

Сравнение двух подходов к расчету интерференционных оптических элементов на фотонно-кристаллических структурах

Ю.Ю. Кривошеева¹, Д.Л. Головашкин^{1,2}, В.С. Павельев^{1,2}

¹ Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34;

² Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт», 443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151

Аннотация

На примерах таких фотонно-кристаллических интерференционных оптических элементов, как изгибы волноведущих структур, узел пересечения трех волноводов, узел ввода излучения, Y-образный логический элемент «НЕ» и логический элемент «НЕ» на кристалле с самоколлимацией, рассматриваются два подхода к расчету элементов интегральной оптики: методы безградиентной оптимизации (методы оптимизации нулевого порядка) и генетический алгоритм. Оба подхода используют решение прямой задачи дифракции FDTD-методом. Делаются выводы о возможности применения данных подходов к расчету фотонно-кристаллических оптических элементов: сравнение рассчитанных результатов по критерию эффективности демонстрирует преимущество авторского модифицированного генетического алгоритма по сравнению с методами покоординатного спуска и Хука–Дживса для элементов, в которых излучение распространяется не по прямолинейному пути, а для элементов, проводящих излучение по прямому волноводу, методы оптимизации нулевого порядка дают такую же эффективность, как и генетическая оптимизация (более 99%), при этом вычислительная сложность данных методов ниже. Особое внимание уделяется рассмотрению метода «частичного перебора». На примере изгиба фотонно-кристаллического волновода на 120° показано, что рассчитанный данным методом элемент характеризуется передачей излучения практически без потерь, при этом вычислительная сложность расчета в 2 раза меньше, чем у генетического алгоритма.

Ключевые слова: фотонные кристаллы, интерференционные оптические элементы, генетический алгоритм, методы оптимизации.

Цитирование: Кривошеева, Ю.Ю. Сравнение двух подходов к расчету интерференционных оптических элементов на фотонно-кристаллических структурах / Ю.Ю. Кривошеева, Д.Л. Головашкин, В.С. Павельев // Компьютерная оптика. – 2025. – Т. 49, № 4. – С. 549-559. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1603.

Citation: Krivosheeva YY, Golovashkin DL, Pavelyev VS. Comparison of two approaches to the design of interference optical elements on photonic crystal structures. Computer Optics 2025; 49(4): 549-559. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1603.

Введение

Элементы цифровой интегральной фотоники имеют ряд преимуществ по сравнению с традиционной электроникой: высокая скорость обработки данных, устойчивость к внешнему электромагнитному воздействию, широкие возможности по аппаратному шифрованию сигнала. Поэтому их разработка представляется актуальной задачей. Так, сейчас разрабатываются такие устройства, как интерференционные оптические логические элементы [1], оптические переключатели на основе фотонно-кристаллического резонатора [2], оптические фильтры [3] и др.

К сожалению, эффективность (под которой понимается отношение интенсивности на выходе элемента к интенсивности, подаваемой на вход) известных элементов невелика. Добиваясь ее повышения, принято использовать различные методы оптимизации. Так, в [4] метод Нелдера–Мида (метод безградиент-

ной оптимизации) применен для синтеза электроотражающих модуляторов на основе фотонных кристаллов. Известны работы по применению метода топологической оптимизации (основанного на градиентном подходе) для повышения эффективности пересечения двух фотонно-кристаллических волноводов [5], изгибов волноводов на кристалле с воздушными кавернами [6], светоделителя [7]. Кроме того, для расчета фотонно-кристаллических элементов хорошо зарекомендовали себя стохастические методы оптимизации. Так, в [8] с помощью генетического алгоритма оптимизирован изгиб фотонно-кристаллического волновода на 90°, в [9] получена конструкция направленного излучателя, в [10] спроектирован светоделитель.

Очевидно, следующим этапом является решение задачи о выборе наилучшего метода оптимизации из перечисленных для конкретного типа фотонно-кристаллических элементов, постановку которой авторы предлагают в настоящем исследовании.

В настоящей работе рассматриваются детерминированные методы [11] безградиентной оптимизации (называемые также методами оптимизации нулевого порядка: метод Хука–Дживса, метод покоординатного спуска), в которых для нахождения экстремума функции последовательно вычисляются значения целевой функции, и такой стохастический метод оптимизации, как генетический алгоритм. Авторы видят преимущества детерминированных методов в меньшей по сравнению со стохастическими процедурами вычислительной сложности и в простоте их программной реализации. Поэтому из рассмотрения был исключен метод Нелдера–Мида [12], для которого доказана быстрая сходимость только в случае некоторого класса функций в двумерном пространстве [13]. Также не рассматриваются мето-

ды, основанные на градиентном подходе, так как решение прямой задачи в нашем случае не предусматривает наличия аналитически заданной функции. Кроме того, целевая функция имеет негладкий характер, что делает затруднительным нахождение градиента даже численно.

1. Фотонно-кристаллические элементы

Так, в настоящем исследовании предлагается объединить в рассмотрении шесть фотонно-кристаллических элементов, упомянутых в [14–17] или схожих с упомянутыми (рис. 1): изгибы волновода на 120° и на 60°, пересечение трех волноводов, узел ввода излучения, Y-образный интерференционный логический элемент «НЕ» и логический элемент «НЕ» на фотонном кристалле с самоколлимацией.

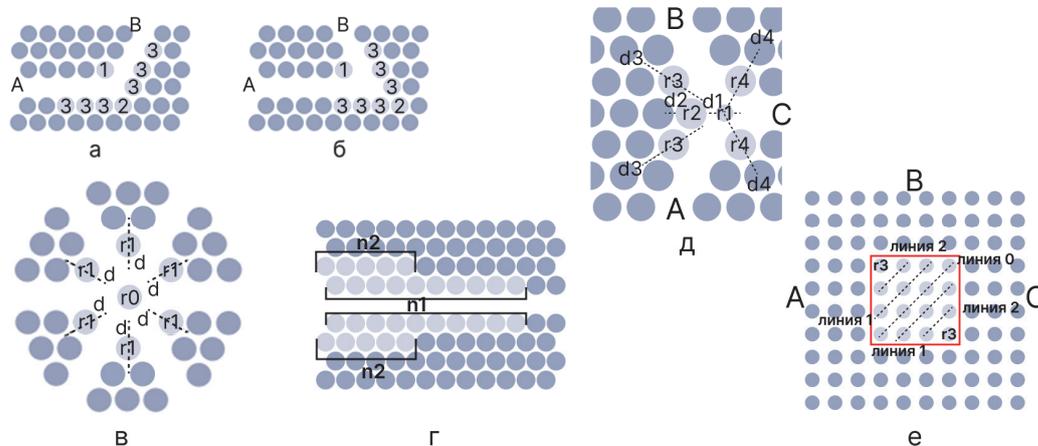


Рис. 1. Фрагменты синтезируемых фотонно-кристаллических элементов: (а-б) изгибы волноводов, (в) пересечение волноводов, (г) узел ввода, (д) Y-образный логический элемент «НЕ», (е) логический элемент «НЕ» на кристалле с самоколлимацией

Как видно из рис. 1, рассматриваемые элементы синтезируются на двумерных фотонных кристаллах (которые формируются как набор воздушных отверстий в слое кремния) с дефектами (элементы а-д) и без дефектов (элемент е). Кристалл с дефектом имеет гексагональную решетку с периодом $a = 459$ нм и радиусом каверн $r = 183,9$ нм [14–16]. Кристалл без дефекта характеризуется квадратной решеткой с периодом $a = 397,7$ нм и радиусом каверн $r = 118,9$ нм в [17]. Положим, что излучение распространяется вдоль дефектов, образованных областями с отсутствием каверн, либо в силу эффекта самоколлимации [18]. Излучение, которое подается на элементы, имеет рабочую длину волны $\lambda = 1,55$ мкм, магнитное поле поляризовано линейно вдоль каверн для кристалла с дефектом (как в [14–16]), а для самоколлимирующего кристалла электрическое поле поляризовано линейно вдоль каверн (как в [17]).

Рассмотрим подробно элементы каждого типа.

1.1. Изгибы фотонно-кристаллического волновода

Такой тип элементов был оптимизирован в [8] с помощью генетического алгоритма. Авторами полу-

чена эффективность в 93 % для изгиба фотонно-кристаллического волновода на 90° на кристалле с квадратной решеткой и кремниевыми стержнями в воздухе. Однако вычисления проводились для кристалла, малые геометрические размеры которого допускают влияние падающей (и не проникающей глубоко в структуру) волны на интерференцию в области изгиба. В настоящем рассмотрении изгибы получены путем стыковки фрагментов фотонно-кристаллических волноводов под углом 120° (рис. 1а) и под углом 60° (рис. 1б) [14]. Пусть излучение (падающая волна задается по технологии TF/SF) падает на левый торец волновода А, а интенсивность выходного излучения регистрируется на конце волновода В. Тогда эффективность без предварительной оптимизации такого типа элемента составляет 15 % и 3 % для изгиба 120° и 60° соответственно. Для получения максимально возможной эффективности передачи излучения через изгиб будем менять значения радиусов каверн вблизи изгиба. Эти каверны отмечены цифрами на рис. 1а, б, т.е. набор параметров оптимизации имеет вид вектора $x = \{r_1, r_2, r_3\}$.

1.2. Узел пересечения

Известен ряд работ по увеличению эффективности узла пересечения двух фотонно-кристаллических волноводов [5, 19, 20]. Однако компоновка интегральной схемы на одном кристалле может включать пересечение большего количества волноводов. Рассмотрим пересечение трех волноводов, описанных выше, на фрагменте кристалла размерами $15a \times 15a$ под углами 60° , как показано на рис. 1в [15]. Целью оптимизации такого узла является получение структуры, гарантирующей передачу излучения по одному из волноводов без перекрестных помех (crosstalking) с другими волноводами, входящими в состав пересечения. Пусть излучение (источник излучения – магнитный диполь) распространяется слева направо в горизонтальном волноводе в пересечении (ограничимся рассмотрением только одного волновода для расчета эффективности, предполагая симметрию элемента). Тогда эффективность такого узла составит 68%. В качестве вектора для оптимизации примем следующий набор параметров: $x = \{r_0, r_1, d\}$, где r_0, r_1 – радиусы каверн, d – их смещения относительно начального положения, как показано на рис. 1в.

1.3. Узел ввода излучения

Пусть излучение (падающая волна задается по технологии TF/SF) подается на левый торец фотонно-кристаллического волновода из свободного пространства. Если расположить источник излучения на расстоянии $4a$ от волновода, то доля (отношение интенсивности излучения в волноводе к интенсивности излучения в свободном пространстве на выбранном расстоянии) попавшего в волновод излучения составит 40%. Для повышения этой доли следует изменять топологию кристалла на торце, принимающем излучение. В качестве узла ввода будем формировать «трапецию», состоящую из четырех рядов каверн (два ряда над линейным дефектом и два ряда под) (рис. 1з) [15]. Тогда набор параметров оптимизации имеет вид: $x = \{n_1, n_2, h_1, h_2\}$, где n_1, n_2 – число каверн, формирующих «трапецию» для первого и второго ряда (первым считаем ряд каверн, который расположен ближе к дефекту) соответственно, h_1, h_2 – шаг изменения радиуса каверн в «трапеции».

1.4. Y-образный интерференционный логический элемент «НЕ»

На основе описанного ранее в пункте 1 фотонного кристалла с дефектом предлагается синтезировать логический элемент «НЕ», представляющий собой Y-образный дефект (пересечение трех фрагментов волноводов под углом 120° , рис. 1д) [16]. Оптимизация данного элемента состоит в увеличении эффективности для сигнала логической единицы, формируемой на выходе элемента С при отсутствии информационного сигнала на входе В и наличии только референтного А. Источниками излучения для обоих входов

служат магнитные диполи. Эффективность элемента без оптимизации составляет 41%. Набор параметров оптимизации для этого элемента имеет вид: $x = \{r_1, r_2, r_3, r_4, d_1, d_2, d_3, d_4\}$, где r_i – радиусы каверн, а d_i – их смещение относительно начального положения вдоль штриховых линий (рис. 1д).

1.5. Логический элемент «НЕ» на фотонном кристалле с самоколлимацией

Работа вышеописанных элементов основана на волноводном распространении благодаря наличию фотонной запрещенной зоны. Интерес также представляют фотонно-кристаллические элементы, которые работают благодаря эффекту самоколлимации [17, 21]. В этих публикациях авторы синтезировали такие логические элементы, как «И-НЕ», «ИЛИ-НЕ», «Исключающее ИЛИ», а эффективность для сигнала логической единицы полученных элементов составила в среднем 40%. Рассмотрим фрагмент кристалла (рис. 1е) с параметрами, описанными выше и позволяющими наблюдать эффект самоколлимации. Для получения логического элемента «НЕ», отсутствующего в [17, 21], сформируем «зеркало» из центрального квадрата $4a \times 4a$, которое повернет референтный сигнал (в качестве падающей волны выступает гауссов импульс), подаваемый на торец А, на 90° . Тогда на выходе В получим сигнал для логической единицы. Если кроме референтного сигнала подать информационный на торец С, то на выходе В будем наблюдать логический ноль.

Целью оптимизации данного элемента является получение такой топологии «зеркала», которая обеспечивает максимально возможную эффективность для сигнала логической единицы. Разобьем квадрат на линии, как показано на рис. 1е. Тогда получаем 5 линий (где линия 0 соответствует диагонали квадрата, а линии 1 и 2 лежат над и под этой диагональю). И две отдельно стоящие каверны. Предполагая, что «зеркало» должно быть симметричным, будем рассматривать только центральную линию и часть квадрата выше нее, устанавливая такие же параметры для оставшейся нижней части квадрата. Для каждой линии выберем три параметра оптимизации: радиус каверн в линии r , расстояние между кавернами d , наклон линии α . Тогда вектор для оптимизации имеет вид: $x = \{r_0, d_2, \alpha_0, r_1, d_1, \alpha_1, r_2, d_2, \alpha_2, r_3\}$.

2. Методы оптимизации

В качестве целевой функции для оптимизации выступала эффективность $\delta(x) = I_{out}(x) / I_{in}$, где $I_{out}(x)$ – интенсивность сигнала на выходе элемента, I_{in} – интенсивность сигнала, поданного на вход, x – вектор параметров оптимизации.

Для нахождения $I_{out}(x)$ решалась прямая задача дифракции FDTD-методом (разностное решение уравнений Максвелла), который реализован в программном пакете Ansys Lumerical R1. Алгоритмы оп-

тимизации написаны на языке Python, API которого может быть использовано в Ansys Lumerical.

Все расчеты проводились на неоднородной сеточной области (автоматически задается в пакете Ansys Lumerical) размерами 300×300 узлов и с минимальным количеством узлов на длину волны 50.

Рассмотрим подробнее каждый из методов, используемых в работе.

2.1. Метод Хука–Дживса

Данный метод делится на две фазы: исследующий поиск и поиск по образцу [22]. В начале выбирается начальный вектор x^* (назовем этот вектор базовым), вектор шагов H и наименьшее допустимое значение ε для компонент вектора H . Вычисляется значение эффективности для базового вектора $\delta(x^*)$. Далее выполняются непосредственно фазы алгоритма. Опишем их:

Фаза 1. Исследующий поиск:

1) Для i -компоненты вектора x^* ($i = \overline{1, n}$, n – размерность векторов x^* и H) вычисляются значения эффективности справа и слева от базового $(x_i^* + h_i) = \delta(x_1, \dots, x_i + h_i, \dots, x_n)$ и $\delta(x_i^* - h_i) = \delta(x_1, \dots, x_i - h_i, \dots, x_n)$.

2) Если $\delta(x_i^* + h_i) < \delta(x^*)$, ($\delta(x_i^* - h_i) < \delta(x^*)$), то i -компонента вектора x^* заменяется на $x_i + h_i$ (на $x_i - h_i$). Если оба новых значения больше, чем значение эффективности для базового вектора, то h_i уменьшается и заново вычисляются «соседние» от базовой значения эффективности. Если шаг h_i оказывается меньше ε , то алгоритм завершается, а x^* признается минимум функции $\delta(x)$.

3) Повторяем шаги 1-2 для всех компонент вектора x^* . В результате получается новый вектор x^{*+1} .

Фаза 2. Поиск по образцу:

1) Откладывается точка $x^{(*)}$ в направлении от x^* к x^{*+1} : $x^{(*)} = 2x^{*+1} - x^*$.

2) Для этой точки выполняется исследующий поиск.

3) Если в результате исследующего поиска для вектора $x^{(*)}$ удастся найти вектор $x^{(*+1)}$, отличный от вектора $x^{(*)}$, то делаются следующие переобозначения: $x^{*+1} = x^*$, $x^{(*+1)} = x^{*+1}$ и поиск по образцу выполняется вновь. Если точка $x^{(*)}$ не была найдена, то принимаем x^{*+1} за новый базовый вектор и выполняем для него исследующий поиск.

2.2. Метод покоординатного спуска

Данный метод заключается в последовательной одномерной оптимизации (в нашей работе для одномерной оптимизации мы используем метод Брента [23]) для каждой компоненты вектора текущего приближения x^* . Опишем каждый шаг алгоритма:

1) Выбирается начальное приближение x^* и точность ε .

2) Для i -компоненты вектора x^* при фиксированных остальных выполняется одномерная оптими-

зация, при этом полученная в результате одномерной оптимизации компонента заменяет исходную в векторе x^* :

$$x_i^{*+1} = \operatorname{argmin}_{y \in D} f(x_1^{*+1}, \dots, x_{i-1}^{*+1}, y, x_{i+1}^*, \dots, x_n^*),$$

где D – область допустимых значений для i -компоненты вектора x^* . В данной работе одномерная оптимизация производится с помощью метода Брента.

3) Повторяем пункт 2 для всех компонент вектора x^* и получаем новый вектор x^{*+1} .

4) Если $|x^{*+1} - x^*| < \varepsilon$, то точка x^{*+1} – точка минимума, если нет, то принимаем x^{*+1} за новое начальное приближение x^* и переходим к пункту 2.

2.3. Генетический алгоритм

Примем за одну особь C_i ($i \in \overline{1, N}$, N – количество особей в одном поколении) в генетическом алгоритме вектор, описанный в пункте 1, тогда элементы вектора являются генами одной особи. За входные данные для генетического алгоритма примем: начальную популяцию (задается случайными равномерно распределенными числами из интервалов, в пределах которых может находиться значение гена), максимальное количество поколений, равное 100; количество особей в каждом поколении $N = 10$; вероятность мутации $p_m = 0,05$ (как в [16]).

Следуя логике построения генетического алгоритма, опишем его этапы:

- Отбор. Отбор N особей для скрещивания происходит по методу колеса рулетки [24].
- Скрещивание. Для получение новой (дочерней) особи особи с номерами i и $i + 1$ из набора, полученного в результате первого этапа (родительские), подвергаются одноточечному скрещиванию.
- Мутация. Для мутации с вероятностью p_m выбираются гены из всей дочерней популяции, полученной на втором этапе, и их значения заменяются на случайные из заданных диапазонов.
- Формирование нового поколения. Получение новой популяции связано с расчетом эффективности для всех особей, сгенерированных в ходе предыдущих этапов текущей итерации алгоритма, и их селекции. В ходе последней новое поколение формируется из 10% лучших особей предыдущего поколения (прошлая итерация) и 90% особей с наилучшим значением эффективности из полученного набора.

Этапы алгоритма повторяются пока либо не достигается максимальная эффективность, либо не генерируется наперед заданное максимальное количество поколений.

Особенностью дальнейшего использования в данной работе всех изложенных методов является учет технологических особенностей изготовления фотон-

но-кристаллических элементов [25], а также ограничений, накладываемых численным методом, при помощи которого производится расчет эффективности элемента. Аналогичные ограничения были применены в [26] для расчета дифракционных оптических элементов с квантованной фазовой функцией. Так, радиус каверн должен изменяться в диапазоне $[R_0, a/2]$, где R_0 – минимально возможный радиус каверны. При выбранной сеточной области $R_0 = 140,4$ нм [16]. В работе [25] проводились исследования влияния флуктуации в диапазоне $[-20\%; +20\%]$ от расчетного значения радиуса каверны в фотонно-кристаллическом волноводе. Было показано, что изменение радиуса в интервале $[-18\%; +10\%]$ не влияет на волноводные свойства. Авторы данной статьи также предполагают, что малые отклонения значений радиусов каверн от рассчитанных не повлияют на работу элементов.

Авторы настоящего текста **выдвигают предположение**, что методы оптимизации нулевого порядка подойдут для расчета элементов «волноводного» типа, которые не изменяют поданное на вход излучение, а просто передают его на выходной порт. К таким элементам здесь относятся изгибы волноводов, узел пересечения и узел ввода излучения. Для оптимизации логических элементов, в которых излучение изменяется в соответствии с назначением элемента, необходимо использование генетического алгоритма. Для подтверждения этого предположе-

ния обратимся к синтезу фотонно-кристаллических оптических элементов.

3. Синтез фотонно-кристаллических элементов

Выберем следующие параметры для методов нулевого порядка: для покоординатного спуска точность $\varepsilon = 0,001$, для метода Хука–Дживса точность $\varepsilon = 0,0005$, вектор шагов H имеет одинаковые значения компонент 0,001 (данные значения получены эмпирически в ходе проведенных вычислительных экспериментов). В качестве начального приближения для этих методов возьмем 5 различных векторов, компоненты которых – случайно равномерно распределенные числа из допустимого диапазона изменения параметров.

Перейдем к расчету фотонно-кристаллических оптических элементов, выбранных ранее. Будем сравнивать эффективности, полученные детерминированными и стохастическим подходами, а также вычислительную сложность алгоритмов. Под вычислительной сложностью будем понимать число обращений к функции, решающей прямую задачу дифракции.

3.1. Изгибы волноводов

Возвращаясь к пункту 1.1 в настоящем рассмотрении, отметим, что в [11] с помощью генетической оптимизации была получена эффективность более 99% для обоих типов рассматриваемых изгибов. Приведем сравнение этого результата с расчетами, полученными методами оптимизации нулевого порядка (табл. 1–2).

Табл. 1. Сравнение методов оптимизации для изгиба фотонно-кристаллического волновода на 120°

Метод	Эффективность, %		Вычислительная сложность	
Генетический алгоритм	>99		230	
Оптимизация нулевого порядка	Метод покоординатного спуска		Метод Хука–Дживса	
	Эффективность, %	Вычислительная сложность	Эффективность, %	Вычислительная сложность
Случайная точка 1	87	28	90	8
Случайная точка 2	94	31	73	5
Случайная точка 3	94	47	95	12
Случайная точка 4	86	25	75	12
Случайная точка 5	94	31	94	6

Табл. 2. Сравнение методов оптимизации для изгиба фотонно-кристаллического волновода на 60°

Метод	Эффективность, %		Вычислительная сложность	
Генетический алгоритм	>99		230	
Оптимизация нулевого порядка	Метод покоординатного спуска		Метод Хука–Дживса	
	Эффективность, %	Вычислительная сложность	Эффективность, %	Вычислительная сложность
Случайная точка 1	89	27	87	14
Случайная точка 2	88	24	99	6
Случайная точка 3	92	71	48	6
Случайная точка 4	80	20	95	14
Случайная точка 5	88	27	89	11

Для изгиба 120° можно видеть, что средняя эффективность, полученная методом покоординатного спуска, составляет 91%, что меньше результата, полученного генетическим алгоритмом, на 8%. В случае метода Хука–Дживса средняя эффективность

равна 85%, также меньше результата генетической оптимизации. Однако детерминированным методам оптимизации требуется меньшее число обращений к решению прямой задачи дифракции, чем генетическому алгоритму: вычислительная сложность алго-

ритмов покоординатного спуска и Хука–Дживса, примененных к расчету изгибов волновода, в 7,2 раза и 25 раз меньше соответственно.

Средняя эффективность для изгиба на 60°, полученная методами покоординатного спуска и Хука–Дживса, равна 87% и 84% соответственно, что на 12% и 15% меньше эффективности полученной генетической оптимизации. При этом вычислительная сложность методов покоординатного спуска и Хука–Дживса ниже по сравнению с генетическим алгоритмом в 6,7 и 23 раза соответственно.

Изгибы фотонно-кристаллических волноводов в [11] рассчитывались без учета ограничений используемой технологии изготовления. Проведем серию вычислительных экспериментов, применив описанные выше ограничения. В ходе данных экспериментов было установлено, что для технологического диапазона (описанного в пункте 2) методы оптимизации нулевого порядка для расчета волноводных изгибов

работают хуже по критерию эффективности: для изгиба на 120° и 60° средняя эффективность равна 65% и 72% соответственно, что заметно ниже, чем эффективность, полученная генетической оптимизацией (>99%).

3.2. Узел пересечения

Для узла пересечения трех фотонно-кристаллических волноводов (описанных в пункте 1.2) в [12] генетической оптимизацией получена эффективность более 99%. Данное значение было получено с учетом предположения об исключении из рассмотрения центральной каверны r_0 (рис. 1б), поэтому и в настоящей работе мы не будем рассматривать эту каверну как параметр оптимизации, то есть вектор для оптимизации имеет вид: $\{r_1, d\}$. Приведем сравнение ранее полученного генетическим алгоритмом результата с результатами расчета, полученными методами оптимизации нулевого порядка (табл. 3).

Табл. 3. Сравнение методов оптимизации для пересечения волноводов

Метод	Эффективность, %		Вычислительная сложность	
Генетический алгоритм	>99		600	
Оптимизация нулевого порядка	Метод покоординатного спуска		Метод Хука–Дживса	
	Эффективность, %	Вычислительная сложность	Эффективность, %	Вычислительная сложность
Случайная точка 1	99	40	24	21
Случайная точка 2	99	36	74	47
Случайная точка 3	99	20	81	24
Случайная точка 4	99	17	63	37
Случайная точка 5	94	39	38	16

Из таблицы можем видеть, что эффективность, полученная методом покоординатного спуска, совпадает с эффективностью работы пересечения после генетической оптимизации, при этом вычислительная сложность данного метода нулевого порядка применительно к узлу пересечения ниже в 20 раз. Оптимизируя такой элемент методом Хука–Дживса, получили среднюю эффективность 56%, что заметно меньше результата генетической оптимизации. Кроме того, для некоторых начальных приближений (строки 1, 4 и 5 табл. 3) полученная эффективность ниже, чем эффективность пересечения без оптимизации (68%).

3.3. Узел ввода излучения

Обратимся к узлу ввода излучения, описанному в пункте 1.3 настоящей работы. Для него в [12] с помощью генетического алгоритма получена эффективность 93%. Рассмотрим вектор параметров оптимизации $x = \{n_1, n_2, h_1, h_2\}$. В нем первые два параметра отмечают за количество каверн в рядах, образующих узел (рис. 1з), и могут принимать только целые значения ($n_1 \in [1, 10]$, $n_2 \in [1, 5]$ [12]). Однако рассматриваемые методы оптимизации нулевого порядка работают с непрерывными величинами. Поэтому выберем n_1 и n_2 : проварьируем по отдельности h_1/h_2 для каждого значения n_1, n_2 и рассчитаем эффективность, затем найдем,

при каких n_1 и n_2 наблюдается наибольшее ее значение. С помощью данного способа находим, что $n_1 = 8$, $n_2 = 4$. Зафиксируем эти значения при дальнейшем расчете эффективности, а вектор параметров оптимизации примет вид: $x = \{h_1, h_2\}$. Приведем сравнение ранее полученного генетическим алгоритмом в [12] результата (93% при вычислительной сложности 830) с расчетами, полученными методами оптимизации нулевого порядка. С помощью метода Хука–Дживса удалось получить эффективность на 2% выше, чем генетическим алгоритмом, при этом его вычислительная сложность в 64 раза ниже. Узел ввода излучения, рассчитанный покоординатным спуском, характеризуется средней эффективностью 85%, что ниже на 8% по сравнению с генетической оптимизацией.

3.4. Y-образный интерференционный логический элемент «HE»

В [13] с помощью генетической оптимизации была получена эффективность более 99% для Y-образного логического элемента «HE» (описанного в пункте 1.4). Приведем сравнение этого результата с расчетами, полученными методами оптимизации нулевого порядка (табл. 4).

Из таблицы видно, что методам оптимизации нулевого порядка требуется в среднем в 10 раз меньше

обращений к функции, решающей прямую задачу дифракции, чем генетическому алгоритму, однако

эффективность, полученная генетической оптимизацией, значимо выше, чем при безградиентной.

Табл. 4. Сравнение методов оптимизации для Y-образного элемента «HE»

Метод	Эффективность, %		Вычислительная сложность	
Генетический алгоритм	95		850	
Оптимизация нулевого порядка	Метод покоординатного спуска		Метод Хука–Дживса	
	Эффективность, %	Вычислительная сложность	Эффективность, %	Вычислительная сложность
Случайная точка 1	66	67	55	55
Случайная точка 2	66	74	60	99
Случайная точка 3	34	61	28	119
Случайная точка 4	65	66	39	79
Случайная точка 5	67	71	60	105

3.5. Логический элемент «HE» на фотонном кристалле с самоколлимацией

Возвращаясь к материалам пункта 1.5 настоящей работы, приведем результаты (представленные здесь впервые) моделирования и генетической оптимизации логического элемента «HE» на самоколлимирующем фотонном кристалле, расширяющие [14]. На рис. 2 показаны полученная в результате генетической оптимизации топология элемента (рис. 2а), а также дифракционные картины для сигнала логической 1 (рис. 2б) и логического 0 (рис. 2в). Сравнивая рис. 1е и рис. 2б–в, видим, что логическая единица получается путем подачи референтного сигнала на

порт А и его поворота на 90° полученным «зеркалом». На выходе В формируется сигнал, эффективность для которого составляет 84,5% (предполагается, что после пороговой обработки его можно интерпретировать как логическую единицу), что в 3 раза выше, чем для структуры без оптимизации. При этом вычислительная сложность оказалась равной 840. Логический 0 получается путем подачи как референтного сигнала на порт А, так и информационного на порт С. Тогда на выходе В имеем сигнал, интенсивность которого, отнесенная к интенсивности падающего излучения, равна 0,54. Отметим, что целью оптимизации было повышение эффективности именно сигнала логической единицы.

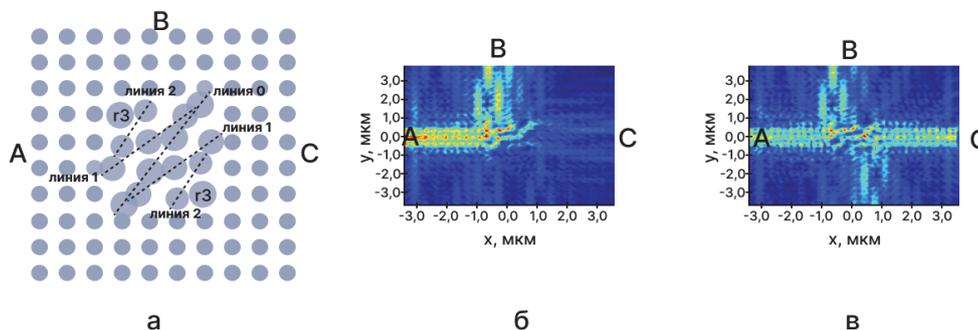


Рис. 2. Логический элемент «HE» на фотонном кристалле с самоколлимацией после оптимизации (входные сигналы подаются по горизонтали, выходной сигнал формируется вверх): (а) топология, (б) распределение квадрата модуля электрического поля для логической 1, (в) распределение квадрата модуля электрического поля для логического 0

Приведем также сравнение полученного генетическим алгоритмом результата с расчетами, полученными методами оптимизации нулевого порядка. Вычислительный эксперимент показал, что для данного элемента методы оптимизации нулевого порядка работают хуже по критерию эффективности: результат градиентной оптимизации в среднем на 16% выше. При этом детерминированным методам требуется в среднем в 11 раз меньше обращений к функции, решающей прямую задачу.

4. Метод частичного перебора для оптимизации изгиба волновода на 120°

Наряду с изложенными методами, авторы настоящей статьи предлагают еще один, заключающийся в

ограничении области перебора возможных значений параметров оптимизации, связанный с учетом численного метода решения прямой задачи. В известных работах такой прием не обнаружен.

Разобьем интервал изменения радиуса каверн с некоторым шагом h_r . Для фиксированной сетки будем изменять радиусы каверн с небольшим шагом и считать относительное отклонение δ выходной интенсивности к выходной интенсивности для изначального элемента (референтной): $\delta = (I_{out} / I_{ref}) \times 100\%$. Для определенности будем считать, что изменение радиуса не влияет на численное решение, если $\delta < 2\%$. Тогда изменение радиуса, при котором решение меняется на 2%, и будет шагом дискретизации h_r . Стоит отметить, что h_r может быть разным для разных каверн,

которые выбраны в качестве параметров оптимизации элемента. Если удастся найти такой шаг дискретизации для каждой оптимизируемой каверны в элементе и разбить исходную непрерывную область, то для оптимизации элемента можно будет применить метод частичного перебора.

Для проведения такой оптимизации воспользуемся методом покоординатного спуска (описанным в пункте 2.2 настоящей работы), в котором в качестве одномерной оптимизации переберем все значения радиуса из получившегося после дискретизации интер-

вала. Тогда в одной итерации алгоритма будет произведено количество обращений к функции расчета эффективности, равное суммарному количеству всех значений радиусов.

Рассмотрим изгиб фотонно-кристаллического волновода на 120° (рис. 1а). Найдем шаги дискретизации h_r для каждого из радиусов. Зависимость отклонения δ от радиуса показана на рис. 3. Черной точкой на рисунке отмечен референтный радиус, который соответствует радиусу каверн в исходном кристалле ($r = 183,9$ нм).

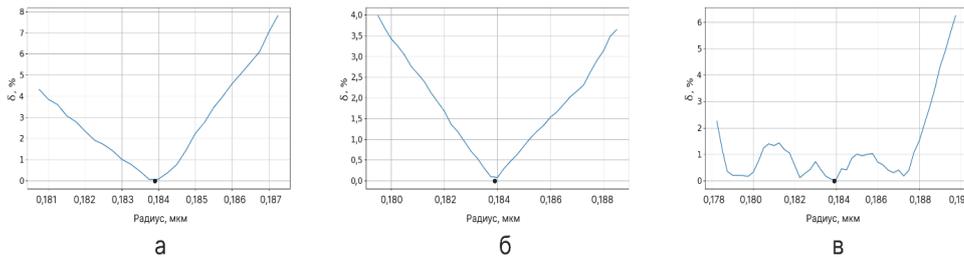


Рис. 3. Зависимость отклонения δ от радиуса (а) для r_1 (б) для r_2 (с) для r_3

Из полученных графиков можно найти шаг h_r , для которого δ изменяется в среднем на 2%: для $r_1 h_{r1} = 1$ нм, для $r_2 h_{r2} = 2$ нм, для $r_3 h_{r3} = 4$ нм. Проведем дискретизацию области для радиусов каверн ($r \in [140, 4229,5]$ нм) с данными шагами и применим алгоритм частичного перебора. После дискретизации количество значений в области поиска составляет 90, 45 и 23 значения для r_1 , r_2 и r_3 соответственно. Тогда за одну итерацию алгоритма совершается 158 обращений к функции расчета эффективности.

В качестве начального приближения для алгоритма возьмем значения радиусов исходного кристалла, а также пять случайно равномерно распределенных точек. Результаты работы алгоритма представлены в табл. 5.

Табл. 5. Результаты оптимизации с помощью частичного перебора

Начальное приближение	Эффективность, %	Вычислительная сложность
Изначальный кристалл	99,9	316
Случайная точка 1	98,3	474
Случайная точка 2	98,3	316
Случайная точка 3	99,2	158
Случайная точка 4	99,7	158
Случайная точка 5	99,7	316

Из таблицы можно видеть, что эффективность, полученная в результате частичного перебора, совпадает с эффективностью, полученной генетической оптимизацией (>99%), но при этом вычислительная сложность предложенного метода для расчета эле-

мента почти в 2 раза ниже, чем сложность генетического алгоритма.

5. Обсуждение

Возвращаясь к предположению из пункта 2, отметим, что оно частично подтвердилось, но нуждается в уточнении, а именно: методы оптимизации нулевого порядка подходят для расчета элементов, в которых излучение распространяется по прямому волноводу и для которых вектор параметров оптимизации имеет размерность, равную двум (узел пересечения и узел ввода излучения), для расчета элементов, где излучение отклоняется от прямолинейного направления (изгибы, оптические логические элементы), необходимо использование генетического алгоритма. В подтверждении сказанного обратим внимание на такие элементы, как узел пересечения и узел ввода излучения. Для них эффективности, рассчитанные детерминированными и стохастическим методом, совпадают для любого начального приближения. При этом для узла пересечения лучше работает метод покоординатного спуска, а для узла ввода – метод Хука–Дживса. Также стоит отметить, что для данных элементов вектор оптимизационных параметров содержал только две компоненты. Для изгибов фотонно-кристаллических волноводов вектор параметров оптимизации содержал три компоненты и до наложения ограничений эффективность, рассчитанная методами оптимизации нулевого порядка, оказалась в среднем ниже на 10% по сравнению с расчетами по генетическому алгоритму, и уже сильно заметна зависимость от начального приближения. При наложении ограничений, связанных с технологическими особенностями изготовления элемента, эффективность, полученная детерминированными методами, падает на 30%. Наконец, для логических элементов методы оптимизации нуле-

вого порядка оказались не применимы вовсе. Здесь также отметим, что векторы параметров оптимизации содержали 8 и 10 компонент для Y-образного элемента «HE» и для элемента «HE» на кристалле с самоколлимацией соответственно.

Кроме того, обратим внимание читателей на такой критерий сравнения подходов к оптимизации фотонно-кристаллических оптических элементов, как вычислительная сложность методов. Признаем, что для некото-

рых исследователей он может оказаться важнее обсуждаемой ранее эффективности. В настоящем исследовании вычислительные эксперименты выполнялись на двух системах: ноутбуке (процессор Intel(R) Core(TM) i5-8250U CPU @ 1.60GHz 1.80 GHz, оперативной память 16 Гб) и сервере (два процессора Intel Xeon Silver 4214R 2m4 ГГц, оперативная память 2 Тб). Приведем абсолютные времена (в минутах) работы алгоритмов на этих системах (табл. 6).

Табл. 6. Абсолютное время работы алгоритмов

Элемент	Время работы генетического алгоритма, мин.		Среднее время работы по координатного спуска, мин.		Среднее время работы метода Хука–Дживса, мин.	
	Ноутбук	Сервер	Ноутбук	Сервер	Ноутбук	Сервер
Изгиб 120°	143	57	10	4	16	6
Изгиб 60°	410	109	25	7	46	12
Пересечение	250	100	13	5	12	7
Узел ввода	691	208	7	2	11	3
Y-образный элемент «HE»	4250	1199	340	96	455	128
Элемент «HE» с самоколлимацией	3360	1680	276	138	336	168

Из табл. 6 видно, что в случае ограничения на мощность вычислительной системы (либо на время доступа к такой системе) методы оптимизации нулевого порядка предпочтительнее.

Таким образом, на основе приведенных выводов читателю предоставляется сделать выбор между точностью вычислений и временем расчетов.

Заключение

В ходе проведенного в настоящей статье сравнения методов безградиентной оптимизации (по координатного спуска и метода Хука–Дживса) со стохастическим (генетический алгоритм) на примерах изгибов фотонно-кристаллических волноведущих структур, узла пересечения трех волноводов, узла ввода излучения и логических элементов «HE» с Y-образным дефектом и на кристалле с самоколлимацией сделаны следующие выводы:

- 1) методы оптимизации нулевого порядка подходят для расчета элементов, в которых излучение распространяется по прямому волноводу и для которых вектор параметров оптимизации имеет размерность, равную двум (узел пересечения и узел ввода излучения), для расчета элементов, где излучение отклоняется от прямолинейного направления (изгибы, оптические логические элементы), необходимо использование генетического алгоритма;
- 2) критерием выбора метода решения обратной задачи может считаться также вычислительная сложность метода, измеряемая здесь количеством обращений к решению прямой задачи;
- 3) к известным методам ограничения возможных решений обратной задачи авторы добавили новый

связанный с учетом численного метода решения прямой задачи. Так, в случае изгиба фотонно-кристаллического волновода на 120° полученная предложенным методом топология характеризуется передачей излучения практически без потерь, при этом вычислительная сложность метода в 2 раза меньше, чем у генетического алгоритма.

Отметим, что при рассмотрении задачи синтеза фотонно-кристаллических элементов как инженерной проблема снижения вычислительной сложности расчета одного образца, подлежащего далее многократному копированию, перестает быть первоочередной. С этой точки зрения можно признать генетический алгоритм предпочтительным.

Развитием предложенного подхода авторы видят поиск первого приближения для генетического алгоритма с помощью детерминированных методов оптимизации.

Благодарности

Работа проведена в рамках государственного задания НИЦ «Курчатовский институт».

References

- [1] Ehsan V, Mahmood S, Saeed O. Design and numerical analysis of multifunctional photonic crystal logic gates. *Opt Laser Technol* 2022; 151(20): 108068. DOI: 10.1016/j.optlastec.2022.108068.
- [2] Takiguchi M, Takemura N, Tateno K. All-optical InAsP/InP Nanowire Switches Integrated in a Si photonic crystal. *ACS Photonics* 2020; 7(4): 1016-1021. DOI: 10.1021/acsp Photonics.9b01705.
- [3] Foroughifar A, Saghaei H, Veisi E. Design and analysis of a novel four-channel optical filter using ring resonators and line defects in photonic crystal microstructure. *Opt Quan-*

- tum Electron 2021; 53(2): 101. DOI: 10.1007/s11082-021-02743-z.
- [4] Heshmati MMK, Emami F. Optimized design and simulation of optical section in electro-reflective modulators based on photonic crystals integrated with multi-quantum-well structures. *Optics* 2023; 4(1): 227-245. DOI: 10.3390/opt4010016.
- [5] Watanabe Y, Sugimoto Y, Ikeda N, Ozaki N, Mizutani A, Takata Y, Kitagawa Y, Asakawa K. Broadband waveguide intersection with low-crosstalk in two-dimensional photonic crystal circuits by using topology optimization. *Opt Express* 2006; 14(20): 9502-9507. DOI: 10.1364/OE.14.009502.
- [6] Watanabe Y, Ikeda N, Sugimoto Y, Takata Y. Topology optimization of waveguide bends with wide, flat bandwidth in air-bridge-type photonic crystal slabs. *J Appl Phys* 2007; 101(11): 113108. DOI: 10.1063/1.2739317.
- [7] Shen B, Wang P, Polson R. An integrated-nanophotonics polarization beamsplitter with $2.4 \times 2.4 \mu\text{m}^2$ footprint. *Nat Photonics* 2015; 9: 378-382. DOI: 10.1038/nphoton.2015.80.
- [8] Liyong J, Hong W, Wei J, Xiangyin L. Optimization of low-loss and wide-band sharp photonic crystal waveguide bends using the genetic algorithm. *Optik* 2013; 124(14): 1721-1725. DOI: 10.1016/j.ijleo.2012.06.005.
- [9] Liyong J, Haipeng L, Wei J, Xiangyin L, Zexiang S. Genetic optimization of photonic crystal waveguide termination for both on-axis and off-axis highly efficient directional emission. *Opt Express* 2009; 17(12): 10126-10135. DOI: 10.1364/OE.17.010126.
- [10] Hang K, Pengcheng S, Peili L, Weihua S. Photonic crystal broadband y-shaped 1×2 beam splitter inversely designed by genetic algorithm. *Opt Eng* 2023; 62(6): 065106. DOI: 10.1117/1.OE.62.6.065106.
- [11] Pevneva AG, Kalinkina ME. Optimization methods [In Russian]. Saint-Petersburg: "ITMO University" Publisher; 2020.
- [12] Nelder JA, Mead R. A simplex method for function minimization. *Comput J* 1965; 7(4): 308-313. DOI: 10.1093/comjnl/7.4.308.
- [13] McKinnon KIM. Convergence of the Nelder-Mead simplex method to a nonstationary point. *SIAM J Optim* 1998; 9(1): 148-158. DOI: 10.1137/S1052623496303482.
- [14] Krivosheeva YY, Golovashkin DL. Design of waveguide photonic-crystal structures with bends using a genetic algorithm [In Russian]. *Proc XVII Int Conf on Mathematical and Computer Modeling of Natural-Science and Social Problems, Penza, Russia, 1-4 June 2023*: 151-156.
- [15] Krivosheeva YY, Golovashkin DL, Pavelyev VS. Design of the intersection node of photonic crystal waveguides using a genetic algorithm. *2024 X Int Conf on Information Technology and Nanotechnology (ITNT), Samara, Russian Federation 2024*: 1-5. DOI: 10.1109/ITNT60778.2024.10582340.
- [16] Pavelyev VS, Krivosheeva YY, Golovashkin DL. Genetic optimization of the y-shaped photonic crystal NOT logic gate. *Photonics* 2023; 10(10): 1173. DOI: 10.3390/photonics10101173.
- [17] Sun X-W, Yang X-L, Meng X-F, Zhu J-N, Wang Y-R, Yin Y-K, Dong G-Y. Design and analysis of logic NOR, NAND and XNOR gates based on the interference effect. *Quantum Electron* 2018; 48(2): 178-183. DOI: 10.1070/QEL16452.
- [18] Kosaka H, Kawashima T, Tomita A, Notomi M, Tamamura T, Sato T, Kawakami S. Self-collimating phenomena in photonic crystals. *Appl Phys Lett* 1999; 74 (9): 1212-1214. DOI: 10.1063/1.123502.
- [19] Johnson S, Manolatu C, Fan S, Villeneuve C, Joannopoulos J, Haus H. Elimination of cross talk in waveguide intersections. *Opt Lett* 1998; 23(23): 1855-1857. DOI: 10.1364/OL.23.001855.
- [20] Gilarlue MM, Badri SH. Photonic crystal waveguide intersection design based on Maxwell's fish-eye lens. *Photonics Nanostruct Fundam Appl* 2018; 31: 154-159. DOI: 10.1016/j.photonics.2018.08.001.
- [21] Xue Y, Hu Y, Meng D. Design and research of logic gate based on photonic crystal self-collimation effect. *Proc SPIE* 2022; 12162: 1216203. DOI: 10.1117/12.2628068.
- [22] Attetkov AV, Galkin SV, Zarubin VS. The Hook-Jeeves method: Optimization methods [In Russian]. Moscow: Publishing House of Bauman Moscow State Technical University; 2003.
- [23] Brent RP. Algorithms for minimization without derivatives. Chap 4: An algorithm with guaranteed convergence for finding a zero of a function. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall; 1973. ISBN: 0-486-41998-3.
- [24] Jebari K, Madiafi M, Elmoujahid A. Parent selection operators for genetic algorithms. *Int J Eng Res Technol* 2013; 2(11): 1141-1145.
- [25] Soshnikov DV, Golovashkin DL, Pavelyev VS. Evaluation of the influence of technological manufacturing errors on the operation of photonic-crystal waveguides [In Russian]. *Proc XVII Int Conf on Analytical and Numerical Methods of Modelling of Natural Science and Social Problems, Penza, Russia, 28 November-4 December 2022*: 128-133.
- [26] Pavelyev VS. Stochastic approach to quantized diffractive optical elements optimization [In Russian]. *Izvestiya of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences* 2002; 1: 61-67.

Сведения об авторах

Кривошеева Юлиана Юрьевна аспирант кафедры прикладных математики и физики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва. Область научных интересов: моделирование оптических элементов на фотонных кристаллах и их оптимизация.

E-mail: krivosheeva.yuyu@ssau.ru

Головашкин Димитрий Львович, д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой прикладных математики и физики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва, ведущий научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт». Область научных интересов: FDTD-метод, векторные и матричные вычисления, математическое моделирование оптических элементов и устройств нанофотоники.

E-mail: golovashkin.dl@ssau.ru

Павельев Владимир Сергеевич, д.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой наноинженерии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королёва; главный научный сотрудник Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт». Область научных интересов: дифракционная микрооптика и оптические волноводы, нанофотоника и синтез оптических метаматериалов, технологии формирования микро- и наноструктур.

E-mail: nano@ssau.ru

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 09 сентября 2024 г. Окончательный вариант – 30 сентября 2024 г.

Comparison of two approaches to the design of interference optical elements on photonic crystal structures

Yu.Yu. Krivosheeva ¹, D.L. Golovashkin ^{1,2}, V.S. Pavelyev ^{1,2}

¹Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34;

²Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute",
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151

Abstract

Using examples of photonic crystal interference optical elements such as bends of waveguide structures, an intersection of three waveguides, a radiation input node, a Y-shaped logical gate NOT, and a logical gate NOT on a crystal with self-collimation, we discuss two approaches to the synthesis of integrated optics elements: non-stochastic methods of gradient-free optimization (zero-order optimization methods) and a genetic algorithm. Both approaches involve solving the direct diffraction problem using the FDTD method. We conclude that these approaches are suited for designing photonic crystal optical elements: a comparison of the calculated results in terms of the efficiency criterion demonstrates an advantage of the author's modified genetic algorithm over the coordinate descent and Hooke-Jeeves methods for elements in which radiation does not propagate along a straight path. Meanwhile for elements that conduct radiation along a straight waveguide, zero-order optimization methods provide the same efficiency as genetic optimization (more than 99%), while the computational complexity of these methods is lower. Particular attention is paid to the analysis of the "partial enumeration" method. Using the example of a photonic crystal waveguide with a 120°-bending, it is shown that the element designed using this method is characterized by virtually lossless radiation transmission, while its computational complexity is 2 times lower than that of the genetic algorithm.

Keywords: photonic crystals, interference optical elements, genetic algorithm, optimization methods.

Citation: Krivosheeva YY, Golovashkin DL, Pavelyev VS. Comparison of two approaches to the design of interference optical elements on photonic crystal structures. *Computer Optics* 2025; 49(4): 549-559. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1603.

Acknowledgements: The work was carried out within a government project of NRC "Kurchatov Institute".

Author's information

Yuliana Yuryevna Krivosheeva, postgraduate student of the Department of Applied Mathematics and Physics, Samara National Research University. Research interests: modeling of optical elements on photonic crystals and their optimization. E-mail: krivosheeva.yuyu@ssau.ru

Dimitry Lvovich Golovashkin, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Applied Mathematics and Physics, Samara National Research University, leading researcher at the Laboratory of Diffraction Optics, Institute of Image Processing Systems, National Research Center "Kurchatov Institute". Research interests: FDTD method, vector and matrix calculations, mathematical modeling of optical elements and nanophotonics devices. E-mail: golovashkin.dl@ssau.ru

Vladimir Sergeevich Pavelyev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Nanoengineering, Samara National Research University; Chief Researcher at the Institute of Image Processing Systems, National Research Center "Kurchatov Institute". Research interests: diffraction micro-optics and optical waveguides, nanophotonics and synthesis of optical metamaterials, technologies for the formation of micro- and nanostructures. E-mail: nano@ssau.ru

Received September 09, 2024. The final version – September 30, 2024.
