

Обратный канонический поток энергии в ближней зоне пучка Лагерра–Гаусса

В.В. Котляр^{1,2}, А.А. Ковалёв^{1,2}, А.Г. Налимов^{1,2}

¹ Отделение «Институт систем обработки изображений – Самара», НИЦ «Курчатовский институт»,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

В работе показано, что для скалярного однокольцевого пучка Лагерра–Гаусса при больших значениях топологического заряда канонический поток энергии вблизи перетяжки на внутренней стороне светового кольца отрицательный (обратный), а на внешней стороне – положительный. А на расстоянии от перетяжки больше длины Рэлея наоборот: канонический поток энергии на внутренней стороне кольца положительный, а на внешней стороне – отрицательный. Причем положительный и отрицательный потоки на кольце примерно равны по модулю. При малых значениях топологического заряда малые отрицательные значения канонического потока энергии также имеют место быть в сечении пучка Лагерра–Гаусса в дальней зоне на больших расстояниях от оптической оси, где интенсивность почти нулевая.

Ключевые слова: линейная поляризация, параксиальный пучок Лагерра–Гаусса, продольный канонический (орбитальный) поток энергии.

Цитирование: Котляр, В.В. Обратный канонический поток энергии в ближней зоне пучка Лагерра–Гаусса / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. – 2026. – Т. 50, № 2. – 1717. – DOI: 10.18287/COJ1717.

Citation: Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Backward canonical near-field energy flux of a Laguerre-Gauss beam. Computer Optics 2026; 50(2): 1717. DOI: 10.18287/COJ1717.

Введение

Лазерные пучки Лагерра–Гаусса (ЛГ) [1–4] известны давно и очень хорошо изучены [5–7]. Именно на примере пучков ЛГ в 1992 году впервые было показано, что свет обладает орбитальным угловым моментом (ОУМ) [8]. Нормированный на мощность пучка ОУМ пучков ЛГ равен топологическому заряду n и сохраняется при распространении пучка в свободном пространстве. В [8] были рассчитаны распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга и распределение углового момента для пучка ЛГ. Продольная компонента вектора Пойнтинга в [8] оказалась равна (с точностью до постоянной) интенсивности пучка ЛГ, то есть всегда положительная. Однако в некоторых работах [9 – 11] было показано, что в остром фокусе может формироваться обратный поток энергии. Он формируется в тех областях в сечении пучка, в которых продольная проекция вектора Пойнтинга имеет отрицательные значения. С другой стороны, известно, что вектор Пойнтинга с точностью до несущественных констант состоит из двух векторов [12], которые описывают орбитальный поток энергии (канонический поток энергии) P_{or} и поток спина P_{sp} :

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_{or} + \mathbf{P}_{sp} = \text{Im}(\mathbf{E}^* \cdot (\nabla) \mathbf{E}) + \frac{1}{2} (\nabla \times \mathbf{S}),$$

$$\mathbf{S} = \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}).$$
(1)

В (1) $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$ – декартовы проекции вектора напряженности электрического поля. С учетом уравнения (1) получается, что отрицательное значение вектора Пойнтинга может обеспечивать спиновая часть потока энергии. Действительно, в [13] показано, что обратный поток формируется в тех областях в сечении пучка, в которых продольная компонента потока спина $P_{sp,z}$ отрицательная и больше по модулю, чем положительная продольная компонента канонического потока $P_{or,z}$. В [12] показано, что продольная компонента канонического потока энергии для пучка ЛГ с круговой поляризацией и с учетом продольной компоненты поля всегда положительная и пропорциональна интенсивности. Этот результат получен на основе предположения, что волновое число света много больше, чем величина топологического заряда, деленная на длину Рэлея. Но в современных исследованиях используются оптические вихри с топологическими зарядами больше 100 [14 – 18] и даже больше 10000 [19]. При больших топологических зарядах канонический поток энергии уже не равен интенсивности и при некоторых параметрах может быть отрицательным.

В данной работе мы покажем, что у обычного однокольцевого пучка ЛГ в ближней зоне, то есть на расстоянии от перетяжки много меньшем, чем длина Рэлея, при больших топологических зарядах (около 100) и малых радиусах перетяжки (в полтора раза больше длины волны) формируется отрицательный канонический поток энергии.

1. Канонический обратный поток энергии в сечении пучка Лагерра–Гаусса

Рассмотрим комплексную амплитуду однокольцевого пучка ЛГ:

$$E_x(r, \varphi, z) = \frac{1}{q(z)} \exp\left(ikz + in\varphi - \frac{r^2}{w^2 q(z)}\right) \left(\frac{r}{wq(z)}\right)^n, \quad (2)$$

где $k=2\pi/\lambda$ – волновое число света с длиной волны λ , (r, φ, z) – цилиндрические координаты, w – радиус перетяжки гауссова пучка, n – топологический заряд, $q(z)=1+iz/z_0$, $z_0=kw^2/2$ – длина Рэлея. Продольную проекцию орбитального потока энергии, согласно (1), будем искать по формуле:

$$P_{or,z} = \text{Im}\left(E_x^* \frac{\partial}{\partial z} E_x + E_y^* \frac{\partial}{\partial z} E_y + E_z^* \frac{\partial}{\partial z} E_z\right). \quad (3)$$

В случае паракиального светового поля с линейной поляризацией (2) в выражении (3) останется только первое слагаемое (продольную компоненту поля учтем после). Подставим (2) в (3), получим:

$$P_{or,z} = \frac{1}{|q(z)|^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2 |q(z)|^2}\right) \left(\frac{r}{w|q(z)|}\right)^{2n} \times \frac{\partial}{\partial z} \left(kz + n\varphi - (n+1)\psi + \frac{r^2 \sin \psi}{w^2 |q(z)|}\right), \quad \psi = \text{arctg}\left(\frac{z}{z_0}\right). \quad (4)$$

В (4) первые 3 сомножителя – это распределение интенсивности поля (2), а последний сомножитель – это производная фазы поля (2) по переменной z :

$$P_{or,z} = |E_x(r, z)|^2 \frac{\partial}{\partial z} (\arg E_x) = |E_x(r, z)|^2 \times \left(k - \frac{(n+1)}{|q(z)|^2 z_0} + \frac{r^2}{w^2 |q(z)|^4 z_0} - \frac{2r^2 z^2}{w^2 |q(z)|^4 z_0^3}\right). \quad (5)$$

Найдем примерные параметры в (5), при которых канонический поток будет отрицательный, $P_{or,z} < 0$. Рассмотрим ближнюю зону, то есть $z \ll z_0$. При этом фаза Гоу ψ будет почти нулевая и будут иметь место приближенные равенства: $\psi \approx 0$, $\cos \psi \approx 1$, $|q(z)| \approx 1$. Поэтому, чтобы выражение во вторых круглых скобках в (5) было меньше нуля, должно выполняться неравенство ($n > 0$):

$$kz_0 - (n+1) + \frac{r^2}{w^2} < 0. \quad (6)$$

Пусть в (6) $r < w$, тогда, вместо (6), можно записать:

$$kz_0 < n. \quad (7)$$

Из (7) следует неравенство на величину радиуса перетяжки:

$$w < \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{n}{2}}. \quad (8)$$

В работах [20 – 23] используются разные подходы для определения границ применимости паракиального приближения. Например, в работе Agrawal G.P. [23] показано, что паракиальное приближение выполняется, если $kw > 4$, то есть при $w > 2\lambda/\pi$. Поэтому, если в (8) выбрать, например, $n = 72$, то радиус перетяжки может быть равен $w = 1,5\lambda$. При этом будет выполняться и паракиальное приближение, и неравенство (8), которое гарантирует наличие обратного канонического потока энергии (5) в сечении пучка (2).

Чтобы добиться примерного равенства прямого и обратного канонических потоков энергии, нужно, чтобы производная фазы поля (2) по переменной z была равна нулю примерно на кольце с таким радиусом, при котором интенсивность максимальна. Из (5) найдем радиус, на котором производная фазы по z ($z \ll z_0$) равна нулю, получим:

$$r_1 = w|q(z)| \sqrt{(n+1) - kz_0 |q(z)|^2}. \quad (9)$$

Под корнем в (9) должно быть положительное число.

Из выражения для интенсивности поля (2) найдем радиус кольца, на котором интенсивность максимальна, получим:

$$r_2 = w|q(z)| \sqrt{\frac{n}{2}}. \quad (10)$$

Приравняем друг другу r_1 и r_2 , получим условие, которое связывает величину радиуса перетяжки и величину топологического заряда ($z \ll z_0$):

$$w \approx \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{n+2}. \tag{11}$$

Например, при $n = 120$ из (11) следует, что радиус перетяжки должен быть примерно $w \approx 1,75\lambda$. На рис. 1 показано распределение интенсивности (а) и распределение канонического потока энергии (б) в сечении пучка (2) при следующих параметрах: длина волны $\lambda = 532$ нм, радиус перетяжки $w = 1,75\lambda$, ТЗ $n = 120$, расстояние распространения $z = z_0/50$, размер расчётной области 20×20 мкм, $z_0 = \pi\lambda(1,75)^2 = 9,62\lambda$.

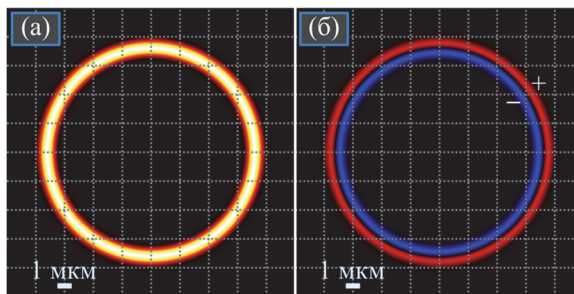


Рис. 1. Распределение интенсивности (а) и продольной компоненты канонического потока энергии (б): интенсивность – максимум белый цвет, знак «+» – положительный поток, знак «-» – отрицательный поток. Параметры моделирования: $\lambda = 532$ нм, $w = 1,75\lambda$, $n = 120$, расстояние распространения $z = z_0/50$

Из рис. 1 следует, что плотность обратного и прямого потоков примерно одинаковая.

2. Динамика изменения канонического обратного потока вдоль оптической оси

Исследуем динамику изменения распределения обратного канонического потока энергии при распространении пучка (2) в свободном пространстве. Преобразуем (5) к более удобному виду:

$$P_{or,z} = |E_x(r,z)|^2 \frac{1}{|q(z)|^2 z_0} \times \left[kz_0 |q(z)|^2 - (n+1) + \left(\frac{r}{w|q(z)|} \right)^2 \left(1 - \frac{2z^2}{z_0^2} \right) \right]. \tag{12}$$

Выражение в квадратных скобках отвечает за знак плотности канонического потока энергии. Чтобы проанализировать знак этого выражения, выберем $n = 120$ и $w = 1,75\lambda$, чтобы согласовать теорию и моделирование (рис. 1). При этом выражение kz_0 в (12) будет равно 60,45. При $z < z_0$ $|q|^2 < 2$, поэтому $kz_0 |q(z)|^2 - (n+1) < 0$. Аналогично, выбрав, например, расстояние $z < z_0/\sqrt{2}$, получим, что множитель при $(r/w)^2$ положительный. В этом случае зависимость производной фазы поля (2) по переменной z будет описываться параболой вида

$$P_{or,z} \sim -a + br^2, \quad a > 0, b > 0. \tag{13}$$

Это означает, что внутри кольца интенсивности и до середины кольца интенсивности знак функции (13) будет отрицательный, а на внешней стороне кольца интенсивности знак (13) будет положительный, как показано на рис. 1. На расстоянии Рэлея ($z = z_0/\sqrt{2}$) сомножитель в круглых скобках, который умножается на $(r/w)^2$, будет равен нулю, а в (13) $b = 0$. То есть на всем кольце поток будет отрицательный. При $z > z_0$ и в дальней зоне знаки у параболы (13) поменяются. Действительно, например, при $z = z_0\sqrt{2}$ выражение $kz_0 |q(z)|^2 - (n+1) = 181,35 - 121$ будет больше нуля, а множитель при $(r/w)^2$ будет отрицательный и равен -1 . Поэтому парабола (13) после расстояния Рэлея изменится на параболу вида:

$$P_{or,z} \sim a - br^2, \quad a > 0, b > 0. \tag{14}$$

Это означает, что на внутренней части кольца интенсивности теперь будет положительный поток энергии, а на внешней стороне светового кольца поток энергии будет отрицательный. Это подтверждает моделирование. Так, на рис. 2 показано, что пучок (2) при распространении в свободном пространстве изменяет распределение продольного канонического потока энергии на световом кольце. На расстоянии $z = z_0/\sqrt{2}$ (рис. 2а) внутри кольца и на самом кольце поток отрицательный (знак «-»), а при расстояниях больше расстояния Рэлея (рис. 2б) на внутренней стороне кольца поток положительный, а на внешней стороне кольца – отрицательный. Мы также рассчитали плотность продольного канонического потока энергии для начального поля (2) при тех же параметрах, но на расстоянии $z_0/2$ с помощью интегрального преобразования Френеля и уравнения (3). Результат

совпал с аналогичным результатом, рассчитанным по формуле (12). Это означает, что параксиальное приближение работает при выбранных параметрах. Напомним, что на расстоянии меньшем длины Рэлея (рис. 1б) ($z = z_0/\sqrt{2}$) наоборот: на внутренней стороне кольца поток отрицательный, а на внешней стороне – положительный.

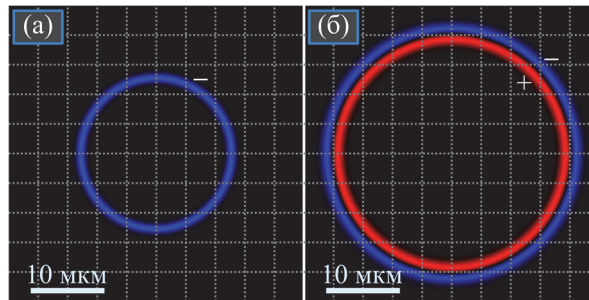


Рис. 2. Отрицательное (синее и минус) распределение потока энергии на кольце на расстоянии $z = z_0/\sqrt{2}$ (а) и распределение потока энергии на кольце на расстоянии $z = 2z_0$ (б): положительные значения потока (знак +) внутри кольца и отрицательные значения потока (знак -) вне кольца. Параметры моделирования: $\lambda = 532$ нм, $w = 1,75\lambda$, $n = 120$

Расходимость рассматриваемого пучка достаточно большая. Так, в начальной плоскости светлое кольцо было радиусом $13,6\lambda$ (примерно, как на рис. 1а), а на расстоянии Рэлея радиус светлого кольца увеличился в $\sqrt{2}$ раз и стал равен $19,2\lambda$. Тангенс угла расходимости примерно равен $(19,2-13,6)/z_0 = 0,58$, то есть угол расходимости равен примерно 30 градусов.

Если выбрать значение топологического заряда небольшое, например, $n = 3$, то из уравнения (12) следует, что выражение в квадратных скобках также может быть отрицательным

$$kz_0 |q(z)|^2 - (n+1) + \left(\frac{r}{w|q(z)|}\right)^2 \left(1 - \frac{2z^2}{z_0^2}\right) < 0. \tag{15}$$

Но при этом первое слагаемое будет больше второго, а третье слагаемое будет отрицательным при больших z и при подходящем выборе радиуса r может превышать по модулю сумму первых двух слагаемых. Действительно, при больших $z \gg z_0$ из (15) следует, что при условии

$$z < r, \tag{16}$$

при небольших n и при любом радиусе перетяжки w начиная с $r = z\sqrt{2}$ величина канонического потока энергии будет отрицательная. Правда, по модулю она будет очень маленькой. Так, на рис. 3а показано распределение интенсивности при $w = 1,75\lambda$, $n = 3$ на расстоянии $z = 5z_0$ для пучка с амплитудой (2). На рис. 3б кольцо со знаком плюс – это положительный канонический поток энергии вдоль оси z . А за окружностью радиусом $r = 38$ мкм (пунктирная линия на рис. 3а) поток энергии отрицательный, правда очень маленький, равный $-1,63 \times 10^{-55}$. По формуле (16) радиус окружности, с которой начинаются отрицательные значения обратного потока энергии, примерно равен $r = \sqrt{2}(5z_0) = 36$ мкм. Приравнивая выражение (15) к нулю и решая уравнение относительно переменной r , можно найти более точное значение радиуса пунктирной окружности, $r = 38$ мкм.

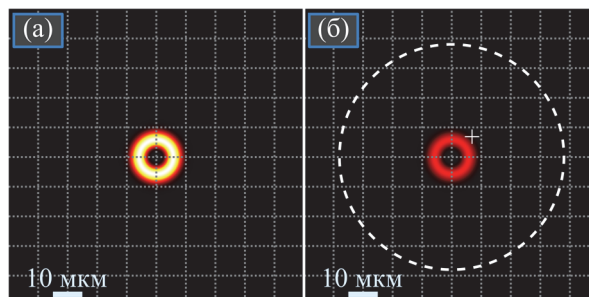


Рис. 3. Распределение интенсивности (а) поля (2) на расстоянии $z = 5z_0$ при $w = 1,75\lambda$, $n = 3$ и продольная проекция канонического потока энергии (б): знак «+» – положительный поток энергии на кольце и до пунктирной окружности, после пунктирной окружности поток отрицательный

3. Учет продольной компоненты светового поля

Канонический поток энергии (3) с учетом малой продольной компоненты поля будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
P_{or,z} &= \text{Im} \left(E_x^* \frac{\partial}{\partial z} E_x + E_z^* \frac{\partial}{\partial z} E_z \right) = A_x^2 \frac{\partial}{\partial z} \Phi_x + A_z^2 \frac{\partial}{\partial z} \Phi_z, \\
A_x &= \frac{1}{|q(z)|} \left(\frac{r}{w|q(z)|} \right)^n \exp \left(-\frac{r^2}{w^2|q(z)|^2} \right), \\
\Phi_x &= kz - (n+1)\psi + n\varphi + \frac{r^2 z}{w^2 z_0 |q(z)|^2}, \\
A_z &= \frac{A_x}{k} \left[\cos^2 \varphi \left(\frac{n}{r} - \frac{2r}{w^2|q(z)|^2} \right)^2 + \left(\frac{n}{r} \sin \varphi - \frac{2rz \cos \varphi}{w^2 z_0 |q(z)|^2} \right)^2 \right]^{1/2}, \\
\Phi_z &= \Phi_x + \text{arctg} \left(\frac{-\frac{n}{r} \sin \varphi + \frac{2rz}{w^2 z_0 |q(z)|^2} \cos \varphi}{\frac{n}{r} \cos \varphi - \frac{2r}{w^2|q(z)|^2} \cos \varphi} \right).
\end{aligned} \tag{17}$$

Распределение интенсивности пучка ЛГ с линейной поляризацией вдоль оси x и с учетом продольной компоненты поля будет иметь вид:

$$I = |E_x|^2 + |E_z|^2 = A_x^2 \left(1 + \frac{1}{k^2} \left[\cos^2 \varphi \left(\frac{n}{r} - \frac{2r}{w^2|q(z)|^2} \right)^2 + \left(\frac{n}{r} \sin \varphi - \frac{2rz \cos \varphi}{w^2 z_0 |q(z)|^2} \right)^2 \right] \right). \tag{18}$$

Если топологический заряд небольшой, то из (17) и (18) следует, что канонический поток энергии вдоль оптической оси будет положительный и равен поперечной интенсивности, умноженной на волновое число, $P_{or,z} = kA_x^2$, а распределение интенсивности будет иметь вид круглого кольца $I = A_x^2$. Но если топологический заряд большой, например, как на рис. 1, то следует учитывать следующие члены в выражениях (17) и (18), и продольная компонента начинает влиять на интенсивность. Из (18) видно, что продольная компонента немного изменяет круговую симметрию распределения интенсивности, и у кольца на горизонтальной оси интенсивность будет меньше, чем на вертикальной. На рис. 4 показаны распределение интенсивности (а) и канонический поток энергии (б) при тех же параметрах, что и на рис. 1, но с учетом продольной компоненты поля $E_z = A_z \exp(i\Phi_z)$. Из рис. 4 видно, что хотя интенсивность потеряла круговую симметрию из-за продольной компоненты, но обратный поток не пропал, а только уменьшился по величине вблизи горизонтальной оси.

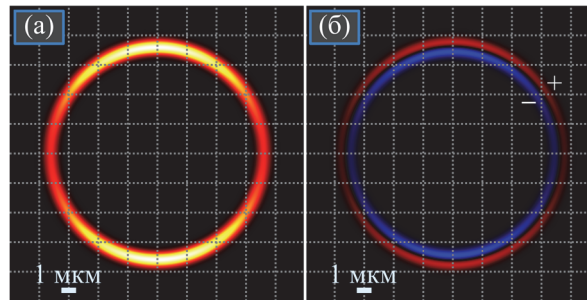


Рис. 4. Распределение интенсивности (а) и продольной компоненты канонического потока энергии (б): интенсивность – максимум белый цвет, минимум на кольце – серый цвет, знак «+» – положительный поток, знак «-» – отрицательный поток. Параметры моделирования: $\lambda = 532$ нм, $w = 1,75\lambda$, $n = 120$, расстояние распространения $z = z_0/50$

На рис. 4 видно, что вблизи перетяжки обратный канонический поток имеет место на внутренней части кольца интенсивности. Это можно объяснить таким образом. Радиус кольца r_2 на рис. 4а примерно равен $r_2 = w\sqrt{n/2} = 1,75(7,75)\lambda = 13,5\lambda$, а длина кольца равна $2\pi r_2 = 85,2\lambda$. И так как топологический заряд равен $n = 120$, то на длину кольца приходится 120 скачков азимутальной фазы $n\varphi$ на 2π , а на длину волны приходится $120/85,2 = 1,4$ скачка фазы на 2π . То есть в начальной плоскости имеется субволновая фазовая решетка, после прохождения через которую появляются и поверхностные, и обратные волны. Но период этой решетки увеличивается с увеличением радиуса. Поэтому на внутренней стороне кольца период азимутальной фазовой решетки меньше длины волны и имеются обратные волны, а на внешней стороне кольца период решетки уже равен или больше длины волны и обратных волн нет.

Заключение

В работе на примере хорошо известного однокольцевого пучка Лагерра–Гаусса показано, что в сечении пучка имеют место отрицательные значения канонического обратного потока энергии. Канонический обратный поток энергии для скалярных пучков равен интенсивности, умноженной на градиент фазы. А градиент фазы равен волновому вектору светового поля. Поэтому считалось, что у скалярных пучков, которые распространяются в положительном направлении оптической оси, не может быть отрицательных значений канонического обратного потока. Это бы означало, что в сечении пучка есть области, в которых волновой вектор направлен в обратную сторону по отношению к направлению оптической оси. У всех параксиальных пучков света в фазе присутствует слагаемое, равное kz . Поэтому производная фазы по продольной координате равна волновому числу, которое много больше, чем проекции волнового вектора по поперечным координатам. Этим и объясняется то, что локально волновой фронт пучка похож на участок плоской волны, которая имеет положительную проекцию волнового вектора вдоль оптической оси. Но у вихревого пучка есть еще фаза Гоу, $-(n+1)\arctg(z/z_0)$, производная которой по продольной координате всегда отрицательная и тем больше по модулю, чем больше топологический заряд оптического вихря. При достаточно большом положительном топологическом заряде ($n > 0$) производная фазы Гоу может превысить значение волнового вектора, и тогда канонический поток энергии будет отрицательный (обратный). Таким образом, физически отрицательный канонический поток энергии вблизи перетяжки пучка Лагерра–Гаусса объясняется тем, что положительная производная по продольной координате фазы плоской волны, пропорциональная волновому числу k , может быть меньше, чем отрицательная производная по продольной координате фазы Гоу, пропорциональная величине $-(n+1)/z_0$. Но не только топологический заряд должен быть большим, нужно также, чтобы длина Рэлея z_0 была небольшой и радиус перетяжки гауссова пучка w тоже был небольшой. Это приводит к тому, что в начальной плоскости при обходе по кольцу интенсивности на длину волны укладывается несколько скачков фазы на 2π . То есть для формирования обратного канонического потока у пучка ЛГ нужно, чтобы азимутальная фаза была субволновой. Тогда в начальной плоскости будет присутствовать «субволновая фазовая азимутальная решетка», при проходе через которую у светового поля формируются как поверхностные, так и обратные волны.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 26-12-00117 (в части моделирования) и в рамках Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» (в части теории).

References

- [1] Kogelnik H, Li T. Laser beams and resonators. *Appl Opt* 1966; 5(10): 1550-1567. DOI: 10.1364/AO.5.001550.
- [2] Zauderer E. Complex argument Hermite–Gaussian and Laguerre–Gaussian beams. *J Opt Soc Am A* 1986; 3(4): 465-469. DOI: 10.1364/JOSAA.3.000465.
- [3] Wünsche A. Generalized Gaussian beam solutions of paraxial optics and their connection to a hidden symmetry. *J Opt Soc Am A* 1989; 6(9): 1320-1329. DOI: 10.1364/JOSAA.6.001320media.
- [4] Abramochkin E, Volostnikov V. Beam transformations and nontransformed beams. *Opt Commun* 1991; 83(1-2): 123-135. DOI: 10.1016/0030-4018(91)90534-K.
- [5] Ghaderi Goran Abad M, Mahmoudi M. Laguerre–Gaussian modes generated vector beam via nonlinear magneto-optical rotation. *Sci Rep* 2021; 11: 5972. DOI: 10.1038/s41598-021-85249-8.
- [6] Sueda K, Miyaji G, Miyanaga N, Nakatsuka M. Laguerre–Gaussian beam generated with a multilevel spiral phase plate for high intensity laser pulses. *Opt Express* 2004; 12(15): 3548-3553. DOI: 10.1364/opex.12.003548.
- [7] Power WL, Thompson RC. Laguerre–Gaussian laser beams and ion traps. *Opt Commun* 1996; 132(3-4): 371-378. DOI: 10.1016/0030-4018(96)00335-5.
- [8] Allen L, Beijersbergen MW, Spreeuw RJC, Woerdman JP. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre–Gaussian laser modes. *Phys Rev A* 1992; 45(11): 8185-8189. DOI: 10.1103/PhysRevA.45.8185.
- [9] Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG. Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity. *Phys Rev A* 2019; 99(3): 033840. DOI: 10.1103/PhysRevA.99.033840.
- [10] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems, II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc R Soc Lond A Math Phys Sci* 1959; 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [11] Ignatovsky VS. Diffraction by a lens having arbitrary opening. *Trans Opt Inst* 1919; 1(IV): 4.
- [12] Ghosh B, Daniel A, Gorzkowski B, Bekshaev AY, Lapkiewicz R, Bliokh KY. Canonical and Poynting currents in propagation and diffraction of structured light: tutorial. *J Opt Soc Am B* 2024; 41(6): 1276-1289. DOI: 10.1364/JOSAB.522393.
- [13] Kotlyar VV, Stafeev SS. Orbital and spin energy flows in tight focus. *Optik* 2021; 245: 167703. DOI: 10.1016/j.ijleo.2021.167703.
- [14] Li FJ, Ding H, Meng Z. Measuring high-order optical orbital angular momentum with a petal-like zone plate. *IEEE Photon Technol Lett* 2022; 34(2): 125-128. DOI: 10.1109/LPT.2022.3140239.
- [15] Dezfouli AM, Abramović D, Rakić M. Detection of the orbital angular momentum state of light using sinusoidally shaped phase grating. *Appl Phys Lett* 2022; 120(19): 191106. DOI: 10.1063/5.0089735.
- [16] Yang CY, Liu R, Ni WJ. High-order OAM states unwrapping in multiplexed optical links. *APL Photonics* 2023; 8(5): 056110. DOI: 10.1063/5.0144999.
- [17] Ni WJ, Liu R, Yang CY. Annular phase grating-assisted recording of an ultrahigh-order optical orbital angular momentum. *Opt Express* 2022; 30(21): 37526-37535. DOI: 10.1364/OE.473624.

- [18] Pinnell J, Rodríguez-Fajardo V, Forbes A. Probing the limits of orbital angular momentum generation and detection with spatial light modulators. *J Opt* 2021; 23(1): 015602. DOI: 10.1088/2040-8986/abcd02.
- [19] Fickler R, Campbell G, Buchler B, Lam PK, Zeilinger A. Quantum entanglement of angular momentum states with quantum numbers up to 10,010. *Proc Natl Acad Sci U S A* 2016; 113(48): 13642-13647. DOI: 10.1073/pnas.1616889113.
- [20] Guha S. Validity of the paraxial approximation in the focal region of a small-f-number lens. *Opt Lett* 2001; 26(20): 1598-1600. DOI: 10.1364/ol.26.001598.
- [21] Vaveliuk P, Ruiz B, Lencina A. Limits of the paraxial approximation in laser beams. *Opt Lett* 2007; 32(8): 927-929. DOI: 10.1364/ol.32.000927.
- [22] Das A, Soltani N, Agio M. Focused Gaussian beam in the paraxial approximation. *Opt Lett* 2020; 45(24): 6752-6754. DOI: 10.1364/OL.414302.
- [23] Agrawal GP, Pattanayak DN. Gaussian beam propagation beyond the paraxial approximation. *J Opt Soc Am* 1979; 69(4): 575-578. DOI: 10.1364/JOSA.69.000575.

Сведения об авторах

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ, НИЦ «Курчатовский институт» и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета (СУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 560 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru

Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений ИСОИ, НИЦ Курчатовский институт. В списке научных работ более 200 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: alanko@ipsiras.ru ORCID: 0000-0002-0488-4267.

Налимов Антон Геннадьевич, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Окончил очную аспирантуру по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики в Самарском университете в должности доцента, в ИСОИ, НИЦ «Курчатовский институт» в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 200 работ и 3 патентов. E-mail: anton@ipsiras.ru

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 14 апреля 2025 г. Окончательный вариант – 28 апреля 2025 г.

Backward canonical near-field energy flux of a Laguerre-Gauss beam

V.V. Kotlyar^{1,2}, A.A. Kovalev^{1,2}, A.G. Nalimov^{1,2}

¹Image Processing Systems Institute, NRC “Kurchatov Institute”, Molodogvardeyskaya str. 151, Samara, 443001, Russia;

²Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, Samara, 443086, Russia

Abstract

We show that for a scalar single-ring Laguerre-Gauss beam with high topological charge, the near-waist canonical energy flux is negative (reverse) on the inner side of the intensity ring and positive on the outer side. And vice versa, at a distance from the waist greater than the Rayleigh length, the canonical energy flux is positive on the inner side of the ring and negative on the outer side. Moreover, the positive and negative fluxes on the ring are approximately equal in modulus. At small values of the topological charge, small negative values of the canonical energy flux also occur in the cross-section of the Laguerre-Gauss beam in the far field at large distances from the optical axis, where the intensity is almost zero.

Keywords: linear polarization, paraxial Laguerre-Gaussian beam, longitudinal canonical (orbital) energy flux.

Citation: Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Backward canonical near-field energy flux of a Laguerre-Gauss beam. *Computer Optics* 2026; 50(2): 1717. DOI: 10.18287/COJ1717.

Acknowledgements: The work was partly funded by the Russian Science Foundation under grant #26-12-00117 (Numerical simulation) and NRC “Kurchatov Institute” within a government project (Theoretical substantiation).

Authors' information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute, NRC Kurchatov Institute and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 560 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics and optical vortices. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree in 2012. He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at IPSI, NRC Kurchatov Institute. He is a co-author of more than 200 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices. E-mail: alanko@ipsiras.ru ORCID: 0000-0002-0488-4267.

Anton Gennadyevich Nalimov (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Finished postgraduate study in 2006 with speciality 01.04.05 “Optics”. A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in the Image Processing Systems Institute, NRC Kurchatov Institute, Samara, Russia. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 200 papers and 3 inventions. E-mail: anton@ipsiras.ru

Received April 14, 2025. The final version – April 28, 2025.
