

Формирование оптического вихря сразу за сферической линзой при освещении ее светом с круговой поляризацией

А.А. Ковалёв^{1,2}, С.С. Стафеев^{1,2}, А.М. Телегин²

¹ Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт»,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

В работе показано, что при фокусировке света с правой круговой поляризацией сразу за сферической линзой формируется оптический вихрь с топологическим зарядом 2 у двух поперечных проекций вектора напряженности электрического поля и оптический вихрь с топологическим зарядом 1 у продольной проекции электрического вектора. Это доказано тем, что при освещении линзы оптическим вихрем с топологическим зарядом -2 и правой круговой поляризацией в фокусе формируется распределение интенсивности в виде кольца и имеет место на оптической оси локальный максимум интенсивности. Этот максимум интенсивности на оптической оси и является результатом взаимной компенсации оптического вихря с топологическим зарядом -2 , падающим на линзу, с оптическим вихрем с топологическим зарядом 2, который формируется после сферической линзы. Оптические вихри с зарядом 2 и -2 , которые формируются в фокусе света с линейной поляризацией, ответственны за эллиптическую форму фокусного пятна, вытянутого вдоль вектора линейной поляризации.

Ключевые слова: оптический вихрь, сферическая линза, топологический заряд, фокусное пятно.

Цитирование: Ковалёв, А.А. Формирование оптического вихря сразу за сферической линзой при освещении ее светом с круговой поляризацией / А.А. Ковалёв, С.С. Стафеев, А.М. Телегин // Компьютерная оптика. – 2025. – Т. 49, № 6. – С. 933-939. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1669.

Citation: Kovalev AA, Stafeev SS, Telegin AM. Generation of an optical vortex immediately behind a spherical lens upon its illumination by circularly polarized light. Computer Optics 2025; 49(6): 933-939. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1669.

Введение

Давно известны в оптике такие особенности острой фокусировки лазерного света, как формирование фокусного пятна эллиптической формы [1–4], если у света была линейная поляризация, или формирование в плоскости фокуса вращающегося потока энергии, если свет имел круговую поляризацию [5–8]. Последний эффект носит название спин-орбитальной конверсии [8]. Известно также, что с помощью неоднородной линейной поляризации (радиальной или азимутальной) можно сформировать круглое фокусное пятно с минимальным размером [9, 10]. Мы покажем, что хотя у света с круговой поляризацией и с радиальной поляризацией при фокусировке формируется круглое фокусное пятно, но форма фокусных пятен интенсивности отдельных поперечных декартовых компонент – эллиптическая. Также мы покажем, что эллиптическая форма фокусного пятна при фокусировке света с линейной поляризацией объясняется наличием оптического вихря второго порядка в каждой поперечной компоненте вектора напряженности электрического поля.

В [11] авторы впервые на основе теории Ричардса–Вольфа [2] показали, что при фокусировке света с круговой поляризацией у поперечных проекций вектора

напряженности электрического поля в фокусе формируется оптический вихрь с топологическим зарядом $+2$ (правая круговая поляризация) или -2 (левая круговая поляризация). В [11] объяснили появление оптических вихрей в фокусе геометрической фазой Берри [12] и спиновым эффектом Холла [13]. Но детальной связи оптического вихря с геометрической фазой и оптическим эффектом Холла в [11] не показано. На основе работ [2, 14] мы покажем, что оптический вихрь формируется сразу после прохождения светом с любым состоянием поляризации через сферическую линзу. Будет видно, что в зависимости от азимутального угла φ декартовы компоненты начального поперечного светового поля будут четыре раза менять знак при одном обороте самого угла φ , то есть будут зависеть от $\sin(2\varphi)$ и $\cos(2\varphi)$.

В [15–17] рассматривался азимутальный поток энергии в фокусе когерентного света. Например, в [17] показано, что при фокусировке света с круговой поляризацией в остром фокусе формируется азимутальный (угловой) поток энергии в плоскости фокуса. В данной работе этот поток объясняется появлением поперечных и продольных оптических вихрей сразу после прохождения светом с круговой поляризацией сферической линзы.

В данной работе мы покажем, что:

- 1) оптический вихрь второго порядка формируется в каждой поперечной декартовой компоненте сразу после прохождения света с круговой поляризацией через сферическую линзу;
- 2) наличие этого оптического вихря сразу за сферической линзой объясняет, почему сразу за сферической линзой у света появляется орбитальный угловой момент;
- 3) также этот оптический вихрь второго порядка объясняет эллиптическую форму интенсивности у декартовых компонент в плоскости фокуса;
- 4) для света с линейной поляризацией после сферической линзы формируются два поперечных оптических вихря с топологическими зарядами +2 и -2;
- 5) их наличием объясняется эллиптическая форма фокусного пятна для света с линейной поляризацией;
- 6) обнаружить оптический вихрь у света с правой круговой поляризацией можно по наличию интенсивности на оптической оси в фокусе, при освещении сферической линзы оптическим вихрем с топологическим зарядом -2.

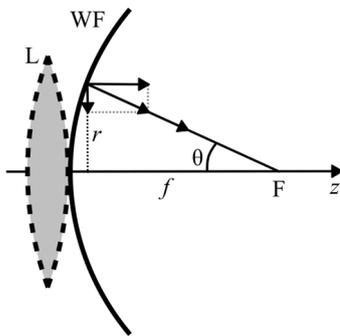


Рис. 1. Фокусировка света идеальной сферической линзой: L – линза, WF – сферический волновой фронт, F – геометрический фокус

1. Проекция вектора напряженности электрического поля сразу после сферической линзы

В рамках теории Ричардса–Вольфа можно найти компоненты векторов электрического **E** и магнитного **H** полей сразу за идеальной сферической линзой [2, 14]. Получим:

$$\begin{aligned}
 E_x &= (1 + A(\theta) \cos^2 \varphi) a(\varphi) + \frac{A(\theta) \sin(2\varphi)}{2} b(\varphi), \\
 E_y &= \frac{A \sin(2\varphi)}{2} a(\varphi) + (1 + A(\theta) \sin^2 \varphi) b(\varphi), \\
 E_z &= -\sin \theta (a(\varphi) \cos \varphi + b(\varphi) \sin \varphi), \\
 H_x &= -(1 + A(\theta) \cos^2 \varphi) b(\varphi) + \frac{A(\theta) \sin(2\varphi)}{2} a(\varphi), \\
 H_y &= -\frac{A \sin(2\varphi)}{2} b(\varphi) + (1 + A(\theta) \sin^2 \varphi) a(\varphi), \\
 H_z &= -\sin \theta (-b(\varphi) \cos \varphi + a(\varphi) \sin \varphi), \\
 A(\theta) &= \cos \theta - 1.
 \end{aligned} \tag{1}$$

В (1) θ – это угол между оптической осью и отрезком, соединяющим точку геометрического фокуса с точкой на сходящемся сферическом фронте сразу за линзой (рис. 1). При этом точка на сферическом фронте, отстоящая от оптической оси на расстояние r , связана с фокусным расстоянием f соотношением: $r = f \sin \theta$, φ – азимутальный угол.

Далее мы найдем некоторые характеристики этого светового поля, если начальное поле описывается следующими векторами Джонса:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_0(\varphi) &= \begin{pmatrix} a(\varphi) \\ b(\varphi) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \sigma i \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{H}_0(\varphi) &= \begin{pmatrix} -b(\varphi) \\ a(\varphi) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -\sigma i \\ 1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

То есть свет, освещающий сферическую линзу, имеет правую ($\sigma = 1$) или левую ($\sigma = -1$) круговые поляризации. Если начальное поле (2) подставить в (1), то получим следующие проекции векторов напряженности:

$$\begin{aligned}
 E_x &= \frac{1}{2\sqrt{2}} [(1 + \cos \theta) - (1 - \cos \theta) e^{2\sigma i \varphi}], \\
 E_y &= \frac{i\sigma}{2\sqrt{2}} [(1 + \cos \theta) + (1 - \cos \theta) e^{2\sigma i \varphi}], \\
 E_z &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta e^{\sigma i \varphi}, \\
 H_x &= -\frac{i\sigma}{2\sqrt{2}} [(1 + \cos \theta) - (1 - \cos \theta) e^{2\sigma i \varphi}], \\
 H_y &= \frac{1}{2\sqrt{2}} [(1 + \cos \theta) + (1 - \cos \theta) e^{2\sigma i \varphi}], \\
 H_z &= \frac{i\sigma}{\sqrt{2}} \sin \theta e^{\sigma i \varphi}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Из (3) видно, что сразу за сферической линзой сформируется суперпозиция пучка с правой круговой поляризацией ($\sigma = 1$) и оптического вихря с топологическим зарядом 2σ и с левой круговой поляризацией:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \frac{1 + \cos \theta}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \sigma i \end{pmatrix} - \frac{1 - \cos \theta}{2\sqrt{2}} e^{2\sigma i \varphi} \begin{pmatrix} 1 \\ -\sigma i \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Также оптический вихрь с топологическим зарядом σ сформируется у компоненты поля с продольной поляризацией E_z . Причем оба вихря (поперечный и продольный) будут наиболее проявляться при больших углах наклона лучей, сходящихся в фокус, то есть при углах θ , близких к $\pi/2$. То есть оптический вихрь в основном будет на кольце, а в центральном круге сходящегося в фокус пучка оптического вихря не будет. Этот оптический вихрь, в свою очередь, создаст орбитальный угловой момент (ОУМ) у пучка сразу за сферической линзой, хотя до линзы у пучка не было ОУМ. Действительно, продольная компонента вектора ОУМ с учетом выражений (3) будет иметь вид [18]:

$$L_z = \text{Im} \left(E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial \varphi} + E_y^* \frac{\partial E_y}{\partial \varphi} + E_z^* \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} \right) = \sigma(1 - \cos \theta). \quad (5)$$

А продольная компонента вектора спигового углового момента (СУМ) сразу за сферической линзой будет иметь вид:

$$S_z = 2 \text{Im} (E_x^* E_y) = \sigma \cos \theta. \quad (6)$$

Из (6) видно, что, наоборот, продольная компонента спина максимальна вблизи оптической оси и спадает до нуля при увеличении угла θ до $\pi/2$. Из (5) и (6) можно найти полные СУМ и ОУМ сразу за сферической линзой:

$$\hat{L}_z = 2\pi f^2 \int_0^{\theta_0} L_z \sin \theta d\theta = 2W \sin^4(\theta_0/2), \quad (7)$$

$$\hat{S}_z = 2\pi f^2 \int_0^{\theta_0} S_z \sin \theta d\theta = \frac{W}{2} \sin^2(\theta_0), \quad W = 2\pi f^2.$$

В (7) W – это мощность пучка света, прошедшего через линзу (интенсивность начального пучка считается единицей), f – фокусное расстояние сферической линзы. Из (7) видно, что максимальный ОУМ получается при числовой апертуре $NA = \sin \theta_0 = 1$ и равен половине мощности пучка, $\hat{L}_{z,\max} = W/2$. При этом продольная СУМ уменьшится на такую же величину, $\hat{S}_{z,\min} = W - W/2 = W/2$. Но это уменьшение СУМ не идет на увеличение ОУМ, а переходит в поперечный СУМ. Аналогично можно получить продольную проекцию вектора Пойнтинга сразу после сферической линзы:

$$P_z = \text{Re} (E_x^* H_y - E_y^* H_x) = \cos \theta. \quad (8)$$

Сравнивая (6) и (8), можно видеть, что продольные проекции вектора спина и потока энергии совпадают с точностью до знака. Продольная проекция СУМ для левой круговой поляризации направлена против оптической оси z , а продольная проекция вектора Пойнтинга всегда направлена вдоль положительного направления z .

2. Свет с правой круговой поляризацией в плоскости фокуса

Световое поле (2) в плоскости фокуса будет иметь вид [2]:

$$E_x = \frac{-i}{\sqrt{2}} (J_{0,0} + e^{2\sigma i \varphi} J_{2,2\sigma}),$$

$$E_y = \frac{1}{\sqrt{2}} (J_{0,0} - e^{2\sigma i \varphi} J_{2,2\sigma}), \quad (9)$$

$$E_z = -\sqrt{2} e^{i\sigma \varphi} J_{1,\sigma}.$$

В (9) обозначены следующие функции от радиальной переменной r :

$$J_{\alpha,\beta} = \left(\frac{4\pi f}{\lambda} \right)^{\theta_0} \int_0^{\theta_0} \sin^{\alpha+1} \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\alpha} \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos^{1/2}(\theta) \times B(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{\beta}(\xi) d\theta, \quad (10)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число света с длиной волны λ , f – фокусное расстояние апланатической системы, (r, φ, z) – цилиндрические координаты, θ_0 – максимальный угол наклона лучей к оптической оси, определяющий числовую апертуру апланатической оптической системы $NA = \sin(\theta_0)$, $\xi = kr \sin(\theta)$. Из (9) получим выражения для интенсивностей по декартовым осям:

$$I_x = |E_x(r, \varphi)|^2 = \frac{1}{2} (J_{0,0}^2 + J_{2,2}^2 + 2J_{0,0}J_{2,2} \cos(2\varphi)),$$

$$I_y = |E_y(r, \varphi)|^2 = \frac{1}{2} (J_{0,0}^2 + J_{2,2}^2 - 2J_{0,0}J_{2,2} \cos(2\varphi)). \quad (11)$$

Причем выражения (11) будут одинаковыми и для левой, и для правой круговой поляризации. Из (11) видно, что интенсивности по декартовым осям имеют вид эллипса, который вытянут для I_x вдоль оси x , а у интенсивности I_y – вдоль оси y . Это эллиптическое распределение интенсивности можно измерить в эксперименте и тем самым убедиться, что в фокусе присутствует оптический вихрь с топологическим зарядом 2. Правда, как показано в [19], вклад в интенсивность вторых слагаемых в выражениях (9) много меньше, чем вклад первых слагаемых, поэтому этот эллипс будет слабо искаженным кругом.

Более эффективно использовать дополнительный вихрь, чтобы скомпенсировать оптический вихрь в (9) и получить слабую интенсивность в центре плоскости фокуса. Действительно, для начального поля вида

$$\mathbf{E}_0(\varphi) = \frac{e^{i\sigma\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \sigma i \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}_0(\varphi) = \frac{e^{i\sigma\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -\sigma i \\ 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

в [17] получено выражение проекций электрического вектора в плоскости фокуса:

$$E_{x,n} = \frac{i^{n-1}}{\sqrt{2}} e^{i\sigma\varphi} (J_{0,n} + e^{2\sigma i \varphi} J_{2,n+2\sigma}),$$

$$E_{y,n} = \frac{i^n}{\sqrt{2}} e^{i\sigma\varphi} (J_{0,n} - e^{2\sigma i \varphi} J_{2,n+2\sigma}), \quad (13)$$

$$E_{z,n} = -\sqrt{2} i^n e^{i(n+\sigma)\varphi} J_{1,n+\sigma}.$$

Поэтому при $n = -2\sigma$ в плоскости на оптической оси будет локальный максимум интенсивности, пропорциональный $J_{2,0}^2$. Этот максимум интенсивности доказывает наличие в фокусе поперечного оптического вихря с топологическим зарядом +2.

3. Свет с линейной поляризацией в остром фокусе

Известно, что при фокусировке светового пучка с линейной поляризацией фокусное пятно приобретает эллиптическую форму. Как мы покажем, это объясняется тем, что после сферической линзы для линейной поляризации формируются два оптических вихря с топологическими зарядами 2 и -2 с левой и правой поляризациями. Эти вихри вносят асимметрию в фокусное пятно. Действительно, вектор Джонса начального поля для оптического вихря с линейной поляризацией имеет вид:

$$E_n(\varphi) = \exp(in\varphi) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Проекции электрического вектора в плоскости острого фокуса для начального поля (14) имеют вид [20]:

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{i^{n-1}}{2} e^{in\varphi} (2J_{0,n} + e^{2i\varphi} J_{2,n+2} + e^{-2i\varphi} J_{2,n-2}), \\ E_y &= \frac{i^n}{2} e^{in\varphi} (e^{-2i\varphi} J_{2,n-2} - e^{2i\varphi} J_{2,n+2}), \\ E_z &= i^n e^{in\varphi} (e^{-i\varphi} J_{1,n-1} - e^{i\varphi} J_{1,n+1}). \end{aligned} \quad (15)$$

В (15) максимальный вклад вблизи оптической оси дает слагаемое $I_{0,n}$. Остальные слагаемые в несколько раз меньше [19]. Из (15) видно, что в фокусе при $n = 0$ сформировались два оптических вихря с топологическими зарядами 2 и -2 у поперечных проекций поля и два оптических вихря с зарядами 1 и -1 у продольной компоненты поля.

С помощью (15) при $n = 0$ получим выражения для интенсивности отдельных компонент в фокусе для света с линейной поляризацией вдоль горизонтальной оси:

$$\begin{aligned} I_x &= |E_x(r, \varphi)|^2 = \\ &= \frac{1}{2} (2J_{0,0}^2 + J_{2,2}^2 + 2J_{0,0}J_{2,2} \cos(2\varphi)), \\ I_y &= |E_y(r, \varphi)|^2 = \\ &= \frac{1}{2} J_{2,2}^2 (1 - \cos(4\varphi)), \\ I_z &= |E_z(r, \varphi)|^2 = \\ &= 2J_{1,1}^2 (1 + \cos(\varphi)). \end{aligned} \quad (16)$$

Из (16) видно, что все проекции интенсивности зависят от азимутального угла φ и не являются радиально симметричными. Но по величине основной вклад в интенсивность близи оптической оси, там, где расположено фокусное пятно, дает слагаемое $J_{0,0}$, которое формирует круглое фокусное пятно. Вторым по величине слагаемым, дающим вклад в интенсивность, является слагаемое $J_{0,0}J_{2,2} \cos(2\varphi)$. Это слагаемое по форме является эллипсом, вытянутым вдоль горизонтальной оси, так как оно имеет два локальных максимума при $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$. По сумме этих двух слагаемых

форма фокусного пятна для света с начальной линейной поляризацией будет иметь вид эллипса, вытянутого вдоль направления вектора поляризации. Таким образом, именно два оптических вихря с зарядами 2 и -2, которые сформировались при фокусировке, ответственны за эллиптическую форму фокусного пятна.

4. Свет с радиальной поляризацией в остром фокусе

Вектор Джонса для светового поля с радиальной поляризацией имеет вид

$$E(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix}. \quad (17)$$

В плоскости фокуса проекции электрического вектора для начального поля (17) имеют вид [21]:

$$\begin{aligned} E_x(r, \varphi) &= \cos(\varphi) (I_{0,1} - I_{2,1}), \\ E_y(r, \varphi) &= \sin(\varphi) (I_{0,1} - I_{2,1}), \\ E_z(r, \varphi) &= 2iI_{1,0}. \end{aligned} \quad (18)$$

Из (18) видно, что радиальная поляризация (17) сохраняется в фокусе, но модулируется функцией, зависящей от радиальной переменной $(I_{0,1} - I_{2,1})$. Также видно, что интенсивность каждой поперечной координаты будет иметь форму эллипса, вытянутого вдоль соответствующей координатной оси, хотя полная поперечная интенсивность будет иметь круглую форму.

5. Моделирование

Поперечные компоненты поля в фокусе (9) состоят из двух слагаемых, вторые из которых как раз описывают возникший оптический вихрь. Согласно [19], вклад вторых слагаемых в интенсивность много меньше, чем вклад первых слагаемых, если амплитуда начального поля постоянна или гауссова. Поэтому рассмотрим в этом параграфе ограничение поля кольцевой диафрагмой, блокирующей центральную часть пучка (рис. 2).

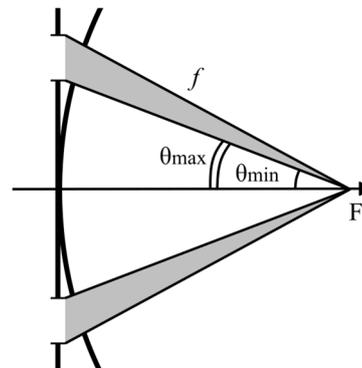


Рис. 2. Фокусировка света, ограниченного кольцевой диафрагмой с полярными углами θ_{min} и θ_{max}

Параметры моделирования: длина волны $\lambda = 532$ нм, фокусное расстояние $f = 20\lambda$, диафрагма кольцевая, $\theta_{min} = \arcsin 0,95 \leq \theta \leq \arcsin 0,99 = \theta_{max}$.

амплитуда внутри кольца равномерная, т.е. $A(\theta) \equiv 1$, поляризация правая и левая круговая, вектор Джонса $[1, \pm i]^T$, расчётная область $|x|, |y| \leq R = 5$ мкм.

На рис. 3 показаны распределения интенсивности в фокусе декартовых компонент (рис. 3а, б) и их суммы (рис. 3в).

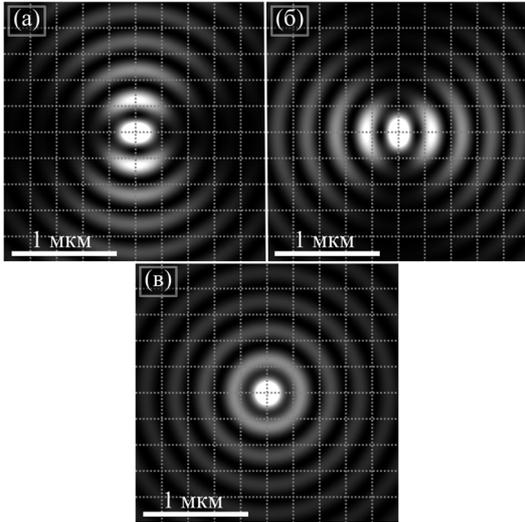


Рис. 3. Распределение интенсивности в фокусе для I_x (а), I_y (б) и $I_x + I_y$ (в) для начального поля с круговой поляризацией (2)

Из рис. 3 видно, что фокусное пятно I_x (без учета боковых лепестков) имеет вид эллипса, вытянутого вдоль горизонтальной оси, в соответствии с первой формулой в (11). Аналогично фокусное пятно I_y (без учета боковых лепестков) имеет вид эллипса, вытянутого вдоль вертикальной оси, в соответствии со второй формулой в (11). При этом поперечное распределение интенсивности в фокусе (рис. 3в) имеет радиально симметричный вид.

На рис. 4 показаны поперечные распределения в фокусе для начального оптического вихря с топологическим зарядом $n = 2$ с левой (рис. 4а) и правой (рис. 4б) круговой поляризации.

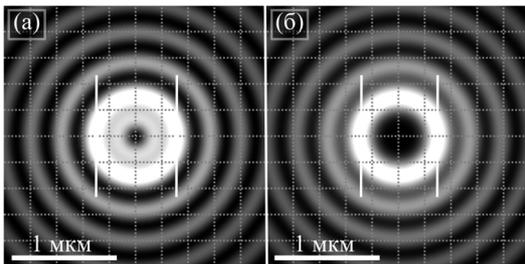


Рис. 4. Поперечные распределения интенсивности $I_x + I_y$ в фокусе начального поля (12) при $n = 3$, и $\sigma = -1$, левой (а) и $\sigma = 1$, правой (б) круговой поляризации

Из рис. 4 видно, что на картине $I_x + I_y$ основное кольцо (показано на рис. 4 вертикальными линиями) одинакового радиуса, но при левой круговой поляризации есть ещё кольцо внутри (тёмная область в центре мала) – это кольцо вихря с ТЗ $n - 2 = 1$. При правой круговой поляризации кольца внутри нет. Есть кольцо

снаружи, это кольцо вихря с ТЗ $n + 2 = 5$, но оно не заметно из-за боковых лепестков вихря 3-го порядка.

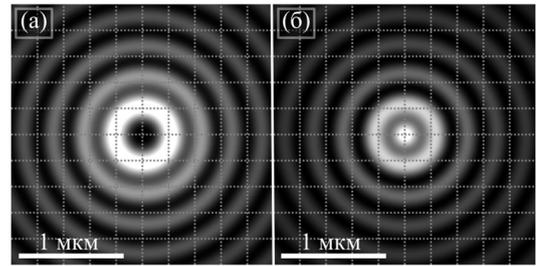


Рис. 5. Распределение интенсивности $I_x + I_y$ в фокусе начального поля (12) при тех же параметрах, что и на рис. 4, но при $n = -2$ с $\sigma = -1$, левой (а), $\sigma = 1$, правой (б) круговой поляризацией

Из рис. 5 видно, что на картине поперечной интенсивности $I_x + I_y$ при левой круговой поляризации формируется только кольцо, так как поле состоит из вихрей порядков -2 и -4 . При правой круговой поляризации внутри кольца есть ещё пик интенсивности на оптической оси, так как поле состоит из двух слагаемых: вихревого $I_{0,2}e^{-2i\varphi}$ и радиально симметричного $I_{2,0}$.

Рис. 3 – 5 доказывают, что при прохождении света с круговой поляризацией через сферическую линзу формируется оптический вихрь второго порядка ($n = 2\sigma$). Хотя на распределении фазы в фокусе (рис. 6) этого вихря не видно. Виден только оптический вихрь первого порядка ($n = \sigma$) в фазе продольной компоненты поля (9).

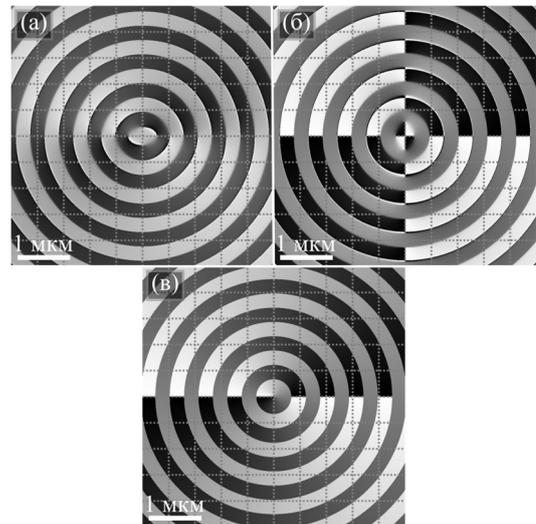


Рис. 6. Распределение фазы в плоскости фокуса начального поля (2): $\arg E_x$ (а), $\arg E_y$ (б) и $\arg E_z$ (в). Черный цвет – фаза 0, белый цвет – 2π

На рис. 6 показаны фазы в фокусе для всех декартовых компонент электрического поля, полученные по формулам (9). Из рис. 6в хорошо видно, что у продольной компоненты вектора напряженности электрического поля в фокусе для света с правой круговой поляризацией формируется оптический вихрь с топологическим зарядом $n = 1$. А на рис. 6а, б трудно увидеть фазу оптического вихря с топологическим зарядом

$n = 2$. Это объясняется малой величиной вторых слагаемых в первых двух уравнениях (9).

Заключение

В работе получены следующие результаты. Показано, что при фокусировке света с круговой поляризацией сразу за сферической линзой поперечное световое поле разделяется на два сходящихся в фокус световых поля, одно из которых по-прежнему является светом с той же круговой поляризацией, а второе (меньшее по величине) поле является оптическим вихрем второго порядка с круговой поляризацией противоположенного направления. Этот дополнительный оптический вихрь ответственен за появление орбитального углового момента светового поля сразу за сферической линзой. Но так как и оптический вихрь, и орбитальный угловой момент появляются не у всего поля, а только у некоторой части поля, то оба световых поля (и вихревое, и не вихревое) распространяются вместе, и по распределению полной интенсивности в фокусе их нельзя разделить. Оптический вихрь проявляется в эллиптической форме интенсивностей отдельных поперечных компонент поля в плоскости фокуса, а также он проявляется в появлении локального пика интенсивности на оптической оси, если в начальном поле присутствует оптический вихрь второго порядка с противоположенным знаком. В работе также показано, что при фокусировке света с линейной поляризацией у поперечных компонент светового поля формируются два оптических вихря второго порядка со знаками плюс и минус. Показано, что именно эти оптические вихри определяют эллиптическую форму фокусного пятна. Причем эллиптическое фокусное пятно определяется начальной поперечной проекцией и вытянуто вдоль той декартовой оси, по которой направлен вектор линейной поляризации.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 23-12-00236 (в части теории) и в рамках Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» (в части моделирования).

References

- [1] Ando T, Ohtake Y, Inoue T, Itoh H, Matsumoto N, Fukuchi N. Shaping tight-focusing patterns of linearly polarized beams through elliptic apertures. *Appl Phys Lett* 2008; 92(2): 021116. DOI: 10.1063/1.2834899.
- [2] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc R Soc Lond A* 1959; 253: 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [3] Boivin A, Wolf E. Electromagnetic field in the neighborhood of the focus of a coherent beam. *Phys Rev* 1965; 138(6B): B1561-B1565. DOI: 10.1103/PhysRev.138.B1561.
- [4] Chon JWM, Gan X, Gu M. Splitting of the focal spot of a high numerical-aperture objective in free space. *Appl Phys Lett* 2002; 81(9): 1576-1578. DOI: 10.1063/1.1501442.
- [5] Nieminen TA, Stilgoe AB, Heckenberg NR, Rubinsztein-Dunlop H. Angular momentum of a strongly focused Gaussian beam. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2008; 10(11): 115005. DOI: 10.1088/1464-4258/10/11/115005.
- [6] Bomzon Z, Gu M, Shamir J. Angular momentum and geometric phases in tightly-focused circularly polarized plane waves. *Appl Phys Lett* 2006; 89(24): 241104. DOI: 10.1063/1.2402909.
- [7] Wu Y, Yu P, Liu Y, Wang Z, Li Y, Gong L. Time-varying optical spin-orbit interactions in tight focusing of self-torqued beams. *J Lightw Technol* 2023; 41(7): 2252-2258. DOI: 10.1109/JLT.2022.3210953.
- [8] Bliokh KY, Rodriguez-Fortuno FJ, Nori F, Zayats AV. Spin-orbit interactions of light. *Nat Photonics* 2015; 9(12): 796-808. DOI: 10.1038/nphoton.2015.201.
- [9] Quabis S, Dorn R, Eberler M, Glöckl O, Leuchs G. Focusing light to a tighter spot. *Opt Commun* 2000; 179(1-6): 1-7. DOI: 10.1016/s0030-4018(99)00729-4.
- [10] Dorn R, Quabis S, Leuchs G. Sharper focus for a radially polarized light beam. *Phys Rev Lett* 2003, 91(23): 233901. DOI: 10.1103/physrevlett.91.233901.
- [11] Bomzon Z, Gu M. Space-variant geometrical phases in focused cylindrical light beams. *Opt Lett* 2007; 32(20), 3017-3019. DOI: 10.1364/OL.32.003017.
- [12] Berry MV. Quantal phase factors accompanying adiabatic changes. *Proc R Soc Lond A* 1984; 392(1802): 45-57. DOI: 10.1098/rspa.1984.0023.
- [13] Onoda M, Murakami S, Nagaosa N. Hall effect of light. *Phys Rev Lett* 2004; 93(8): 083901. DOI: 10.1103/physrevlett.93.083901.
- [14] Pereira SF, van de Nes AS. Superresolution by means of polarisation, phase and amplitude pupil masks. *Opt Commun* 2004; 234(1-6): 119-124. DOI: 10.1016/j.optcom.2004.02.020.
- [15] Zhu M, Fu S, Man Z. Linear and angular momentum properties induced by radial- and azimuthal-variant polarized beams in a strongly focused optical system. *Opt Express* 2022; 30(23): 41048-41060. DOI: 10.1364/OE.468511.
- [16] Ghosh B, Daniel A, Gorzkowski B, Lapkiewicz R. Azimuthal backflow in light carrying orbital angular momentum. *Optica* 2023; 10: 1217-1222. DOI: 10.1364/OPTICA.495710.
- [17] Kotlyar VV, Nalimov AG, Stafeev SS. Exploiting the circular polarization of light to obtain a spiral energy flow at the subwavelength focus. *J Opt Soc Am B* 2019; 36(10): 2850-2855. DOI: 10.1364/JOSAB.36.002850.
- [18] Bliokh KY, Ostrovskaya EA, Alonso MA, Rodríguez-Herrera OG, Lara D, Dainty C. Spin-to-orbital angular momentum conversion in focusing, scattering, and imaging systems. *Opt Express* 2011; 19(27): 26132-26149. DOI: 10.1364/OE.19.026132.
- [19] Kovalev AA, Kotlyar VV. Spin Hall effect of double-index cylindrical vector beams in a tight focus. *Micromachines* 2023; 14(2): 494. DOI: 10.3390/mi14020494.
- [20] Kotlyar VV, Kovalev AA, Kozlova ES, Telegin AM. Hall effect at the focus of an optical vortex with linear polarization. *Micromachines* 2023; 14(4): 788. DOI: 10.3390/mi14040788.
- [21] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA, Zaitsev VD. Spin Hall effect before and after the focus of a high-order cylindrical vector beam. *Appl Sci* 2022; 12(23): 12218. DOI: 10.3390/app122312218.

Сведения об авторах

Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает ведущим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт» и по совместительству профессором кафедры технической кибернетики Самарского университета. В списке научных работ более 200 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, сингулярная оптика. E-mail: alanko@ipsiras.ru, ORCID: 0000-0002-0488-4267

Стафеев Сергей Сергеевич, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и физика». Доктор физико-математических наук с 2022 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт». Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7008-8007

Телегин Алексей Михайлович, в 2009 году окончил СГАУ с дипломом по специальности «Радиотехника», в 2012 году защитил диссертацию, к.ф.-м.н., доцент кафедры конструирования и технологии электронных систем и устройств Самарского университета, с.н.с. Института космического приборостроения Самарского университета. Область научных интересов: космическое приборостроение, сенсоры. E-mail: talex85@mail.ru, ORCID: 0000-0002-1750-1536

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 23 января 2025 г. Окончательный вариант – 05 марта 2025 г.

Generation of an optical vortex immediately behind a spherical lens upon its illumination by circularly polarized light

A.A. Kovalev ^{1,2}, S.S. Stafeev ^{1,2}, A.M. Telegin ^{1,2}

¹Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute", Molodogvardeyskaya 151, Samara, 443001, Russia;

²Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, Samara, 443086, Russia

Abstract

We analyze various types of structurally stable paraxial laser beams with a finite number of intensity nulls. In more detail, we study structurally stable beams with complex amplitude equal to a complex polynomial of degree n with a Gaussian envelope. We obtain an expression for the orbital angular momentum of such beams and show that for arbitrary complex polynomial coefficients, the topological charge of such beams is equal to the degree of the polynomial, n . As an example of such beams, a rotating Laguerre-Gaussian beam is investigated, whose topological charge is equal to the radial index of the Laguerre polynomial. On the optical axis, such a beam has a nonzero intensity, while all intensity nulls lie on a straight line to the right from the optical axis and rotate counter-clockwise by an angle of $\pi/2$ upon free-space beam propagation.

Keywords: optical vortex, spherical lens, topological charge, focal spot.

Citation: Kovalev AA, Stafeev SS, Telegin AM. Generation of an optical vortex immediately behind a spherical lens upon its illumination by circularly polarized light. *Computer Optics* 2025; 49(6): 933-939. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1669.

Acknowledgements: The work was partly funded by the Russian Science Foundation under grant #23-12-00236 (theory) and within a government project of the NRC "Kurchatov Institute" (numerical simulation).

Author's information

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree (2012). He is a Leading Researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute, NRC "Kurchatov Institute", holding a part-time position of Professor at Technical Cybernetics department at Samara National Research University. He is co-author of more than 200 scientific papers. Research interests are mathematical diffraction theory, singular optics, and photonic crystal devices. E-mail: alanko@ipsiras.ru, ORCID: 0000-0002-0488-4267

Sergey S. Stafeev (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his DrSc degree in 2022. He is a researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute, NRC Kurchatov Institute. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7008-8007

Aleksey Mikhailovich Telegin, in 2009 graduated from Samara State Aerospace University with a degree in "Radio Engineering", in 2012 he defended his thesis, Ph.D., associate professor of the Designing and Technology of Electronic Systems and Devices department, Samara University, senior researcher of the Institute of Space Device Engineering, Samara University. Research interests: space instrumentation, sensors. E-mail: talex85@mail.ru, ORCID: 0000-0002-1750-1536

Received January 23, 2025. The final version – March 05, 2025.
