomzon Z, Gu M, Shamir J. Angular momentum and geometrical phases in tight-focused circularly polarized plane waves. Appl Phys Lett 2006; 89(24): 241104. DOI: 10.1063/1.2402909.
- [6] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. Proc R Soc A 1959; 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [7] Bomzon Z, Gu M. Space-variant geometrical phases in focused cylindrical light beams. Opt Lett 2007; 32(20): 3017-3019. DOI: 10.1364/OL.32.003017.
- [8] Zhao Y, Edgar JS, Jeffries GDM, McGloin D, Chiu DT. Spin-to-orbital angular momentum conversion in a strongly focused optical beam. Phys Rev Lett 2007; 99(7): 073901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.073901.
- [9] Nieminen TA, Stilgoe AB, Heckenberg NR, Rubinsztein-Dunlop H. Angular momentum of a strongly focused Gaussian beam. J Opt A Pure Appl Opt 2008; 10(11): 115005. DOI: 10.1088/1464-4258/10/11/115005.
- [10] Zhao Y, Shapiro D, Megloin D, Chiu DT, Marchesini S. Direct observation of the transfer of orbital angular momentum to metal particles from a focused circularly polarized Gaussian beam. Opt Express 2009; 17(25): 23316-23322. DOI: 10.1364/OE.17.023316.
- [11] Gorodetski Y, Niv A, Kleiner V, Hasman E. Observation of the spin-based plasmonic effect in nanoscale structures. Phys Rev Lett 2008; 101(4): 043903. DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.043903.

- [12] Monteiro PB, Neto PAM, Nussenzveig HM. Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation. Phys Rev A 2009; 79(3): 033830. DOI: 10.1103/PhysRevA.79.033830.
- [13] Rodríguez-Herrera OG, Lara D, Bliokh KY, Ostrovskaya EA, Dainty C. Optical nanoprobing via spin-orbit interaction of light. Phys Rev Lett 2010; 104(25): 253601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.104.253601.
- [14] Foreman MR, Török P. Spin-orbit coupling and conservation of angular momentum flux in non-paraxial imaging of forbidden radiation. New J Phys 2011; 13(6): 063041. DOI: 10.1088/1367-2630/13/6/063041.
- [15] Bliokh KY, Ostrovskaya EA, Alonso MA, Rodríguez-Herrera OG, Lara D, Dainty C. Spin-to-orbital angular momentum conversion in focusing, scattering, and imaging systems. Opt Express 2011; 19(27): 26132-26149. DOI: 10.1364/OL.32.003017.
- [16] Li H, Ma C, Wang J, Tang M, Li X. Spin-orbit Hall effect in the tight focusing of a radially polarized vortex beam. Opt Express 2021; 29(24): 39419-39427. DOI: 10.1364/OE.443271.
- [17] Arzola A V., Chvátal L, Jákl P, Zemánek P. Spin to orbital light momentum conversion visualized by particle trajectory. Sci Rep 2019; 9(1): 4127. DOI: 10.1038/s41598-019-40475-z.
- [18] Guo J-X, Wang W-Y, Cheng T-Y, Lü J-Q. Interaction of spin-orbit angular momentum in the tight focusing of structured light. Front Phys 2022; 10: 1079265. DOI: 10.3389/fphy.2022.1079265.
- [19] Wu Y, Yu P, Liu Y, Wang Z, Li Y, Gong L. Time-varying optical spin-orbit interactions in tight focusing of selftorqued beams. J Light Technol 2023; 41(7): 2252-2258. DOI: 10.1109/JLT.2022.3210953.
- [20] Bliokh KY, Rodríguez-Fortuño FJ, Nori F, Zayats A V. Spin-orbit interactions of light. Nat Photonics 2015; 9(12): 796-808. DOI: 10.1038/nphoton.2015.201.
- [21] Graydon O. Photonic wheel. Nat Photonics 2013; 7(9): 672-672. DOI: 10.1038/nphoton.2013.229.
- [22] Aiello A, Banzer P, Neugebauer M, Leuchs G. From transverse angular momentum to photonic wheels. Nat Photonics 2015; 9(12): 789-795. DOI: 10.1038/nphoton.2015.203.
- [23] Miao W, Pang X, Liu W. Photonic wheels and their topological reaction in a strongly focused amplitude tailored beam. IEEE Photonics J 2020; 12(2): 6500709. DOI: 10.1109/JPHOT.2020.2981347.
- [24] Berškys J, Orlov S. Interaction of photonic wheel with cluster of nanoparticles. 2021 Conf on Lasers and Electro-Optics Europe and European Quantum Electronics Conf 2021: eg_p_10. DOI: 10.1364/EQEC.2021.eg p 10.
- [25] Galvez EJ, Dutta I, Beach K, Zeosky JJ, Jones JA, Khajavi B. Multitwist Möbius strips and twisted ribbons in the polarization of paraxial light beams. Sci Rep 2017; 7(1): 13653. DOI: 10.1038/s41598-017-13199-1.
- [26] Bauer T, Banzer P, Karimi E, et al. Observation of optical polarization Möbius strips. Science 2015; 347(6225): 964-966. DOI: 10.1126/science.1260635.
- [27] Angelsky OV, Mokhun II, Bekshaev AY, Zenkova CY, Zheng J. Polarization singularities: Topological and dynamical aspects. Front Phys 2023; 11: 1147788. DOI: 10.3389/fphy.2023.1147788.
- [28] Wan C, Zhan Q. Generation of exotic optical polarization Möbius strips. Opt Express 2019; 27(8): 11516-11524. DOI: 10.1364/OE.27.011516.
- [29] Bliokh KY, Alonso MA, Sugic D, Perrin M, Nori F, Brasselet E. Polarization singularities and Möbius strips in

https://www.computeroptics.ru journal@.computeroptics.ru

- sound and water-surface waves. Phys Fluids 2021; 33(7): 077122. DOI: 10.1063/5.0056333.
- [30] Freund I. Polarization Möbius strips on elliptical paths in three-dimensional optical fields. Opt Lett 2020; 45(12): 3333-3336. DOI: 10.1364/OL.392331.
- [31] Shu W, Lin C, Wu J, et al. Three-dimensional spin Hall effect of light in tight focusing. Phys Rev A 2020; 101(2): 023819. DOI: 10.1103/PhysRevA.101.023819.
- [32] Zhang M, Ren H, Ouyang X, et al. Nanointerferometric discrimination of the spin-orbit Hall effect. ACS Photonics 2021; 8(4): 1169-1174. DOI: 10.1021/acsphotonics.1c00087.
- [33] Wang W, Zhao R, Kang Q, et al. Photonic spin Hall effect driven broadband multi-focus dielectric metalens. Appl Opt 2023; 62(30): 8159-8167. DOI: 10.1364/AO.502888.
- [34] Neugebauer M, Banzer P, Bauer T, et al. Experimental demonstration of the geometric spin Hall effect of light in highly focused vector beams. Conf on Lasers and Electro-Optics 2012: QW1E.4. DOI: 10.1364/QELS.2012.QW1E.4.
- [35] Zhao K, Zhang Z, Zang H, Du J, Lu Y, Wang P. Generation of pure longitudinal magnetization focal spot with a triplex metalens. Opt Lett 2021; 46(8): 1896-1899. DOI: 10.1364/OL.422351.
- [36] Ignatyeva DO, Davies CS, Sylgacheva DA, et al. Plasmonic layer-selective all-optical switching of magnetization with nanometer resolution. Nat Commun 2019; 10(1): 4786. DOI: 10.1038/s41467-019-12699-0.
- [37] Hendriks F, Rojas-Lopez RR, Koopmans B, Guimarães MHD. Electric control of optically-induced magnetization dynamics in a van der Waals ferromagnetic semiconductor. Nat Commun 2024; 15(1): 1298. DOI: 10.1038/s41467-024-45623-2.
- [38] Zhou J, Ma H, Zhang Y, Zhang S, Min C, Yuan X. Energy flow inversion in an intensity-invariant focusing field. Opt Lett 2022; 47(6): 1494-1497. DOI: 10.1364/OL.449056.
- [39] Wu Y, Hu X, Li Y, Chen R. Energy backflow in tightly focused fractional order vector vortex beams with binary

- topological charges. Photonics 2023; 10(7): 820. DOI: 10.3390/photonics10070820.
- [40] Li H, Wang C, Tang M, Li X. Controlled negative energy flow in the focus of a radial polarized optical beam. Opt Express 2020; 28(13): 18607-18615. DOI: 10.1364/OE.391398.
- [41] Mitri FG. Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves. J Opt Soc Am A 2016; 33(9): 1661-1667. DOI: 10.1364/JOSAA.33.001661.
- [42] Shen Y, Zhang Q, Shi P, Du L, Yuan X, Zayats AV. Optical skyrmions and other topological quasiparticles of light. Nat Photonics 2024; 18(1): 15-25. DOI: 10.1038/s41566-023-01325-7.
- [43] Zeng Y, Yu Y, Shen X, Chen J, Zhan Q. Tightly focused optical skyrmions and merons formed by electric-field vectors with prescribed characteristics. Nanophotonics 2024; 13(2): 251-261. DOI: 10.1515/nanoph-2023-0741/html.
- [44] Barnett SM, Cisowski C, McWilliams A, et al. Optical skyrmions. Proc SPIE 2023; 12647: 126470A. DOI: 10.1117/12.2676688.
- [45] Kotlyar VV, Kovalev AA, Telegin AM. Angular and orbital angular momenta in the tight focus of a circularly polarized optical vortex. Photonics 2023; 10(2): 160. DOI: 10.3390/photonics10020160.
- [46] Kotlyar VV, Stafeev SS, Zaitsev VD, Telegin AM, Kozlova ES. Spin-orbital transformation in a tight focus of an optical vortex with circular polarization. Appl Sci 2023; 13(14): 8361. DOI: 10.3390/app13148361.
- [47] Ghosh B, Daniel A, Gorzkowski B, Bekshaev AY, Lapkiewicz R, Bliokh KY. Canonical and Poynting currents in propagation and diffraction of structured light: tutorial. J Opt Soc Am B 2024; 41(6): 1276-1289. DOI: 10.1364/JOSAB.522393.
- [48] Kovalev AA, Kotlyar VV. Spin Hall effect of double-index cylindrical vector beams in a tight focus. Micromachines 2023; 14(2): 494. DOI: 10.3390/mi14020494.

Сведения об авторах

Сведения об авторах Котляр Виктор Викторович, Ковалёв Алексей Андреевич, Налимов Антон Геннадьевич и Телегин Алексей Михайлович, см. стр. 540 этого номера.

Стафеев Сергей Сергеевич, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва — СГАУ по специальности «Прикладные математикаи физика». Доктор физико-математических наук с 2023 года. Старший научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Отделения «Институт систем обработки изображений — Самара» Курчатовского комплекса кристаллографии и фотоники федерального государственного бюджетного учреждения «Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт». Область научных интересов: дифракционная оптика, неоднородная поляризация, острая фокусировка. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com ORCID: 0000-0002-7008-8007

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 30 сентября 2024 г. Окончательный вариант – 29 октября 2024 г.

Spin-orbit conversion at the sharp focus of a circularly polarized light beam

V.V. Kotlyar ^{1,2}, A.A. Kovalev ^{1,2}, A.G. Nalimov ^{1,2}, A.M. Telegin ², S.S. Stafeev ^{1,2}

¹ Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute",

Molodogvardeyskaya Str. 151, Samara, 443001, Russia;

² Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, Samara, 443086, Russia

Abstract

It is known that when tightly focusing a circularly polarized optical vortex, spin-to-orbital angular momentum conversion occurs. It is usually said that the longitudinal component of the spin angular momentum (SAM) vector is transformed into the longitudinal component of the orbital angular momentum (OAM) vector. In this paper, it is shown that the initial longitudinal SAM, averaged over the beam cross-section, is preserved during focusing, and part of the longitudinal SAM component is transformed into the transverse SAM component. Likewise, the initial longitudinal energy flux averaged over the beam cross-section is preserved during focusing, and part of its longitudinal component is transformed into the azimuthal component. In this case, the longitudinal component of the OAM vector, averaged over the beam cross-section at the focus, increases by exactly the amount equal to the average azimuthal orbital (canonical) energy flux at the focus. The azimuthal energy flux at the focus is formed due to the fact that when focused, light with right-handed circular polarization forms two optical vortices, namely, a left-handed circular polarized transverse vortex with topological charge 2 and a longitudinal one with topological charge 1.

<u>Keywords</u>: tight focusing, polarization, spin angular momentum, orbital angular momentum, spin-to-orbital AM conversion.

<u>Citation</u>: Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG, Telegin AM, Stafeev SS. Spin-orbit conversion at the sharp focus of a circularly polarized light beam. Computer Optics 2025; 49(4): 541-548. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1619.

<u>Acknowledgements</u>: This work was partly funded by the Russian Science Foundation under Project No. 23-12-00236 (Theoretical substantiation) and within a government project of NRC "Kurchatov Institute" (Numerical simulation).

Author's information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru ORCID: 0000-0003-1737-0393.

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics &Maths degree in 2012. He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at IPSI RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS. He is a co-author of more than 200 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices. E-mail: alanko@ipsiras.ru ORCID: 0000-0002-0488-4267.

Anton Gennadyevich Nalimov (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Finished postgraduate study in 2006 with speciality 01.04.05 "Optics". A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in the Image Processing Systems Institute, NRC Kurchatov Institute, Samara, Russia. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 200 papers and 3 inventions. E-mail: anton@ipsiras.ru

Aleksey Mikhailovich Telegin, in 2009 graduated from Samara State Aerospace University with a degree in "Radio Engineering", in 2012 he defended his thesis, Ph.D., associate professor of the Designing and Technology of Electronic Systems and Devices department, Samara University, senior researcher of Institute of Space Device Engineering, Samara University. Research interests: space instrumentation, sensors. E-mail: <u>talex85@mail.ru</u>

Received September 30, 2024. The final version – October 29, 2024.								