

Оптическое вычисление оператора дивергенции при отражении векторного пучка от слоистой металлодиэлектрической структуры

А.И. Кашапов^{1,2}, Л.Л. Досколович^{1,2}, Е.А. Безус^{1,2}, Д.А. Быков^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт»,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Теоретически описано оптическое вычисление оператора дивергенции для двумерного векторного поля, состоящего из поперечных компонент электрического поля светового пучка, падающего на слоистую структуру. В качестве примера слоистой структуры, вычисляющей данный оператор в отражении, предложена четырехслойная металлодиэлектрическая структура на металлической подложке. Представленные результаты численного моделирования рассчитанной слоистой структуры показывают вычисление оператора дивергенции с высоким качеством и демонстрируют возможность применения структуры для анализа поляризационных сингулярностей векторных пучков.

Ключевые слова: аналоговые оптические вычисления, слоистая структура, передаточная функция, резонанс, оптический аналог спинового эффекта Холла.

Цитирование: Кашапов, А.И. Оптическое вычисление оператора дивергенции при отражении векторного пучка от слоистой металлодиэлектрической структуры / А.И. Кашапов, Л.Л. Досколович, Е.А. Безус, Д.А. Быков // Компьютерная оптика. – 2025. – Т. 49, № 6. – С. 885-892. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1658.

Citation: Kashaпов AI, Doskolovich LL, Bezus EA, Bykov DA. Optical computation of the divergence operator upon reflection of a vector beam from a layered metal-dielectric structure. Computer Optics 2025; 49(6): 885-892. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1658.

Введение

В настоящее время наблюдается большой интерес к разработке структур фотоники для аналоговых оптических вычислений. Такие структуры позволяют осуществлять вычисления «со скоростью света» и поэтому рассматриваются в качестве новой элементной базы, призванной обеспечить дальнейшее развитие вычислительных систем за счет создания альтернативы электронным компонентам или дополнения к ним [1 – 3]. Большое внимание в области аналоговых оптических вычислений уделяется разработке компактных структур фотоники для оптического дифференцирования оптических сигналов (по времени, по пространственным координатам, а также в пространственно-временной области) [3 – 20]. Помимо операции дифференцирования, большой интерес представляет оптическая реализация различных дифференциальных операторов [2, 21 – 26], например, оператора Лапласа [2, 21 – 24], который может быть использован для оптического выделения контуров на изображении.

Одним из базовых дифференциальных операторов является оператор дивергенции. Оптическое вычисление данного оператора, в частности, представляет интерес в области анализа структуры цилиндрических векторных пучков и определения поляризационных сингулярностей [25]. В то же время существует всего две теоретические работы, посвященные оптическому вычислению указанного оператора [25, 26]. Поясним,

как следует понимать оптическое вычисление оператора дивергенции с помощью структуры фотоники. Рассмотрим световой пучок, у которого поляризация в каждой точке плоскости, перпендикулярной направлению распространения пучка, является линейной. С таким пучком можно ассоциировать двумерное векторное поле, задаваемое двумя поперечными компонентами электрического поля. Для оптического вычисления оператора дивергенции требуется, чтобы структура фотоники в отражении (или в пропускании) формировала световой пучок, у которого одна из компонент электрического поля была бы пропорциональна дивергенции указанного двумерного поля, связанного с падающим пучком. В работе [25] для оптического вычисления оператора дивергенции была предложена достаточно сложная структура, состоящая из фазовой пластинки и резонансной плазмонной дифракционной решетки со слоем графена. При этом вычисление оператора дивергенции осуществлялось в отражении за счет совместного использования резонансного эффекта возбуждения плазмонной моды решетки и оптического аналога эффекта Холла. В работе [26] для вычисления дивергенции было предложено использовать тетраэдр из диэлектрического материала с нанесенными на грани металлическими слоями. При этом вычисление дивергенции осуществлялось за счет эффектов плазмонного резонанса при последовательном отражении падающего пучка от граней тетраэдра. К сожалению, в работе [26] не представлены численные

расчеты, демонстрирующие качество вычисления данного оператора.

В настоящей статье теоретически описано оптическое вычисление оператора дивергенции с помощью слоистой структуры. Аналогично работе [25], вычисление оператора дивергенции основано на совместном использовании эффекта оптического резонанса, обеспечивающего нуль отражения, и оптического аналога эффекта Холла. В качестве примера слоистой структуры, реализующей указанную операцию, предложена четырехслойная металлодиэлектрическая структура. Представленные результаты численного моделирования рассчитанной слоистой структуры показывают вычисление оператора дивергенции с высоким качеством. По мнению авторов настоящей статьи, предложенная для вычисления оператора дивергенции четырехслойная структура является значительно более простой по сравнению со структурой из работы [25], состоящей из резонансной плазмонной решетки со слоем графена и фазовой пластинки. Предложенная структура также является значительно более компактной по сравнению со структурой из работы [26] в виде диэлектрического тетраэдра с металлизированными гранями.

Настоящая работа организована следующим образом. В параграфе 1 приведено теоретическое описание дифракции трехмерного светового пучка на слоистой структуре и получена векторная передаточная функция, описывающая преобразование компонент электрического поля падающего пучка, происходящее при отражении от структуры. В параграфе 2 получены условия, требуемые для вычисления оператора дивергенции в одной из поперечных компонент поля отраженного пучка. В параграфах 3 и 4 рассмотрен расчет слоистой металлодиэлектрической структуры, удовлетворяющей данным условиям, и представлены результаты численного моделирования данной структуры.

1. Описание дифракции трехмерного светового пучка на слоистой структуре

1.1. Представление падающего пучка с заданными поперечными компонентами электрического поля

Рассмотрим монохроматический световой пучок, наклонно падающий на слоистую структуру под углом θ (рис. 1). Для описания дифракции пучка на слоистой структуре падающий пучок удобно представить в повернутой на угол θ системе координат $(x_{inc}, y_{inc}, z_{inc})$ в

$$\mathbf{A}_{TM}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = \frac{1}{|\mathbf{k}_{\perp}|} \begin{bmatrix} -k_{x,inc}k_{z,inc} \cos \theta + (k_{y,inc}^2 + k_{z,inc}^2) \sin \theta \\ -k_{y,inc}(k_{z,inc} \cos \theta + k_{x,inc} \sin \theta) \\ (k_{y,inc}^2 + k_{z,inc}^2) \cos \theta - k_{x,inc}k_{z,inc} \sin \theta \end{bmatrix},$$

где

$$|\mathbf{k}_{\perp}| = \sqrt{k_{y,inc}^2 + (k_{x,inc} \cos \theta - k_{z,inc} \sin \theta)^2} \quad (4)$$

обозначает модуль вектора $\mathbf{k}_{\perp} = (k_x, k_y)$, получаемого из волнового вектора \mathbf{k}_{inc} при переходе в глобальную

базисе плоских волн, имеющих в глобальной системе координат $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ТМ- и ТЕ-поляризацию (от англ. transverse magnetic и transverse electric) [11, 24]. В этой системе координат падающий пучок распространяется против оси z_{inc} . Далее систему координат $\mathbf{r}_{inc} = (x_{inc}, y_{inc}, z_{inc})$ будем называть системой координат падающего пучка. При этом координаты векторов в двух рассматриваемых системах координат связаны следующим преобразованием поворота:

$$\mathbf{r}_{inc}^T = \mathbf{R}_y \mathbf{r}^T = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где \mathbf{R}_y – матрица поворота.

$$\mathbf{E}_{inc,\perp} = (E_{inc,x}, E_{inc,y})$$

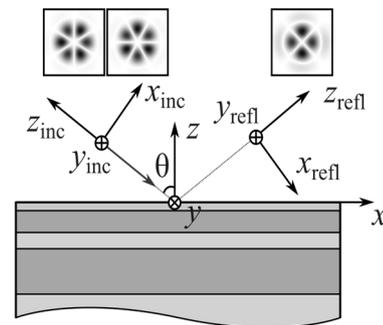


Рис. 1. Геометрия задачи дифракции трехмерного пучка на слоистой структуре

Для представления падающего пучка в базисе плоских волн запишем сначала уравнение плоской волны в системе координат падающего пучка. В данной системе координат вектор $\mathbf{E}_{TM,TE}(\mathbf{r}_{inc}, \mathbf{k}_{inc})$ электрического поля плоской волны с волновым вектором $\mathbf{k}_{inc} = (k_{x,inc}, k_{y,inc}, k_{z,inc})$, имеющей ТМ- или ТЕ-поляризацию в глобальной системе координат $\mathbf{r} = (x, y, z)$, может быть получен из уравнений Максвелла в виде [11]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{TM,TE}(\mathbf{r}_{inc}, \mathbf{k}_{inc}) &= \mathbf{A}_{TM,TE}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) \exp(i\mathbf{k}_{inc} \cdot \mathbf{r}_{inc}) = \\ &= \mathbf{A}_{TM,TE}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) \exp(i\mathbf{k}_{\perp,inc} \mathbf{r}_{\perp,inc} + ik_{z,inc} z_{inc}), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{k}_{\perp,inc} = (k_{x,inc}, k_{y,inc})$ – вектор из поперечных компонент волнового вектора, $\mathbf{r}_{\perp,inc} = (x_{inc}, y_{inc})$, а векторы $\mathbf{A}_{TM,TE}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ представляют амплитуды ТМ- и ТЕ-поляризованных волн и имеют вид

$$\mathbf{A}_{TE}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = \frac{1}{|\mathbf{k}_{\perp}|} \begin{bmatrix} -k_0 k_{y,inc} \cos \theta \\ k_0 (k_{x,inc} \cos \theta - k_{z,inc} \sin \theta) \\ k_0 k_{y,inc} \sin \theta \end{bmatrix}, \quad (3)$$

систему координат: $\mathbf{k}^T = \mathbf{R}_y^T \mathbf{k}_{inc}^T$. Отметим, что компоненты волнового вектора \mathbf{k}_{inc} в (2) – (4) удовлетворяют дисперсионному уравнению плоской волны $k_{x,inc}^2 + k_{z,inc}^2 = k_0^2 \epsilon_{sup}$, где $k_0 = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны, ϵ_{sup} – диэлектрическая проницаемость среды. Отметим также, что векторы $\mathbf{A}_{TM,TE}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ в

(2), (3) мы рассматриваем как функции только от поперечных компонент волнового вектора $\mathbf{k}_{\perp,inc} = (k_{x,inc}, k_{y,inc})$, так как оставшаяся z -компонента выражается через них: $k_{z,inc} = \pm \sqrt{k_0^2 \epsilon_{sup} - \mathbf{k}_{\perp,inc}^2}$. При этом знаки \pm в выражении для $k_{z,inc}$ соответствуют волнам, распространяющимся в положительном и отрицательном направлениях оси z_{inc} .

Далее представим падающий световой пучок, распространяющийся против оси z_{inc} в системе координат падающего пучка $\mathbf{r}_{inc} = (x_{inc}, y_{inc}, z_{inc})$, в виде суперпозиции ТМ- и ТЕ-волн:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{inc}(\mathbf{r}_{inc}) = & \iint G_{TM}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) \mathbf{A}_{TM}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) \times \\ & \times \exp(i\mathbf{k}_{\perp,inc} \mathbf{r}_{\perp,inc} - iz_{inc} \sqrt{k_0^2 \epsilon_{sup} - \mathbf{k}_{\perp,inc}^2}) d\mathbf{k}_{\perp,inc} + \\ & + \iint G_{TE}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) \mathbf{A}_{TE}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) \times \\ & \times \exp(i\mathbf{k}_{\perp,inc} \mathbf{r}_{\perp,inc} - iz_{inc} \sqrt{k_0^2 \epsilon_{sup} - \mathbf{k}_{\perp,inc}^2}) d\mathbf{k}_{\perp,inc}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $G_{TM}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ и $G_{TE}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ – спектры падающего пучка, представляющие амплитуды ТМ- и ТЕ-поляризованных плоских волн, образующих пучок. Отметим, что поскольку падающий пучок распространяется против оси z_{inc} , то компонента $k_{z,inc}$ в компонентах векторов $\mathbf{A}_{TM}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$, $\mathbf{A}_{TE}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ берется со знаком минус, т.е. $k_{z,inc} = -\sqrt{k_0^2 \epsilon_{sup} - \mathbf{k}_{\perp,inc}^2}$.

В общем случае за счет выбора спектров $G_{TM}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ и $G_{TE}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ можно задать две требуемые компоненты электромагнитного поля. Будем считать, что в плоскости $z_{inc} = 0$ поперечные компоненты электрического поля $E_{inc,x}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0)$ и $E_{inc,y}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0)$ являются заданными и имеют вид:

$$\begin{aligned} E_{inc,x}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0) = & \iint G_x(\mathbf{k}_{\perp,inc}) \times \\ & \times \exp(i\mathbf{k}_{\perp,inc} \mathbf{r}_{\perp,inc}) d\mathbf{k}_{\perp,inc}, \\ E_{inc,y}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0) = & \iint G_y(\mathbf{k}_{\perp,inc}) \times \\ & \times \exp(i\mathbf{k}_{\perp,inc} \mathbf{r}_{\perp,inc}) d\mathbf{k}_{\perp,inc}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $G_x(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ и $G_y(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ – спектры указанных компонент, которые мы также считаем заданными. В этом случае спектры $G_{TM}(\mathbf{k}_{\perp})$, $G_{TE}(\mathbf{k}_{\perp})$, обеспечивающие

$$\mathbf{E}_{refl}(\mathbf{r}_{refl}) = \iint [\Theta_x(\mathbf{k}_{\perp,inc}) G_x(\mathbf{k}_{\perp,inc}) + \Theta_y(\mathbf{k}_{\perp,inc}) G_y(\mathbf{k}_{\perp,inc})] \exp(i\mathbf{k}_{\perp,inc} \mathbf{r}_{\perp,refl} + iz_{refl} \sqrt{k_0^2 \epsilon_{sup} - \mathbf{k}_{\perp,inc}^2}) d\mathbf{k}_{\perp,inc}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \Theta_x(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = & g_{TM,x}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) \mathbf{A}_{TM}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) R_{TM}(\mathbf{k}_{\perp}(\mathbf{k}_{\perp,inc})) + g_{TE,x}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) \mathbf{A}_{TE}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) R_{TE}(\mathbf{k}_{\perp}(\mathbf{k}_{\perp,inc})), \\ \Theta_y(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = & g_{TM,y}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) \mathbf{A}_{TM}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) R_{TM}(\mathbf{k}_{\perp}(\mathbf{k}_{\perp,inc})) + g_{TE,y}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) \mathbf{A}_{TE}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) R_{TE}(\mathbf{k}_{\perp}(\mathbf{k}_{\perp,inc})). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь функции $g_{TM,x}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$, $g_{TM,y}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ и $g_{TE,x}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$, $g_{TE,y}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ заданы уравнением (8), а векторы $\mathbf{A}_{TM}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$, $\mathbf{A}_{TE}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ имеют вид (3), где $k_{z,inc} = +\sqrt{k_0^2 \epsilon_{sup} - \mathbf{k}_{\perp,inc}^2}$.

Из формул (6), (10), (11) следует, что компоненты электрического поля отраженного пучка при $z_{refl} = 0$ соответствуют сумме преобразований поперечных компонент электрического поля падающего пучка $E_{inc,x}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0)$ и $E_{inc,y}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0)$, осуществляемых линей-

требуемый вид поперечных компонент электрического поля, несложно получить из (5) и (2), (3) в виде:

$$\begin{aligned} G_{TM}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = & g_{TM,x}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) G_x(\mathbf{k}_{\perp,inc}) + \\ & + g_{TM,y}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) G_y(\mathbf{k}_{\perp,inc}), \\ G_{TE}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = & g_{TE,x}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) G_x(\mathbf{k}_{\perp,inc}) + \\ & + g_{TE,y}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) G_y(\mathbf{k}_{\perp,inc}), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} g_{TM,x}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = & \frac{-k_{x,inc} \cos \theta + k_{z,inc} \sin \theta}{k_{z,inc} |\mathbf{k}_{\perp}|}, \\ g_{TM,y}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = & \frac{-k_{y,inc} \cos \theta}{k_{z,inc} |\mathbf{k}_{\perp}|}, \\ g_{TE,x}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = & -\frac{k_{y,inc} (k_{x,inc} \sin \theta + k_{z,inc} \cos \theta)}{k_0 k_{z,inc} |\mathbf{k}_{\perp}|}, \\ g_{TE,y}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = & \frac{k_{x,inc} k_{z,inc} \cos \theta + (k_{x,inc}^2 - k_0^2 \epsilon_{sup}) \sin \theta}{k_0 k_{z,inc} |\mathbf{k}_{\perp}|}. \end{aligned} \quad (8)$$

1.2. Преобразование пучка при отражении от структуры

При отражении падающего пучка от слоистой структуры амплитуды ТМ- и ТЕ-волн, образующих пучок, умножаются на коэффициенты отражения $R_{TM}(\mathbf{k}_{\perp})$ и $R_{TE}(\mathbf{k}_{\perp})$ соответственно, где $\mathbf{k}_{\perp} = (k_x, k_y)$ – тангенциальные компоненты волнового вектора в глобальной системе координат, рассчитываемые из формулы $\mathbf{k}^T = \mathbf{R}_y^T \mathbf{k}_{inc}^T$. Из данной формулы получим

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{\perp} = \mathbf{k}_{\perp}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = & (k_{x,inc} \cos \theta + \\ & + \sin \theta \sqrt{k_0^2 \epsilon_{sup} - k_{x,inc}^2 - k_{y,inc}^2}, k_{y,inc}). \end{aligned} \quad (9)$$

В системе координат отраженного пучка $\mathbf{r}_{refl} = (x_{refl}, z_{refl})$, где $\mathbf{r}_{\perp,refl} = (x_{refl}, y_{refl})$ (рис. 1), поперечные компоненты $\mathbf{k}_{\perp,inc}$ волновых векторов падающих волн при отражении не изменяются, а компонента $k_{z,inc}$ меняет знак, поскольку отраженный пучок распространяется в положительном направлении оси z_{refl} . Таким образом, с учетом (7), отраженный пучок в системе координат $\mathbf{r}_{refl} = (\mathbf{r}_{\perp,refl}, z_{refl})$ можно представить в виде

ными системами с векторными передаточными функциями (ПФ) $\Theta_x(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ и $\Theta_y(\mathbf{k}_{\perp,inc})$, заданными формулами (11).

2. Теоретические условия для вычисления оператора дивергенции

В данном параграфе мы получим условия, которые требуются для оптического вычисления оператора дивергенции двумерного векторного поля, образованного из поперечных компонент электрического поля

падающего пучка $E_{inc,x}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0)$, $E_{inc,y}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0)$. Для определенности рассмотрим вычисление дивергенции в x -компоненте электрического поля отраженного пучка. Будем предполагать, что спектры падающего пучка $G_x(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ и $G_y(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ сосредоточены в окрестности точки $\mathbf{k}_{\perp,inc} = (0, 0)$ ($\mathbf{k}_{\perp}((0, 0)) = (k_{x,0}, 0)$), где $k_{x,0} = k_0 \sqrt{\epsilon_{sup}} \sin \theta$, так что ПФ (11) в этой окрестности могут быть аппроксимированы их разложением в ряд Тейлора до линейных членов. Разложим первые компоненты ПФ (11), описывающие формируемую x -компоненту электрического поля отраженного пучка, в ряд Тейлора до линейных членов и получим

$$\Theta_{x,E_x}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) \approx \Theta_{x,lin,E_x}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = R_{TM}(\mathbf{k}_{\perp}(0)) + c_x k_{x,inc}, \quad (12)$$

$$\Theta_{y,E_x}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) \approx \Theta_{y,lin,E_x}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = c_y k_{y,inc}, \quad (13)$$

где

$$c_x = \cos \theta \frac{\partial R_{TM}}{\partial k_{x,inc}}(\mathbf{k}_{\perp}(0)), \quad (14)$$

$$c_y = \frac{\cot \theta}{k_0 \sqrt{\epsilon_{sup}}} (R_{TM}(\mathbf{k}_{\perp}(0)) - R_{TE}(\mathbf{k}_{\perp}(0))).$$

Из (6) легко видеть, что линейные по $k_{x,inc}$ и $k_{y,inc}$ слагаемые в ПФ (12), (13) описывают дифференцирование поперечных компонент электрического поля падающего пучка по переменным x_{inc} и y_{inc} . Таким образом, в линейном приближении (12), (13) слоистая структура реализует следующее преобразование в x -компоненте электрического поля отраженного пучка:

$$E_{refl,x}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0) = R_{TM}(\mathbf{k}_{\perp}(0))E_{inc,x}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0) - ic_x \frac{\partial E_{inc,x}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0)}{\partial x_{inc}} - ic_y \frac{\partial E_{inc,y}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0)}{\partial y_{inc}}. \quad (15)$$

Из (15) легко видеть, что если коэффициент отражения слоистой структуры $R_{TM}(\mathbf{k}_{\perp}(0))$ обращается в нуль и $c_x = c_y$, то преобразование (15), осуществляемое в x -компоненте электрического поля отраженного пучка, описывает (с точностью до постоянного множителя) вычисление оператора дивергенции для двумерного векторного поля ($E_{inc,x}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0)$, $E_{inc,y}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0)$):

$$E_{refl,x}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0) = -ic_x \left(\frac{\partial E_{inc,x}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0)}{\partial x_{inc}} + \frac{\partial E_{inc,y}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0)}{\partial y_{inc}} \right). \quad (16)$$

Отметим, что второе слагаемое в (16), соответствующее производной кросс-поляризованной компоненты $E_{inc,y}(\mathbf{r}_{\perp,inc}, 0)$, можно рассматривать как проявление оптического аналога спинового эффекта Холла [27, 28]. При этом условие нулевого отражения $R_{TM}(\mathbf{k}_{\perp}(0)) = 0$ связано, как правило, с резонансными эффектами возбуждения собственных мод слоистой структуры [9 – 11]. Таким образом, вычисление оператора дивергенции может быть осуществлено за счет

совместного использования оптического аналога спинового эффекта Холла и резонансного эффекта, обеспечивающего нуль отражения.

3. Металлодиэлектрическая слоистая структура для вычисления оператора дивергенции

Как показано в предыдущем параграфе, для вычисления оператора дивергенции необходимо выполнение условия нулевого отражения $R_{TM}(\mathbf{k}_{\perp}(0)) = 0$ и условия $c_x = c_y$, которое с учетом (14) принимает вид

$$\cos \theta \frac{\partial R_{TM}}{\partial k_{x,inc}}(k_{\perp}(0)) = \frac{\cot \theta}{k_0 \sqrt{\epsilon_{sup}}} R_{TE}(k_{\perp}(0)). \quad (17)$$

Отметим, что в общем случае металлодиэлектрической слоистой структуры коэффициенты отражения $R_{TM}(\mathbf{k}_{\perp})$ и $R_{TE}(\mathbf{k}_{\perp})$ и, соответственно, их производные являются комплексными величинами. Поэтому условие (17) на самом деле представляет собой два уравнения, описывающих равенства действительных и мнимых частей комплексных величин, входящих в левую и правую части уравнения (17). Таким образом, используемая слоистая структура должна не только обеспечить условие нуля отражения $R_{TM}(\mathbf{k}_{\perp}(0)) = 0$, но и иметь как минимум два дополнительных свободных параметра для возможности выполнения условия (17).

По мнению авторов данной статьи, одной из наиболее простых слоистых структур, в которой можно получить нулевое отражение, является структура «металл-диэлектрик-металл» (рис. 2а), состоящая из верхнего металлического слоя (толщина $h_{m,1}$, диэлектрическая проницаемость $\epsilon_{m,1}$) и расположенного под ним диэлектрического слоя (толщина $h_{d,1}$, диэлектрическая проницаемость ϵ_d) на металлической подложке (диэлектрическая проницаемость ϵ_{sub}). Нуль отражения в данной структуре достигается благодаря формированию резонанса Фабри–Перо при выполнении условий т.н. критической связи (англ. critical coupling). Важно отметить, что нуль отражения в данной структуре можно получить при любых заданных параметрах падающей волны (длине волны λ , угле падения θ , ТМ- или ТЕ-поляризации) за счет выбора толщин $h_{m,1}$ и $h_{d,1}$ металлического и диэлектрического слоев [9, 10].

Указанная простая двухслойная структура позволяет получить нуль отражения, необходимый для вычисления оператора дивергенции, но не имеет двух свободных параметров, требуемых для выполнения второго необходимого условия $c_x = c_y$, задаваемого уравнением (17). В связи с этим для вычисления дивергенции предлагается использовать четырехслойную структуру, содержащую дополнительные металлический и диэлектрический слои (рис. 2б). Толщины данных слоев $h_{m,2}$, $h_{d,2}$ как раз и будут требуемыми свободными параметрами.

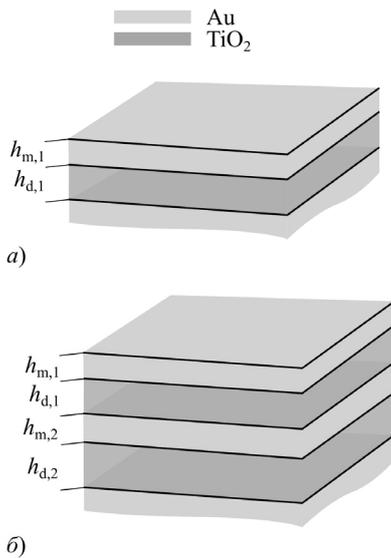


Рис. 2. Геометрия двухслойной металлодиэлектрической структуры (а) и четырехслойной структуры, используемой для вычисления оператора дивергенции (б)

Для исследования были выбраны четырехслойные структуры вида “Au–TiO₂–Au–TiO₂” (т.е. состоящие из двух пар слоя золота и слоя диоксида титана) на подложке (оптически толстом слое) из золота (рис. 2б). При этом предполагалось, что над структурой находится воздух ($\epsilon_{sup} = 1$). Для проверки возможности выполнения условия (17) при различных значениях толщин $h_{m,2}$, $h_{d,2}$ нижних металлического и диэлектрического слоев, заданных на некоторой двумерной сетке, рассчитывались четырехслойные структуры с нулем отражения $R_{TM}(\mathbf{k}_{\perp}(0)) = 0$ при длине волны $\lambda = 633$ нм и угле падения $\theta = 25^\circ$ и затем для

них проверялось условие (17). При этом для расчета коэффициентов отражения и их производных, входящих в (17), использовался численно устойчивый вариант метода матрицы пропускания [30]. В качестве диэлектрических проницаемостей материалов слоев использовались справочные данные [31]. В результате расчетов была найдена четырехслойная металлодиэлектрическая структура, для которой $c_x = 0,260 \times \exp[-2,995i]$, $c_y = 0,263 \times \exp[-2,998i]$ и, следовательно, требуемое соотношение $c_x = c_y$ выполняется с высокой точностью ($|c_x - c_y|/|c_x| \approx 0,012$). Толщины слоев рассчитанной структуры имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} h_{m,1} &= 5,2 \text{ нм}, \quad h_{d,1} = 39,6 \text{ нм}, \\ h_{m,2} &= 52,5 \text{ нм}, \quad h_{d,2} = 70,7 \text{ нм}. \end{aligned} \tag{18}$$

На рис. 3 для металлодиэлектрической структуры (18) показаны рассчитанные модули ПФ $\Theta_{x,E_x}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$, $\Theta_{y,E_y}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$, соответствующие первым компонентам векторных ПФ (11) и описывающие формирование x-компоненты электрического поля отраженного пучка. Отметим, что расчет коэффициентов отражения, входящих в указанные ПФ, также осуществлялся с использованием численно устойчивого варианта метода матрицы пропускания [30]. Из рис. 3 можно видеть, что в рассматриваемой области пространственных частот $|k_{x,inc}| \leq 0,05k_0$, $|k_{y,inc}| \leq 0,05k_0$ «строго» рассчитанные ПФ по формуле (11) с хорошей точностью представляются их линейными аппроксимациями $\Theta_{x,lin,E_x}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = c_x k_{x,inc}$ и $\Theta_{y,lin,E_y}(\mathbf{k}_{\perp,inc}) = c_y k_{y,inc}$ (среднеквадратичное отклонение рассчитанных ПФ от их линейных аппроксимаций не превышает 2,3 %).

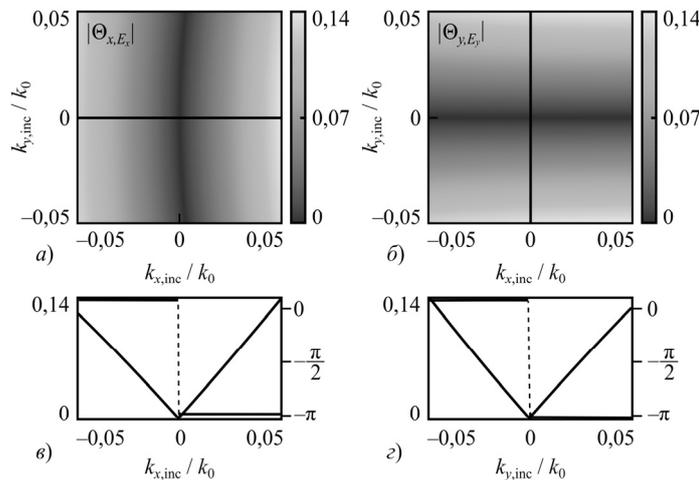


Рис. 3. Модули рассчитанных ПФ $\Theta_{x,E_x}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ (а) и $\Theta_{y,E_y}(\mathbf{k}_{\perp,inc})$ (б), описывающие формирование x-компоненты электрического поля при отражении пучка от четырехслойной структуры (18). На рис. (в), (г) показаны модули и фазы ПФ в центральных сечениях

4. Результаты численного моделирования

В работе [25] на примере цилиндрического векторного пучка Лагерра–Гаусса было показано, что оптическая реализация оператора дивергенции является

удобным инструментом для определения поляризационных сингулярностей вихревого векторного пучка. В то же время в указанной работе не была приведена общая формула, явно показывающая связь порядка поляризационной сингулярности векторного пучка с видом

дивергенции двумерного векторного поля $(E_{inc,x}, E_{inc,y})$. Поэтому в настоящем параграфе мы сначала получим указанную формулу, а затем рассмотрим конкретный пример оптического вычисления дивергенции с помощью рассчитанной слоистой структуры (18).

В общем случае компоненты электрического поля векторного вихревого пучка в цилиндрических координатах $r = \sqrt{x_{inc}^2 + y_{inc}^2}$, $\varphi = \text{arctg}(y_{inc} / x_{inc})$ и z_{inc} могут быть представлены в виде [32]:

$$\begin{aligned} E_{inc,x}(r, \varphi, z_{inc}) &= U(r)\gamma(z_{inc}) \cos(n\varphi + \varphi_0), \\ E_{inc,y}(r, \varphi, z_{inc}) &= U(r)\gamma(z_{inc}) \sin(n\varphi + \varphi_0), \end{aligned} \quad (19)$$

где $U(r)$ – некоторая радиальная функция, $\gamma(z_{inc})$ – экспоненциальная функция, описывающая изменение фазы пучка при распространении пучка вдоль оси z_{inc} ,

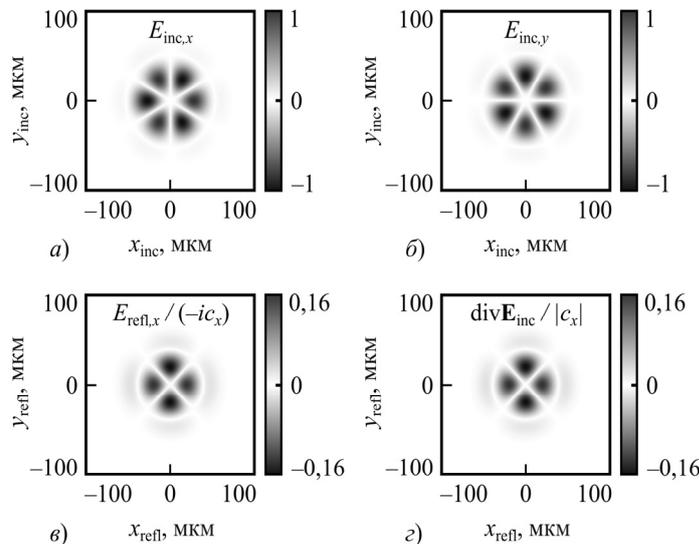


Рис. 4. (а, б) Профили x - и y -компонент электрического поля падающего пучка (22); (в) рассчитанная x -компонента электрического поля $E_{refl,x}$, формируемого при отражении поля на рис. (а), (б) от слоистой структуры (22)

Таким образом, при оптическом вычислении дивергенции порядок поляризационной сингулярности может быть определен по числу радиальных лучей $\varphi = \tilde{\varphi}_m$, на которых x -компонента электрического поля $E_{refl,x}$ будет принимать нулевые значения.

Для численной демонстрации оптического вычисления оператора дивергенции на основе рассчитанной металлодиэлектрической структуры (18) и для демонстрации возможности определения порядка поляризационной сингулярности рассмотрим падающий пучок в виде пучка Гаусса–Бесселя [33 – 35]:

$$\begin{aligned} E_{inc,x}(r, \varphi, 0) &= \\ &= J_m(k_r r) \exp[-r^2 / \sigma^2] \cos(n\varphi + \varphi_0), \\ E_{inc,y}(r, \varphi, 0) &= \\ &= J_m(k_r r) \exp[-r^2 / \sigma^2] \sin(n\varphi + \varphi_0), \end{aligned} \quad (22)$$

где $J_m(x)$ – функция Бесселя m -го порядка, k_r – радиальная компонента волнового вектора конической волны, формирующей пучок Бесселя, σ – радиус петляжки гауссова пучка.

n – порядок поляризационной сингулярности, которой обладает пучок при $r=0$ (т.н. V-point singularity).

Вычисляя оператор дивергенции от поля (19) при $z_{inc} = 0$, получим

$$\begin{aligned} \text{div}(\mathbf{E}_{inc}(r, \varphi, 0)) &= \gamma(0) \cos((n-1)\varphi + \varphi_0) \times \\ &\times \frac{1}{r} \left(nU(r) + r \frac{dU(r)}{dr} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Из формулы (20) легко видеть, что дивергенция обращается в нуль при следующих $(2n-2)$ значениях поляризованных углов:

$$\tilde{\varphi}_m = \frac{\pi / 2 + m\pi - \varphi_0}{n - 1}, \quad m = 0, \dots, 2n - 3. \quad (21)$$

На рис. 4а, б в декартовых координатах показаны компоненты поля $E_{inc,x}, E_{inc,y}$ пучка (22) при $m = 3$, $\varphi_0 = 0$, $k_r = 0,1 \text{ мкм}^{-1}$, $\sigma = 30 \text{ мкм}$. Указанные компоненты приведены в безразмерном виде и нормированы на максимальное значение. На рис. 4в показано поле $E_{refl,x}$, формируемое при отражении данного пучка от рассчитанной металлодиэлектрической структуры (18) и рассчитанное на основе «строгих» формул (9), (10). Поскольку, согласно модельной формуле (15), вычисление дивергенции осуществляется с точностью до множителя $-ic_x$, то компонента $E_{refl,x}$ на рис. 4в нормирована на данный множитель. На рис. 4г для сравнения показана аналитически рассчитанная дивергенция поля (22). Можно видеть, что рассчитанное поле (рис. 4в) с высокой точностью совпадает с аналитически рассчитанной дивергенцией (рис. 4г), нормированное среднеквадратичное отклонение (СКО) рассчитанного поля $E_{refl,x}/(-ic_x)$ от аналитически рассчитанной дивергенции составляет менее 1,3%. Можно также видеть, что согласно формуле (21) компонента $E_{refl,x}$ обращается в нуль при

$\varphi = \tilde{\varphi}_m = \pi/4 + m\pi/2$, $m = 0, \dots, 3$, что соответствует 3-му порядку поляризационной сингулярности.

Заключение

Исследована возможность оптического вычисления оператора дивергенции с помощью слоистой структуры. Получена векторная передаточная функция, описывающая преобразование компонент электрического поля падающего светового пучка, происходящее при его отражении от слоистой структуры. На основе анализа данной ПФ определены условия, требуемые для вычисления оператора дивергенции двумерного векторного поля, состоящего из поперечных компонент электрического поля падающего пучка, в x -компоненте отраженного пучка. В качестве примера слоистой структуры, реализующей указанную операцию, предложена четырехслойная металлodieлектрическая структура, работающая в геометрии наклонного падения. Представленные результаты численного моделирования показывают вычисление оператора дивергенции с высоким качеством и демонстрируют возможность применения этой структуры для анализа поляризационных сингулярностей векторных пучков.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке: Российского научного фонда (проект № 24-12-00028) в части расчета и исследования слоистой структуры, оптически вычисляющей оператор дивергенции; государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» в части создания программных средств для моделирования дифракции оптического пучка на слоистой структуре; государственного задания Самарскому университету (FSSS-2024-0016) в части обзора и анализа структур для оптического дифференцирования в разделе Введение.

References

- [1] Silva A, Monticone F, Castaldi G, Galdi V, Alù A, Engheta N. Performing mathematical operations with metamaterials. *Science* 2014; 343(6167): 161-163. DOI: 10.1126/science.1242818.
- [2] Estakhri NM, Edwards B, Engheta N. Inverse-designed metastructures that solve equations. *Science* 2019; 363(6433): 1333-1338. DOI: 10.1126/science.aaw2498.
- [3] Zhou Y, Zheng H, Kravchenko II, Valentine J. Flat optics for image differentiation. *Nat Photonics* 2020; 14: 316-323. DOI: 10.1038/s41566-020-0591-3.
- [4] Dong Z, Si J, Yu X, Deng X. Optical spatial differentiator based on subwavelength high-contrast gratings. *Appl Phys Lett* 2018; 112: 181102. DOI: 10.1063/1.5026309.
- [5] Bykov DA, Doskolovich LL, Morozov AA, Podlipnov VV, Bezus EA, Verma P, Soifer VA. First-order optical spatial differentiator based on a guided-mode resonant grating. *Opt Express* 2018; 26(8): 10997-11006. DOI: 10.1364/OE.26.010997.
- [6] Yang W, Yu X, Zhang J, Deng X. Plasmonic transmitted optical differentiator based on the subwavelength gold gratings. *Opt Lett* 2020; 45(8): 2295-2298. DOI: 10.1364/OL.390566.
- [7] Huang J, Zhang J, Zhu T, Ruan Z. Spatiotemporal differentiators generating optical vortices with transverse orbital angular momentum and detecting sharp change of pulse envelope. *Laser Photonics Rev* 2022; 16(5): 2100357. DOI: 10.1002/lpor.202100357.
- [8] Doskolovich LL, Bykov DA, Bezus EA, Soifer VA. Spatial differentiation of optical beams using phase-shifted Bragg grating. *Opt Lett* 2014; 39(5): 1278-1281. DOI: 10.1364/OL.39.001278.
- [9] Kashaпов AI, Doskolovich LL, Bezus EA, Bykov DA, Soifer VA. Spatial differentiation of optical beams using a resonant metal-dielectric-metal structure. *J Opt* 2021; 23(2): 023501. DOI: 10.1088/2040-8986/abe63b.
- [10] Doskolovich LL, Kashaпов AI, Bezus EA, Bykov DA. Optical properties of cascaded metal-dielectric-metal structures and their application to the differentiation of optical signals. *Photonics Nanostructures: Fundam Appl* 2022; 52: 101069. DOI: 10.1016/j.photonics.2022.101069.
- [11] Doskolovich LL, Kashaпов AI, Bezus EA, Bykov DA. Vectorial spatial differentiation of optical beams with metal-dielectric multilayers enabled by spin Hall effect of light and resonant reflection zero. *Opt Laser Technol* 2025; 181: 111884. DOI: 10.1016/j.optlastec.2024.111884.
- [12] Zhu T, Zhou Y, Lou Y, Ye H, Qiu M, Ruan Z, Fan S. Plasmonic computing of spatial differentiation. *Nat Commun* 2017; 8: 15391. DOI: 10.1038/ncomms15391.
- [13] Zhou Y, Zhan J, Chen R, Chen W, Wang Y, Shao Y, Ma Y. Analogue optical spatiotemporal differentiator. *Adv Optical Mater* 2021; 9: 2002088. DOI: 10.1002/adom.202002088.
- [14] Berger NK, Levit B, Fischer B, Kulishov M, Plant DV, Azaña J. Temporal differentiation of optical signals using a phase-shifted fiber Bragg grating. *Opt Express* 2007; 15(2): 371-381. DOI: 10.1364/OE.15.000371.
- [15] Kulishov M, Azaña J. Design of high-order all-optical temporal differentiators based on multiple-phase-shifted fiber Bragg gratings. *Opt Express* 2007; 15(10): 6152-6166. DOI: 10.1364/OE.15.006152.
- [16] Dong J, Zheng A, Gao D, Liao S, Lei L, Huang D, Zhang X. High-order photonic differentiator employing on-chip cascaded microring resonators. *Opt Lett* 2013; 38(5): 628-630. DOI: 10.1364/OL.38.000628.
- [17] Kazanskiy NL, Serafimovich PG, Khonina SN. Use of photonic crystal cavities for temporal differentiation of optical signals. *Opt Lett* 2013; 38(7): 1149-1151. DOI: 10.1364/OL.38.001149.
- [18] Karimi A, Zarifkar A, Miri M. Subpicosecond flat-top pulse shaping using a hybrid plasmonic microring-based temporal differentiator. *J Opt Soc Am B* 2019; 36(7): 1738-1747. DOI: 10.1364/JOSAB.36.001738.
- [19] Youssefi A, Zangeneh-Nejad F, Abdollahramezani S, Khavasi A. Analog computing by Brewster effect. *Opt Lett* 2016; 41(15): 3467-3470. DOI: 10.1364/OL.41.003467.
- [20] Nesterenko DV, Kolesnikova MD, Lyubarskaya AV. Optical differentiation based on the Brewster effect. *Computer Optics* 2018; 42(5): 758-763. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-5-758-763.
- [21] Bykov DA, Doskolovich LL, Bezus EA, Soifer VA. Optical computation of the Laplace operator using phase-shifted Bragg grating. *Opt Express* 2014; 22(21): 25084-25092. DOI: 10.1364/OE.22.025084.
- [22] Guo C., Xiao M, Minkov M, Shi Y, Fan S. Photonic crystal slab Laplace operator for image differentiation. *Optica* 2018; 5(3): 251-256. DOI: 10.1364/OPTICA.5.000251.
- [23] Pan D, Wan L, Ouyang M, Zhang W, Potapov AA, Liu W, Liang Z, Feng T, Li Z. Laplace metasurfaces for optical an-

- alog computing based on quasi-bound states in the continuum. *Photon Res* 2021; 9(9): 1758-1766. DOI: 10.1364/PRJ.426827.
- [24] Doshkolovich LL, Kashapov AI, Bezus EA, Golovastikov NV, Bykov DA. Optical computation of the Laplace operator at oblique incidence using a multilayer metal-dielectric structure. *Opt Express* 2023; 31(10): 17050-17064. DOI: 10.1364/OE.489750.
- [25] Lou Y, Fang Y, Ruan Z. Optical computation of divergence operation for vector fields. *Phys Rev Appl* 2020; 14(3): 034013. DOI: 10.1103/PhysRevApplied.14.034013.
- [26] Mohammadi H, Akbari M, Khavasi A. All optical divergence and gradient operators using surface plasmon polaritons. *Opt Express* 2022; 30(11): 17806-17823. DOI: 10.1364/OE.456878.
- [27] Zhu T, Lou Y, Zhou Y, Zhang J, Huang J, Li Y, Luo H, Wen S, Zhu S, Gong Q, Qiu M, Ruan Z. Generalized spatial differentiation from the spin Hall effect of light and its application in image processing of edge detection. *Phys Rev Appl* 2019; 11(3): 034043. DOI: 10.1103/PhysRevApplied.11.034043.
- [28] Zhu T, Huang J, Ruan Z. Optical phase mining by adjustable spatial differentiator. *Adv Photonics* 2020; 2(1): 016001. DOI: 10.1117/1.AP.2.1.016001.
- [29] Born M, Wolf E. Principles of optics. 7th ed. Cambridge: Cambridge University Press; 1999. ISBN: 0-521-64222-1.
- [30] Moharam MG, Pommet DA, Grann EB, Gaylord TK. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach. *J Opt Soc Am A* 1995; 12(5): 1077-1086. DOI: 10.1364/JOSAA.12.001077.
- [31] Polyanskiy MN. Refractive index database. 2025. Source: <<https://refractiveindex.info>>.
- [32] Zhang Y, Guo X, Han L, Li P, Liu S, Cheng H, Zhao J. Gouy phase induced polarization transition of focused vector vortex beams. *Opt Express* 2017; 25(21): 25725-25733. DOI: 10.1364/OE.25.025725.
- [33] Garcés-Chávez V, McGloin D, Melville H, Sibbett W, Dholakia K. Simultaneous micromanipulation in multiple planes using a self-reconstructing light beam. *Nature* 2022; 419: 145-147. DOI: 10.1038/nature01007.
- [34] Chu X, Sun Q, Wang J, Lü P, Xie W, Xu X. Generating a Bessel-Gaussian beam for the application in optical engineering. *Sci Rep* 2016; 5: 18665. DOI: 10.1038/srep18665.
- [35] Baliyan M, Nishchal NK. Determining topological charge of Bessel-Gaussian beams using modified Mach-Zehnder interferometer. *Photonics* 2024; 11(3): 263. DOI: 10.3390/photonics11030263.

Сведения об авторах

Кашапов Артем Ильясович, в 2024 году с отличием окончил магистратуру в Самарском национальном исследовательском университете имени академика С.П. Королева, инженер лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт», аспирант кафедры технической кибернетики Самарского университета. E-mail: kashapov.ai@ssau.ru

Досколович Леонид Леонидович, в 1989 году с отличием окончил Куйбышевский авиационный институт (КуАИ, ныне – Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2001 год), профессор, главный научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт», профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. Специалист в области дифракционной оптики, лазерных информационных технологий, нанофотоники. E-mail: leonid@ipsiras.ru

Безус Евгений Анатольевич, в 2009 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ) по специальности «Прикладная математика и информатика». Кандидат физико-математических наук (2012 г.), научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт», доцент кафедры технической кибернетики Самарского университета. Области научных интересов: нанофотоника, плазмоника, электромагнитная теория дифракции. E-mail: evgeni.bezus@gmail.com

Быков Дмитрий Александрович, в 2009 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ, ныне – Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва) по специальности «Прикладная математика и информатика». Доктор физико-математических наук (2017 г.), старший научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт», и доцент Самарского университета. Области научных интересов: оптика резонансных дифракционных структур, магнитооптика, электромагнитная теория дифракции. E-mail: bykovd@gmail.com

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 17 декабря 2024 г. Окончательный вариант – 25 марта 2025 г.

Optical computation of the divergence operator upon reflection of a vector beam from a layered metal-dielectric structure

A.I. Kashapov^{1,2}, L.L. Doskolovich^{1,2}, E.A. Bezus^{1,2}, D.A. Bykov^{1,2}

¹Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute", Molodogvardeyskaya Str. 151, Samara, 443001, Russia;

²Samara National Research University, 443086, Moskovskoye Shosse 34, Samara, 443086, Russia

Abstract

The optical computation of the divergence operator for a two-dimensional vector field representing the transverse components of the electric field of an incident light beam using a layered structure is theoretically described. A four-layer metal-dielectric structure on a metal substrate is proposed as an example of a layered structure computing this operator in reflection. The presented results of numerical simulation of the designed layered structure show the computation of the divergence operator with high quality and demonstrate the possibility of using the structure to analyze polarization singularities of vector beams.

Keywords: analog optical computing, layered structure, transfer function, resonance, optical analog of spin Hall effect.

Citation: Kashapov AI, Doskolovich LL, Bezus EA, Bykov DA. Optical computation of the divergence operator upon reflection of a vector beam from a layered metal-dielectric structure. *Computer Optics* 2025; 49(6): 885-892. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1658.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation (Project No. 24-12-00028) in part of design and numerical simulation of a layered structure implementing all-optical computation of the divergence operator; by the state assignment of NRC "Kurchatov Institute" in part of developing software for numerical simulation of optical beam diffraction by a layered structure; and by the state assignment to Samara University (FSSS-2024-0016) in part of review of structures performing optical differentiation in the Introduction.

Author's information

Artem Ilyasovich Kashapov graduated with honors (2024) from Samara National Research University with a major in Applied Mathematics. Engineer of the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute", PhD student at Technical Cybernetics department of Samara University. E-mail: kashapov.ai@ssau.ru

Leonid Leonidovich Doskolovich graduated with honors (1989) from S.P. Korolyov Kuibyshev Aviation Institute (presently, Samara National Research University), majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths (2001) degree from Samara State Aerospace University. Main researcher of the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute", professor at Technical Cybernetics department of National Research University. His leading research interests include diffractive optics, laser information technologies, nanophotonics. E-mail: leonid@ipsiras.ru

Evgeni Anatolievich Bezus graduated with honors (2009) from the Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Computer Science. Candidate in Physics and Mathematics (2012). Currently he is a researcher at the Diffractive Optics Laboratory of the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute" and an associate professor at Technical Cybernetics department of Samara University. His current research interests include nanophotonics, plasmonics and electromagnetic diffraction theory. E-mail: evgeni.bezus@gmail.com

Dmitry Alexandrovich Bykov graduated with honors (2009) from Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Computer Science. Doctor of Physics and Mathematics (2017). Senior researcher at Samara University and at the Diffractive Optics Laboratory of the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute". His current research interests include optics of resonant diffractive structures, magneto-optics of nanostructured materials, and electromagnetic diffraction theory. E-mail: bykovd@gmail.com

Received December 17, 2024. The final version – March 25, 2025.
