

## Исследование одной конфокальной оптической системы для офтальмологических приложений

С.Д. Бажитов<sup>1</sup>, А.В. Ларичев<sup>2</sup>, А.В. Разгулин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, 119991, Россия, г. Москва, ул. Ленинские горы, д. 1/52;

<sup>2</sup> МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, 119991, Россия, г. Москва, ул. Ленинские горы, д. 1/2

### Аннотация

Разработана новая математическая модель конфокальной системы для решения задачи оптического секционирования полупрозрачных многослойных объектов в офтальмологических приложениях. Модель описывается многомерным интегральным уравнением скалярной теории дифракции в когерентном случае и позволяет исследовать зависимость качества секционирования от размера датчика интенсивности, аберраций оптической системы и физических параметров источника.

**Ключевые слова:** секционирование, изображающая система, конфокальная система, свёртка, размытие, аберрация.

**Цитирование:** Бажитов, С.Д. Исследование одной конфокальной оптической системы для офтальмологических приложений / С.Д. Бажитов, А.В. Ларичев, А.В. Разгулин // Компьютерная оптика. – 2026. – Т. 50, № 2. – 1735. – DOI: 10.18287/COJ1735.

**Citation:** Bazhitov SD, Larichev AV, Razgulin AV. Research of one confocal optical system for ophthalmic applications. Computer Optics 2026; 50(2): 1735. DOI: 10.18287/COJ1735.

### Введение

Конфокальные оптические системы широко используются в микроскопии для исследования объектов различной природы (см., например, [1–3]) благодаря лучшим (по сравнению с широкоугольными системами) параметрам разрешения в продольном и поперечном направлениях. Конфокальные системы в последнее время находят применение и в офтальмологии [4, 9]. Современная технология цифровой обработки изображений позволяет собирать количественные данные неинвазивно, точно и при низком уровне освещенности. Точность лазерной сканирующей офтальмоскопии основана на том, что источник лазерного света фокусируется в одну точку на объекте. Отраженный лазерный свет отделяется светоделителем от пути падающего лазерного луча и фокусируется на светочувствительном детекторе. Благодаря конфокальной конструкции свет, исходящий из-за пределов фокальной плоскости, сильно подавляется, и только слой объекта в фокальной плоскости вносит основной вклад в изображение. Благодаря улучшенным параметрам разрешения по глубине конфокальные системы перспективны для решения задачи оптического секционирования полупрозрачных многослойных объектов для исследования трехмерных структур глаза. Другим преимуществом является эндогенный (внутренний) контраст ([10], гл. 4), обеспечиваемый структурами в ткани, которые рассеивают видимый свет независимо от длины волны и без необходимости в дополнительных средствах усиления контраста с помощью красителя. Таким образом, благодаря конфокальной микроскопии живую ткань можно исследовать *in vivo* в ее естественном состоянии, со всеми типами клеток, что особенно актуально для офтальмологических приложений. Развитие конфокальной лазерной сканирующей микроскопии позволяет в принципе проводить точную трехмерную визуализацию микроструктур глазного дна, в частности, его зрительного нерва и сетчатки, что актуально для своевременной диагностики таких социально значимых заболеваний, как диабетическая ретинопатия и др.

В литературе известны классические схемы конфокальной оптической микроскопии, для которых построены их математические модели (см., например, [5, 6]). Однако этих фундаментальных исследований обычно бывает недостаточно для непосредственного исследования моделей конкретных конфокальных систем, например, применяющихся в офтальмологических системах диагностики на основе адаптивной оптики [7, 8]. В этом случае приходится учитывать достаточно тонкую специфику оптической схемы, однако и получаемая на этом пути математическая модель является наиболее адекватной физическому устройству, что позволяет эффективно проводить его исследование и оптимизацию параметров, влияющих на продольное и поперечное разрешение, а также учесть аберрации.

В работе представлена новая математическая модель конфокальной оптической системы для офтальмологических приложений. В отличие от традиционных моделей конфокальных систем ([5, 6]) в разработанной конфигурации, типичной для офтальмологических приложений (см. обзор [4], гл. 12 и цитируемую в нем литературу), входной сигнал, подсвечивающий объект, является тонким гауссовым лазерным пучком с плоской фазой. Пройдя глазную линзу (упрощенная модель формирования изображений в глазу), он фокусируется в точке на плоскости объекта. Свет отражается от объекта, обратно проходит через глазную линзу, совмещенную со зрачком, отражается от наклоненного светоделительного кольцеобразного зеркала (апертурный

светоделитель), проходит через линзу детектора и фокусируется в плоскости детектора, который регистрирует среднюю по своей апертуре интенсивность. Фактически меняя размер детектора в модели, можно исследовать действие конфокальной диафрагмы, которая используется в реальных системах. Возможные aberrации оптической системы учитываются в модели в виде фазовых добавок к комплексным амплитудам в соответствующих плоскостях. При этом предполагается, что оптическая система строит изображение глазной линзы на линзе детектора. Для адекватного описания распространения световой волны в системе используется скалярная теория дифракции, при этом дифракционные интегралы записываются в приближении Френеля, что соответствует характерным пространственным масштабам офтальмологических приложений. В итоге получается нелинейное (поскольку регистрируется интенсивность) многомерное интегральное уравнение, учитывающее возможность сканирования образца живой ткани как в поперечной плоскости, так и по глубине.

Поскольку надлежащее функционирование конфокальной системы определяется выбором параметров, при которых достигается определенный исследователем (или заказчиком) компромисс между интенсивностью получаемого изображения и его пространственным разрешением, то было проведено численное исследование того, насколько уменьшение размеров датчика увеличивает разрешение. В частности, проведен расчет модели конфокальной оптической системы при исследовании структур сетчатки глаза человека и построены графики эффективного вклада апертуры детектора в захваченную интенсивность изображения точечного объекта, что позволяет выбирать оптимальный размер детектора с учетом необходимой доли регистрируемого сигнала и допустимого уровня шума.

Для исследования влияния aberrаций оптической системы на качество регистрации светового сигнала, что в конечном итоге влияет на качество оптического секционирования, были проведены расчеты зависимостей продольного и поперечного разрешения конфокальной оптической системы от основных aberrаций (наклон, дефокусировка, астигматизм, кома, сферическая aberrация) для параметров модели, типичных при исследовании структур сетчатки глаза человека. Также проведено исследование влияния aberrаций на форму и положение изображения точечного источника при его размещении как в плоскости фокусировки, так и вне нее.

Для приложений, связанных с исследованием трехмерных структур, важным свойством является возможность реализации с помощью конфокальной системы оптического секционирования трехмерного полупрозрачного объекта без последующей постобработки, связанной с фильтрацией паразитных изображений с соседних слоев по глубине. Для этого проведены расчеты зависимости показателя секционирования (отношение максимальной интенсивности слоя фокальной плоскости и соседнего слоя) от радиуса детектора без aberrаций и с aberrациями, что позволило определить диапазоны применимости конфокальной системы для решения задачи оптического секционирования в зависимости от параметров системы и размеров объекта.

### 1. Модель конфокальной оптической системы

На рис. 1 представлена принципиальная схема конфокальной оптической системы для оптического секционирования полупрозрачных офтальмологических объектов. Узкий гауссов лазерный пучок (красная стрелка) попадает в систему через центральное отверстие кольцеобразного светоделительного зеркала и достигает первой линзы (глазная линза) в плоскости  $(x_0, y_0)$ . Пройдя глазную линзу, он фокусируется в точке в плоскости  $(x_1, y_1)$  на объекте. Свет отражается от объекта (синяя стрелка), проходит через глазную линзу, далее отражается от кольцеобразного светоделительного зеркала, проходит через вторую линзу (детекторная линза) в плоскости  $(x_2, y_2)$  и фокусируется в плоскости  $(x_3, y_3)$ , в которой расположен светочувствительный детектор.

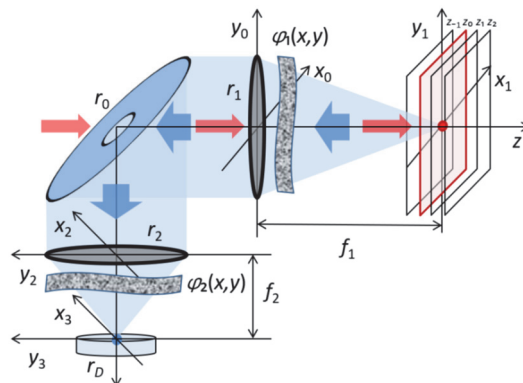


Рис. 1. Принципиальная схема конфокальной оптической системы для оптического секционирования

Обозначим через  $G(x_0, y_0)$  комплексную амплитуду узкого гауссова пучка с плоским волновым фронтом, здесь  $\omega$  имеет смысл радиуса пучка по уровню  $1/e$  от максимальной интенсивности

$$G(x_0, y_0) = Ae^{-\frac{(x_0^2 + y_0^2)}{2\omega^2}}, A > 0, \omega > 0, \tag{1}$$

и через  $P_1(x_0, y_0)$  – функцию зрачка глазной линзы:

$$P_1(x_0, y_0) = \begin{cases} 1, & x_0^2 + y_0^2 \leq r_1^2, \\ 0, & x_0^2 + y_0^2 > r_1^2. \end{cases}$$

Световое поле сразу после глазной линзы равно  $U_0(x_0, y_0) = G(x_0, y_0)P_1(x_0, y_0)e^{\frac{ik}{2f_1}(x_0^2+y_0^2)}$ .

Наличие фазовых aberrаций оптической системы глаза учитывается функцией  $\varphi_1(x, y)$ . При этом функция зрачка при прямом проходе луча принимает вид

$$P_1^+(x_0, y_0) = P_1(x_0, y_0)e^{i\varphi(x_0, y_0)}.$$

Пусть  $z_1$  обозначает продольную координату так, что  $z_1 = 0$  соответствует фокальной плоскости глазной линзы и  $z_1 > 0$  правее фокальной плоскости. Тогда комплексная амплитуда вблизи оптической оси задается формулой Френеля

$$U_1(x_1, y_1, z_1) = \frac{i}{\lambda(f_1 + z_1)} e^{-ik(f_1+z_1)} \iint U_0(x_0, y_0) e^{\frac{-ik}{2(f_1+z_1)}[(x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2]} dx_0 dy_0.$$

Здесь и далее, если явно не оговорено иное, интегрирование ведется в бесконечных пределах по каждой переменной. Раскрывая квадраты и используя соотношение  $\frac{1}{f_1+z_1} \approx \frac{1}{f_1} - \frac{z_1}{f_1^2}$ , получим

$$U_1(x_1, y_1, z_1) = \frac{ie^{-ik(f_1+z_1)}}{\lambda(f_1+z_1)} e^{\frac{-ik}{2f_1}(1-\frac{z_1}{f_1})(x_1^2+y_1^2)} \times \iint G(x_0, y_0)P_1(x_0, y_0)e^{\frac{ikz_1}{2f_1}(x_0^2+y_0^2)} e^{\frac{ik}{f_1}(1-\frac{z_1}{f_1})(x_0x_1+y_0y_1)} dx_0 dy_0.$$

Отбросим постоянные фазовые множители, отбросим  $e^{\frac{-ik}{2f_1}(1-\frac{z_1}{f_1})(x_1^2+y_1^2)}$ , предполагая, что число Френеля велико [6], а также пренебрежем  $\frac{z_1}{f_1}$  в последней экспоненте под знаком интеграла аналогично [6]. В результате приходим к выражению

$$U_1(x_1, y_1, z_1) = \frac{e^{-ikf_1}}{\lambda f_1} h_1(x_1, y_1, z_1),$$

где

$$h_1(x_1, y_1, z_1) = \iint G(x_0, y_0)P_1(x_0, y_0)e^{\frac{ikz_1}{2f_1}(x_0^2+y_0^2)} e^{\frac{ik}{f_1}(x_0x_1+y_0y_1)} dx_0 dy_0. \tag{2}$$

Заметим, что в случае aberrаций в (2) вместо  $P_1(x_0, y_0)$  следует брать  $P_1^+(x_0, y_0)$ .

Пусть  $O(x_s, y_s, z_s)$  задает коэффициент отражения объекта. Если объект сканируется в точке  $(x_s, y_s, z_s)$ , то отраженный сигнал имеет вид

$$U_O(x_1, y_1, z_1) = U_1(x_1, y_1, z_1)O(x_s - x_1, y_s - y_1, z_s - z_1).$$

Отраженное поле сразу после глазной линзы равно

$$U_2(x_0, y_0) = P_1(x_0, y_0)e^{\frac{ik}{2f_1}(x_0^2+y_0^2)} \int \frac{ie^{-ik(f_1+z_1)}}{\lambda(f_1+z_1)} \times \iint U_O(x_1, y_1, z_1)e^{\frac{-ik}{2(f_1+z_1)}[(x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2]} dx_1 dy_1 dz_1.$$

Используя аналогичные приближения, получим

$$U_2(x_0, y_0) = \frac{P_1(x_0, y_0)}{\lambda f_1} \iiint U_O(x_1, y_1, z_1)e^{-ikf_1} e^{\frac{ikz_1}{2f_1}(x_0^2+y_0^2)} e^{\frac{ik}{f_1}(x_0x_1+y_0y_1)} dx_1 dy_1 dz_1. \tag{3}$$

Для учета aberrаций в обратном ходе лучей в последней формуле множитель с функцией зрачка глазной линзы нужно заменить на  $P_1^-(x_0, y_0) = P_1(x_0, y_0)e^{-i\varphi(x_0, y_0)}$ .

Пренебрегая дифракцией при описании распространения света между глазной и детекторной линзами (что справедливо, когда эти плоскости являются оптически сопряженными), для комплексной амплитуды световой волны сразу после детекторной линзы получаем выражение  $U_3(x_2, y_2) = U_2(-x_2, -y_2)P_2(x_2, y_2)e^{\frac{ik}{2f_2}(x_2^2+y_2^2)}$ , где

$$P_2(x_2, y_2) = \begin{cases} 0, & x_2^2 + y_2^2 < r_0^2, \\ 1, & r_0^2 \leq x_2^2 + y_2^2 \leq r_2^2 \\ 0, & x_2^2 + y_2^2 > r_2^2. \end{cases}$$

Таким образом, поле в фокальной плоскости детекторной линзы равно

$$U_4(x_3, y_3) = \frac{1}{\lambda f_2} \iint U_2(-x_2, -y_2)P_2(x_2, y_2)e^{\frac{ik}{f_2}(x_2x_3+y_2y_3)} dx_2 dy_2.$$

Полученное выражение представляет собой правило вычисления комплексной амплитуды отраженного от объекта светового поля в плоскости детектора. Дальнейшее преобразование формулы связано с конкретизацией вида объекта и типа детектора, который обычно регистрирует не комплексную амплитуду, а интенсивность света в пределах своей апертуры. В следующих параграфах проводится построение соответствующих математических моделей.

### 1.1. Случай точечного объекта

С помощью дельта-функции Дирака выражением

$$O(x_1, y_1, z_1) = \delta(x_1)\delta(y_1)\delta(z_1) \tag{4}$$

моделируется точечный объект, помещенный в фокальной плоскости глазной линзы. Тогда

$$U_2(-x_2, -y_2) = \frac{P_1(-x_2, -y_2)}{\lambda f_1} U_1(x_s, y_s, z_s) e^{-ikf_1} e^{\frac{ikz_s}{2f_1}(x_2^2+y_2^2)} e^{\frac{-ik}{f_1}(x_2x_s+y_2y_s)}.$$

Подставляя выражение для  $U_1$ , получим

$$U_2(-x_2, -y_2) = \frac{P_1(-x_2, -y_2)}{\lambda^2 f_1^2} h_1(x_s, y_s, z_s) e^{-2ikf_1} e^{\frac{ikz_s}{2f_1}(x_2^2+y_2^2)} e^{\frac{-ik}{f_1}(x_2x_s+y_2y_s)}. \tag{5}$$

Тогда интенсивность в точке  $(x_3, y_3)$  равна

$$I(x_3, y_3) = \frac{1}{\lambda^6 f_1^4 f_2^2} |h_1(x_s, y_s, z_s)|^2 \times \left| \iint P_1(-x_2, -y_2) P_2(x_2, y_2) e^{\frac{ikz_s}{2f_1}(x_2^2+y_2^2)} e^{\frac{-ik}{f_1}(x_2x_s+y_2y_s)} e^{\frac{ik}{f_2}(x_2x_3+y_2y_3)} dx_2 dy_2 \right|^2.$$

Обозначим

$$h_2(x, y, z) = \iint P_1(-x_2, -y_2) P_2(x_2, y_2) e^{\frac{ikz}{2f_2}(x_2^2+y_2^2)} e^{\frac{ik}{f_2}(x_2x+y_2y)} dx_2 dy_2. \tag{6}$$

В случае учета aberrаций в (6) следует внутри интеграла вместо  $P_1(-x_0, -y_0)$  брать  $P_1^-(x_0, y_0)$ . Если ввести обозначение  $M = \frac{f_2}{f_1}$ , то формула для интенсивности принимает вид

$$I(x_3, y_3) = \frac{1}{\lambda^6 f_1^4 f_2^2} |h_1(x_s, y_s, z_s)|^2 |h_2(x_3 - Mx_s, y_3 - My_s, M^2 z_s)|^2.$$

Если в фокальной плоскости детекторной линзы установлен плоский детектор с индикаторной функцией  $D(x_3, y_3) = \begin{cases} 1, & x^2 + y^2 < r_D^2, \\ 0, & x^2 + y^2 > r_D^2, \end{cases}$  то зарегистрированная интенсивность от точечного объекта (4) равна

$$I_D(x_s, y_s, z_s) = \frac{1}{\lambda^6 f_1^4 f_2^2} |h_1(x_s, y_s, z_s)|^2 \times \iint |h_2(x_3 - Mx_s, y_3 - My_s, M^2 z_s)|^2 D(x_3, y_3) dx_3 dy_3. \tag{7}$$

### 1.2. Случай распределенного объекта

Для распределенного объекта последовательная подстановка формул из п. 2.1 приводит к выражению

$$U_4(x_3, y_3) = \frac{1}{\lambda^2 f_1 f_2} \iiint U_0(x_1, y_1, z_1) e^{-ikf_1} e^{\frac{ikz_1}{2f_1}(x_2^2+y_2^2)} e^{\frac{-ik}{f_1}(x_2x_1+y_2y_1)} dx_1 dy_1 dz_1 \times \\ \times P_1(-x_2, -y_2) P_2(x_2, y_2) e^{\frac{ik}{f_2}(x_2x_3+y_2y_3)} dx_2 dy_2 = \\ = \frac{1}{\lambda^2 f_1 f_2} \iiint U_0(x_1, y_1, z_1) e^{-ikf_1} h_2(x_3 - Mx_1, y_3 - My_1, M^2 z_1) dx_1 dy_1 dz_1.$$

Остается воспользоваться выражением для  $U_0$ :

$$U_4(x_3, y_3) = \frac{1}{\lambda^2 f_1 f_2} \iiint U_1(r_1) O(r_s - r_1) e^{-ikf_1} h_2(x_3 - Mx_1, y_3 - My_1, M^2 z_1) dr_1 = \\ = \frac{1}{\lambda^3 f_1^2 f_2} \iiint e^{-ikf_1} h_1(r_1) O(r_s - r_1) e^{-ikf_1} h_2(x_3 - Mx_1, y_3 - My_1, M^2 z_1) dr_1,$$

где использованы обозначения  $r_1 = (x_1, y_1, z_1)$ ,  $r_s = (x_s, y_s, z_s)$ . Если положить  $\mathcal{M} = \text{diag}(M, M, -M^2)$ , то

$$U_4(x_3, y_3, 0) = \frac{1}{\lambda^3 f_1^2 f_2} \iiint e^{-ikf_1} h_1(r_1) O(r_s - r_1) e^{-ikf_1} h_2(r_3 - \mathcal{M}r_1) dr_1$$

и интенсивность на детекторе равна

$$I_D(r_s) = \frac{1}{\lambda^6 f_1^4 f_2^2} \iiint |h_1(r_1) O(r_s - r_1) h_2(r_3 - \mathcal{M}r_1)|^2 D(x_3, y_3) dx_3 dy_3.$$

Заметим, что в случае точечного объекта (4) полученная формула совпадает с (7).

## 2. Аналитическое исследование ФРТ линз

В этом параграфе представлены результаты аналитического исследования выражений для функций рассеяния точки (ФРТ) глазной и детекторной линз. Эти выражения участвуют в формировании изображения  $I_D$  точечного объекта (4).

### 2.1. Приближения для ФРТ глазной линзы

Рассмотрим выражение (2) для функции рассеяния точки  $h_1$ . Используя замену переменных, перейдем в полярные координаты:  $x_0 = r \cos \varphi$ ,  $y_0 = r \sin \varphi$ . С учетом формулы  $x_0 x_1 + y_0 y_1 = r \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cos(\varphi - \arctg \frac{y_1}{x_1})$  выражение для  $h_1$  в полярных координатах принимает вид:

$$h_1(x_1, y_1, z_1) = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} e^{-\frac{r^2}{2\omega^2}} e^{\frac{ikz_1}{2f_1^2} r^2} e^{\frac{ik}{f_1} r \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cos(\varphi - \arctg \frac{y_1}{x_1})} r \, dr d\varphi.$$

После повторной замены  $a = r \cos(\varphi - \arctg \frac{y_1}{x_1})$ ,  $b = r \sin(\varphi - \arctg \frac{y_1}{x_1})$  имеем

$$h_1(x_1, y_1, z_1) = \iint P_1(a, b) e^{-\frac{a^2 + b^2}{2\omega^2}} e^{\frac{ikz_1}{2f_1^2} (a^2 + b^2)} e^{\frac{ik}{f_1} a \sqrt{x_1^2 + y_1^2}} \, da db.$$

Далее в этом параграфе вместо кругового зрачка радиуса  $r_1$  в качестве области интегрирования используется квадрат с стороной  $[-r_1, r_1]$ . Оценим ошибку, возникающую при таком переходе:

$$\left| \iint \tilde{P}_1(a, b) e^{-\frac{a^2 + b^2}{2\omega^2}} e^{\frac{ikz_1}{2f_1^2} (a^2 + b^2)} e^{\frac{ik}{f_1} a \sqrt{x_1^2 + y_1^2}} \, da db \right| \leq \iint \tilde{P}_1(a, b) e^{-\frac{a^2 + b^2}{2\omega^2}} \, da db \leq 2\pi \int_{-r_1}^{\sqrt{2}r_1} e^{-\frac{r^2}{2\omega^2}} r \, dr = 2\pi\omega^2 e^{-\frac{r_1^2}{2\omega^2}} \left( 1 - e^{-\frac{r_1^2}{2\omega^2}} \right),$$

где  $\tilde{P}_1(a, b)$  – индикаторная функция области, расположенная между квадратом с стороной  $[-r_1, r_1]$  и кругом радиуса  $r_1$ .

Вычислим относительную погрешность  $\delta$ , поделив на  $h_1(0,0,0) = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} e^{-\frac{r^2}{2\omega^2}} r \, dr d\varphi = 2\pi\omega^2 \left( 1 - e^{-\frac{r_1^2}{2\omega^2}} \right)$ .

Тогда  $\delta = e^{-\frac{r_1^2}{2\omega^2}}$ . Если  $r_1 = 3\omega$ , то  $\delta = e^{-4.5} \approx 0,0111$ , т.е. примерно 1,11%. Если же  $r_1 = \frac{\omega}{3}$ , то  $\delta = e^{-\frac{1}{18}} \approx 0,946$ , что составляет 94,6%. Видно, что интегрирование по квадрату имеет малую погрешность относительно интегрирования по кругу при большом радиусе глазной линзы и большую погрешность при малом радиусе линзы. Поэтому можно перейти к интегрированию по квадрату при достаточно большом радиусе глазной линзы.

В случае квадрата выражение для  $h_1$  представляется в виде произведения  $h_1 = I_1 I_2$  двух одномерных интегралов

$$I_1 = \int_{-r_1}^{r_1} e^{-\frac{b^2}{2\omega^2}} e^{\frac{ikz_1}{2f_1^2} b^2} \, db, \quad I_2 = \int_{-r_1}^{r_1} e^{-\frac{a^2}{2\omega^2}} e^{\frac{ikz_1}{2f_1^2} a^2} e^{\frac{ik}{f_1} a \sqrt{x_1^2 + y_1^2}} \, da.$$

После замены переменных первый интеграл вычисляется с использованием интеграла ошибок

$$I_1 = \frac{\sqrt{\pi}}{q(z_1)} \operatorname{erf}(r_1 q(z_1)), \quad \text{где } q(z_1) = \sqrt{\frac{1}{2\omega^2} - \frac{ikz_1}{2f_1^2}}.$$

С учетом введенных обозначений второй интеграл

$$I_2 = \int_{-r_1}^{r_1} e^{-\left( q^2(z_1) a^2 - \frac{ik}{f_1} a \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \right)} \, da = \int_{-r_1}^{r_1} e^{-\left( a q(z_1) - \frac{ik \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{2f_1 q(z_1)} \right)^2 - \frac{k^2 (x_1^2 + y_1^2)}{4f_1^2 q^2(z_1)}} \, da$$

после замены переменной допускает выражение через интеграл ошибок в виде

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2q(z_1)} e^{-\frac{k^2 (x_1^2 + y_1^2)}{4f_1^2 q^2(z_1)}} \left( \operatorname{F}_{erf}(r_1) - \operatorname{F}_{erf}(-r_1) \right), \quad \text{где } \operatorname{F}_{erf}(r_1) = \operatorname{erf} \left( r_1 q(z_1) - \frac{ik \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{2f_1 q(z_1)} \right).$$

Тогда для  $h_1$  справедливо выражение:

$$h_1(x_1, y_1, z_1) = \frac{\pi}{2q^2(z_1)} e^{-\frac{k^2 (x_1^2 + y_1^2)}{4f_1^2 q^2(z_1)}} \operatorname{erf}(r_1 q(z_1)) \left( \operatorname{F}_{erf}(r_1) - \operatorname{F}_{erf}(-r_1) \right). \tag{8}$$

Видно, что  $h_1$  зависит от радиуса  $\rho_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ , но не от угла. Поэтому

$$h_1(\rho_1, z_1) = \frac{\pi}{2q^2(z_1)} e^{-\frac{k^2 \rho_1^2}{4f_1^2 q^2(z_1)}} \operatorname{erf}(r_1 q(z_1)) (F_{\operatorname{erf}}(r_1) - F_{\operatorname{erf}}(-r_1)). \tag{9}$$

В частном случае при  $z_1 = 0$  формула для  $h_1$  принимает вид

$$h_1(x_1, z_1 = 0) = 2\pi\omega^2 e^{-\frac{k^2 x_1^2 \omega^2}{2f_1^2}} \operatorname{erf}\left(\frac{r_1}{\sqrt{2}\omega}\right) \operatorname{Re}\left(\operatorname{erf}\left(\frac{r_1}{\sqrt{2}\omega} + \frac{ik\omega x_1}{\sqrt{2}f_1}\right)\right).$$

### 2.2. ФРТ детекторной линзы

Рассмотрим функцию рассеяния точки  $h_2$  детекторной линзы. Для упрощения анализа будем рассматривать её одномерный по поперечным координатам вариант и покажем, что для неё получается выражение с использованием интегрального синуса. Имеем

$$h_2(x_3 - x_s, z_s = 0) = \int_{-r_0}^{-r_2} e^{\frac{ik}{f_2} x_0 (x_3 - x_s)} dx_0 + \int_{r_0}^{r_2} e^{\frac{ik}{f_2} x_0 (x_3 - x_s)} dx_0 = \\ = \frac{4f_2}{k(x_3 - x_s)} \sin\left((r_2 - r_0) \frac{k}{2f_2} (x_3 - x_s)\right) \cos\left((r_2 + r_0) \frac{k}{2f_2} (x_3 - x_s)\right).$$

Тогда участвующий в (7) интеграл квадрата модуля  $h_2$  по детектору имеет вид:

$$\int_{-r_D}^{r_D} \frac{16f_2^2}{k^2(x_3 - x_s)^2} \sin^2\left(\frac{k(x_3 - x_s)(r_2 - r_0)}{2f_2}\right) \cos^2\left(\frac{k(x_3 - x_s)(r_2 + r_0)}{2f_2}\right) dx_3,$$

где  $r_D$  – радиус детектора. Этот интеграл нетрудно преобразовать к виду

$$\int_{-r_D}^{r_D} |h_2(x_3 - x_s, z_s = 0)|^2 dx_3 = \frac{2f_2}{k^2(x_3 - x_s)} \times \\ \times (-2f_2 + C(2r_0, x_3) + 2C(r_0 - r_2, x_3) + C(2r_2, x_3) - 2C(r_0 + r_2, x_3) + \\ + S(2r_0, x_3) + 2S(r_0 - r_2, x_3) + S(2r_2, x_3 - x_s) - 2S(r_0 + r_2, x_3 - x_s)) \Big|_{x_3=-r_D}^{x_3=r_D}, \tag{10}$$

где  $C(r, x) = f_2 \cos\left(\frac{kr(x - x_s)}{f_2}\right)$ ,  $S(r, x) = kr(x - x_s) \operatorname{Si}\left(\frac{kr(x - x_s)}{f_2}\right)$ ,  $\operatorname{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$  – интегральный синус.

### 3. Исследование качества формирования изображений в конфокальной системе

Качество формирования изображений в конфокальной системе для офтальмологических приложений определяется поперечным и продольным разрешением. Поперечное разрешение задает качество изображения при сканировании изображения в каждой фокальной плоскости, задает его детализацию. Продольное (по глубине) разрешение определяет возможность оптического секционирования, т.е. определения минимального шага по глубине, при котором послойные изображения не содержат паразитные изображения с соседних по глубине плоскостей.

Для этой цели исследуются параметры объемного изображения точечного объекта на основе численного исследования  $I_D$  в выражении (7). Для численных экспериментов системы использовались типичные для глаза человека параметры из табл. 1. Здесь для простоты и удобства анализа полученных данных фокусное расстояние глазной и детекторных линз приняты равными. В реальности, по техническим соображениям, фокусное расстояние детекторной линзы выбирается заметно большим, чем эквивалентное фокусное расстояние глазной линзы. Однако с учетом оптического сопряжения этих двух линз на результаты моделирования это не влияет, изменяется только масштаб изображения. Рассматривалась область  $[-0,5 \text{ мм}, 0,5 \text{ мм}] \times [-0,5 \text{ мм}, 0,5 \text{ мм}] \times [-200 \text{ мкм}, 200 \text{ мкм}]$ . Вычисления проводились на сетке  $256 \times 256 \times 90$ .

Табл. 1. Значения для вычислительного эксперимента

$f_1 = f_2 = f$	$r_1$	$r_2$	$r_0$	$\lambda$	$\omega$
17 мм	3 мм	3 мм	1 мм	0,63 мм	1 мм

#### 3.1. Влияние характеристик линз на поперечное и продольное разрешение

Глазная линза с ограниченной зрачком апертурой фокусирует лазерный пучок, прошедший через отверстие кольцевого зеркала, на объекте. Фактически лазерный пучок оказывается ограничен меньшей из этих апертур. Рассмотрим влияние ширины гауссовского пучка  $\omega$  на вид функции

$$E_1(x_1, z_1) = \frac{|h_1(x_1, z_1)|^2}{|h_1(x_1=0, z_1=0)|^2}$$

при характерном радиусе апертуры глазной линзы  $r_1 = 3 \text{ мм}$ .

На рис. 2 приведены графики сечений  $E_1(0, z_1)$  и  $E_1(x_1, 0)$ , характеризующих продольное и поперечное разрешение в ближфокальной плоскости, т.е. в области глазного дна соответственно. Видно, что уменьшение ширины пучка ведет к ухудшению разрешения как продольного, так и поперечного.

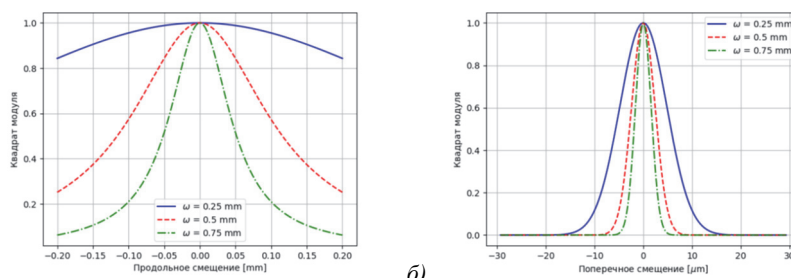


Рис. 2. Графики  $E_1(0, z_1)$  продольного (а) и  $E_1(x_1, 0)$  поперечного (б) разрешения глазной линзы при различных радиусах гауссовского пучка  $\omega$

На рис. 3а приведены графики функции  $E_1(x_1, 0)$  для разных значений радиуса зрачка при  $\omega = 1$  мм. Это соответствует разному раскрытию зрачка глаза при исследовании. Видно, что при уменьшении радиуса зрачка имеется менее выраженный эффект размытия, чем при изменении размера перетяжки гауссова пучка. Также по рис. 3а можно видеть увеличение погрешности аналитической формулы по сравнению с численной при уменьшении радиуса зрачка, что соответствует полученной оценке погрешности в п. 3.1.

На рис. 3б изображены графики функции

$$E_2(x_s) = \frac{\int_{-r_D}^{r_D} |h_2(x_3 - x_s, z_s = 0)|^2 dx_3}{\int_{-r_D}^{r_D} |h_2(x_3, z_s = 0)|^2 dx_3}$$

для различных значений радиуса детектора  $r_D$  (численно и аналитически). Численные графики более гладкие по сравнению с аналитическими, что связано с используемыми приближениями при выводе формул (10).

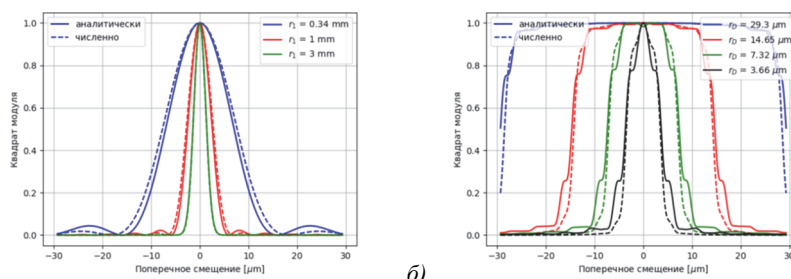


Рис. 3. Графики  $E_1(x_1, 0)$  для глазной линзы (а) и  $E_2(x_s)$  для детекторной линзы (б)

Сравнение графиков на рис. 3а и рис. 3б позволяет сделать выводы о наблюдаемом изображении точечного объекта (4) на детекторе. Можно заметить, что при радиусе детектора  $r_D > 10 \mu\text{m}$  передаточная функция детекторной линзы не оказывает существенного влияния на результирующее изображение. Уменьшение же радиуса детектора  $r_D$  приводит лишь к потере регистрируемой интенсивности (см. рис. 5а). Поэтому можно подбирать оптимальный размер детектора в зависимости от особенностей поставленной задачи.

### 3.2. Влияние размеров детектора на продольное разрешение

На рис. 5а показаны графики отношения

$$E(z_s, r_D) = \frac{I_D(0,0,z_s;r_D)}{I_D(0,0,0;\infty)}$$

для разных значений радиуса детектора на разной глубине. Эти графики показывают влияние апертуры детектора на зарегистрированную интенсивность изображения точечного объекта (4). Зная квантовую эффективность детектора, можно выбрать оптимальный его размер с учетом необходимой доли регистрируемого сигнала и уровня шума.

В качестве примера, иллюстрирующего данные с рис. 5а, на рис. 4 показаны изображения сосудов глазного дна человека, расположенных на расстоянии  $40 \mu\text{m}$  по глубине для разных радиусов детектора. Видно, что уменьшение радиуса детектора приводит к уменьшению захваченной интенсивности с соседних слоев, что улучшает качество секционирования конфокальной системы в идеальной ситуации без учета шума.

Вместе с тем при наличии шума уменьшение размера детектора очевидно приводит к уменьшению доли полезного светового сигнала. Для демонстрации зависимости качества секционирования от шума к изображениям на рис. 4 добавлен пуассоновский шум с одинаковой амплитудой для всех случаев. Результат показывает уменьшение влияния шума при увеличении радиуса детектора, однако при этом ухудшается качество секционирования. Таким образом, при использовании конфокальной системы приходится подбирать оптимальный размер детектора, при котором влияние соседних слоев и шума минимально.



Рис. 4. Иллюстрация зависимости захваченной интенсивности и уровня шума от радиуса детектора. (а)  $r_D = 2\mu\text{m}$ , (б)  $r_D = 6\mu\text{m}$ , (в)  $r_D = 8\mu\text{m}$

Дополнительную информацию для определения оптимального радиуса детектора можно получить на основе анализа выражения для отношения энергий в плоскости фокусировки относительно всего многослойного объекта для максимального радиуса детектора:

$$E_V(r_D) = \frac{\sum_{j_1=-\frac{N_1}{2}}^{\frac{N_1}{2}} \sum_{j_2=-\frac{N_2}{2}}^{\frac{N_2}{2}} |I_D(x_{j_1}, y_{j_2}, 0; r_D)|^2}{\sum_{j_1=-\frac{N_1}{2}}^{\frac{N_1}{2}} \sum_{j_2=-\frac{N_2}{2}}^{\frac{N_2}{2}} \sum_{j_3=-\frac{N_3}{2}}^{\frac{N_3}{2}} |I_D(x_{j_1}, y_{j_2}, z_{j_3}; r_{max})|^2}, \tag{11}$$

где  $N_1, N_2, N_3$  – размер сетки по осям  $x, y$  и  $z$  соответственно, а  $r_{max}$  – максимальный размер детектора. При таком отношении можно наблюдать постепенное увеличение регистрируемой информации при увеличении радиуса детектора, что лучше соответствует физическому процессу регистрации интенсивности на детекторе (рис. 5б). Видно, что зависимость стабилизируется в окрестности значения 30  $\mu\text{m}$  и дальнейшее увеличение радиуса детектора практически не приводит к увеличению количества энергии, принятой детектором.

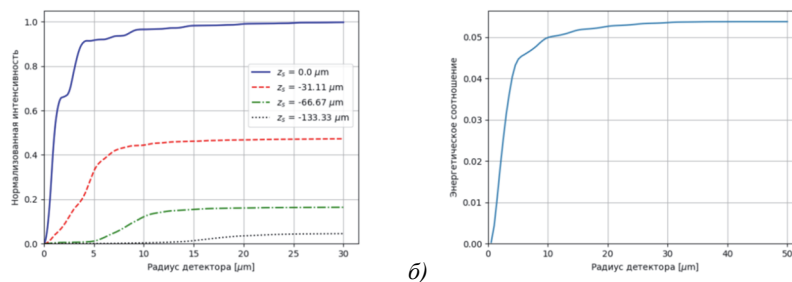


Рис. 5. Графики зависимости  $E(z_s, r_D)$  от радиуса детектора  $r_D$  для разного расстояния  $z_s$  от плоскости фокусировки (а) и график функции  $E_V(r_D)$  (б)

Таким образом, по графикам на рис. 4, 5 можно определить оптимальный радиус детектора для конфокальной системы с учетом уровня шума и требуемого качества секционирования.

#### 4. Влияние aberrаций

Аберрации в конфокальной системе обычно связаны с неидеальной юстировкой оптической схемы, неидеальностью оптической системы глаза человека, а также с необходимостью учета искажений, вносимых интраокулярными линзами (ИОЛ) в случае их имплантации, при проведении офтальмологических исследований.

Аберрации учитываются в выражении ФРТ глазной линзы в виде

$$h_1(x_1, y_1, z_1) = \iint G(x_0, y_0) P_1(x_0, y_0) e^{ikW\left(z_1, \sqrt{x_0^2+y_0^2}, \arctan\frac{y_0}{x_0}\right)} e^{\frac{ik}{f_1}(x_0x_1+y_0y_1)} dx_0 dy_0, \tag{12}$$

где мы ограничились рассмотрением выражения в нотации разложения по aberrациям Зайделя

$$W(z_1, \rho, \theta) = \frac{z_1}{2f_1^2} \rho^2 + A\rho^2 \sin(2\theta) + B\rho^3 \sin(\theta) + C\rho^4, \tag{13}$$

где переменная  $\rho$  нормирована на радиус линз,  $A, B$  и  $C$  суть амплитуды астигматизма, комы и сферической aberrации соответственно.

Для aberrации прямого хода использовалась формула (13). Aberrации обратного хода брались в виде полиномов Цернике из табл. 5, которые в настоящее время наиболее употребительны для описания aberrаций глаза. Также в табл. 5 для иллюстрации приведены изображения точечного объекта в плоскости детектора с соответствующими aberrациями.

Табл. 2. Стандартные полиномы Цернике

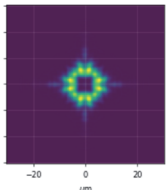
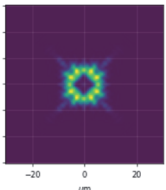
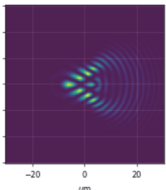
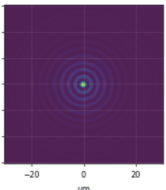
Term	(-2; 2)	(2; 2)	(1; 3)	(0; 4)
$Z(\rho, \varphi)$	$\sqrt{6}(\rho^2 \cos(2\varphi))$	$\sqrt{6}(\rho^2 \sin(2\varphi))$	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\sin(\varphi)$	$\sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$
				

Рис. 6. Изображения точечного объекта в плоскости детектора

При тех же физических параметрах, что и раньше (табл. 1), вычислим

$$\frac{I_D(x_s, y_s, z_s; r_D)}{I_D(0,0,0; r_D)}$$

для разных значений  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Использовалась та же область в пространстве, что и в экспериментах с точечным объектом (4), но на сетке  $4096 \times 4096 \times 90$ , и рассматривалась только ее средняя часть размером  $40 \times 40 \times 90$ .

Также использовались графики на рис. 5а для определения оптимального размера детектора для секционирования многослойных объектов. Радиус детектора выбирался таким образом, чтобы информация вне фокуса регистрировалась как можно меньше. В примерах с учетом абберационного размытия изображения в фокальной плоскости детектора его максимальный размер был принят  $50 \mu\text{m}$ , а минимальный –  $5 \mu\text{m}$ .

#### 4.1. Абберации при прямом ходе лучей

В настоящем пункте показано влияние аббераций при их учете на прямом ходе для гауссовского пучка шириной  $\omega = 1 \text{ мм}$  до его отражения от объекта (4). Исследовались абберации 2-го порядка астигматизм и кома, а также сферическая 3-го порядка.

##### 4.1.1. Без аббераций

На рис. 7 представлены изображения точечного объекта (4) с различной глубиной сканирования при  $r_D = 50 \mu\text{m}$  и  $r_D = 5 \mu\text{m}$  для демонстрации влияния радиуса детектора на результат секционирования. Изображения наглядно показывают результаты рис. 5а, когда уменьшение радиуса детектора приводит к улучшению секционирования многослойного объекта.

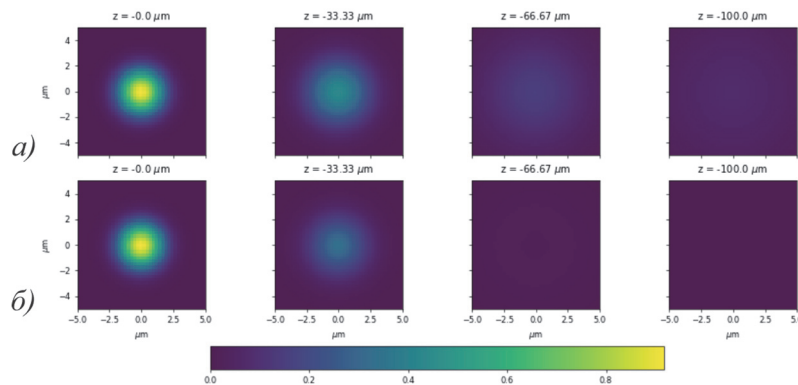


Рис. 7. Точечный объект с  $A = 0$ ,  $B = 0$ ,  $C = 0$ . (а)  $r_D = 50 \mu\text{m}$ , (б)  $r_D = 5 \mu\text{m}$

##### 4.1.2. Астигматическая абберация

На рис. 8 показаны изображения точечного объекта под влиянием астигматической абберации на разной глубине сканирования. Астигматическая абберация в формуле (13) растягивает пятно объекта по диагонали, что усложняет единообразный анализ всех аббераций. В частности, абберация комы имеет смещение в горизонтальном направлении, что будет показано в дальнейшем.

Если заменить в формуле астигматической абберации  $\sin$  на  $\cos$ , то можно сделать наклон горизонтальным (рис. 9а), что позволит провести анализ по сечениям слоев. Наклон можно поменять, если изменять параметр  $z$  в положительном направлении (рис. 9б).

На рис. 10 видно, что астигматическая абберация с горизонтальным наклоном вытягивает пятно точечного объекта (4) в соответствующем направлении. Также заметно, что уменьшение радиуса детектора не влияет на степень воздействия абберации на изображения слоев.

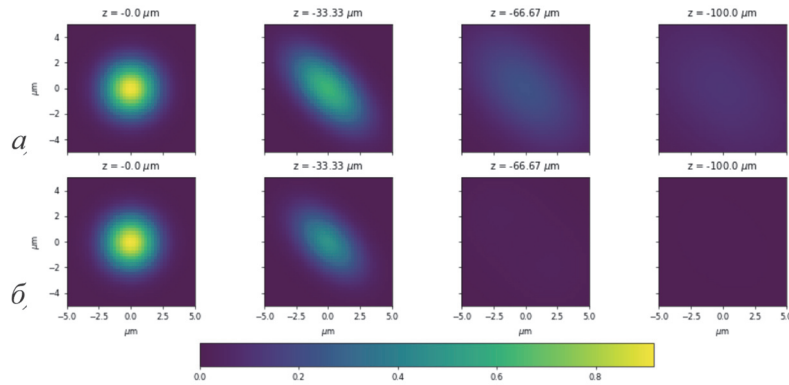


Рис. 8. Астигматическая aberrация с  $A = \lambda/2$ ,  $B = 0$ ,  $C = 0$ . (а)  $r_D = 50\mu m$ , (б)  $r_D = 5\mu m$

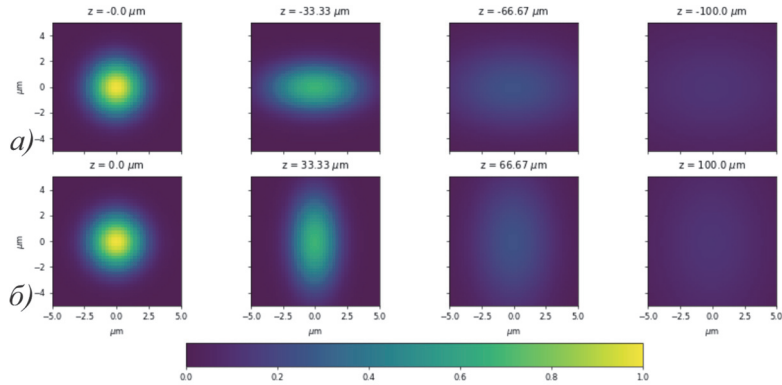


Рис. 9. Астигматическая aberrация с горизонтальным наклоном (а) и вертикальным наклоном (б)

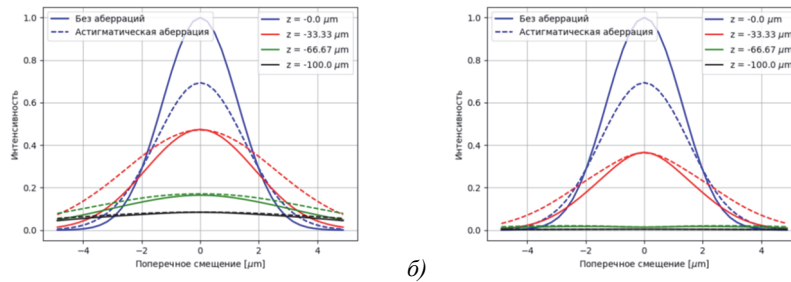


Рис. 10. Сравнение поперечных сечений на разных слоях для астигматической aberrации. (а)  $r_D = 50\mu m$ , (б)  $r_D = 5\mu m$

#### 4.1.3. Кома

На рис. 11 приведены изображения точечного объекта (4) на разной глубине сканирования  $z$  с комой. На графике сечения на рис. 12 показано влияния aberrации комы. Aberrация смещает фокальное пятно объекта в поперечном направлении в зависимости от того, насколько далеко отстоит слой фокусировки. При увеличении глубины максимум интенсивности изображения слоя смещается слева направо. Так же, как и в случае астигматической aberrации, радиус детектора не оказывает существенного влияния на изображение слоев.

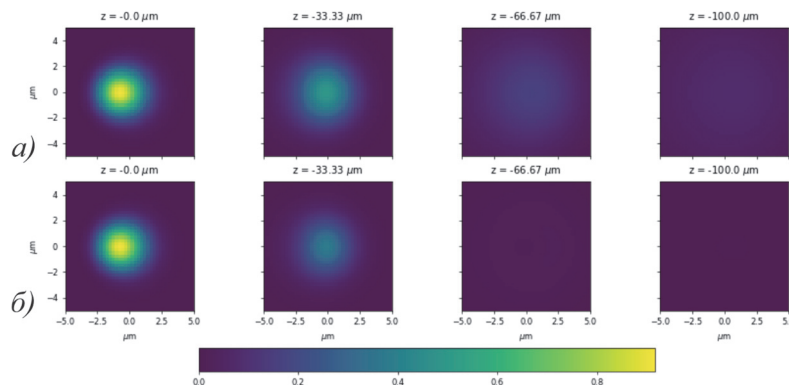


Рис. 11. Кома с  $A = 0$ ,  $B = \lambda/2$ ,  $C = 0$ . (а)  $r_D = 50\mu m$ , (б)  $r_D = 5\mu m$

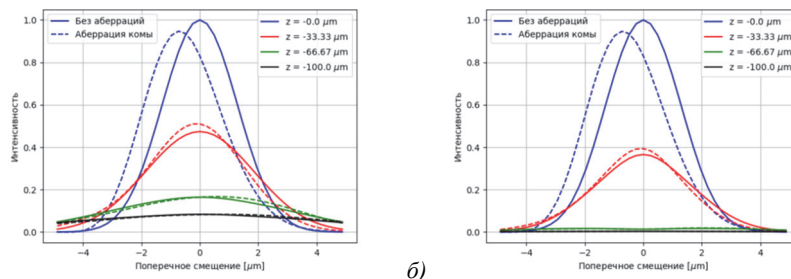


Рис. 12. Сравнение поперечных сечений на разных слоях для комы. (а)  $r_D = 50\mu\text{m}$ , (б)  $r_D = 5\mu\text{m}$

#### 4.1.4. Сферическая абберация

В случае сферической абберации рис. 13а заметим, что интенсивность понижается в слое фокальной плоскости и повышается на более близких слоях. Это связано с тем, что при наличии сферической абберации образуется протяженная сложно устроенная область фокусировки. Это можно заметить на графике сечений на рис. 14, где сферическая абберация понизила интенсивность изображения слоя в плоскости фокусировки и повысила на соседнем слое относительно случая без абберации.

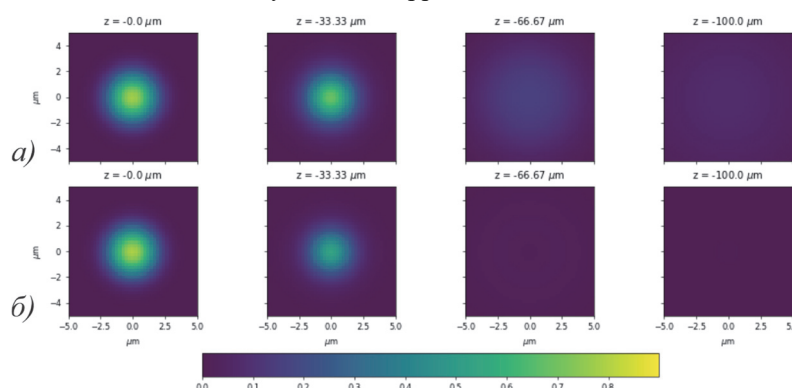


Рис. 13. Сферическая абберация с  $A = 0$ ,  $B = 0$ ,  $C = \lambda/2$ . (а)  $r_D = 50\mu\text{m}$ , (б)  $r_D = 5\mu\text{m}$

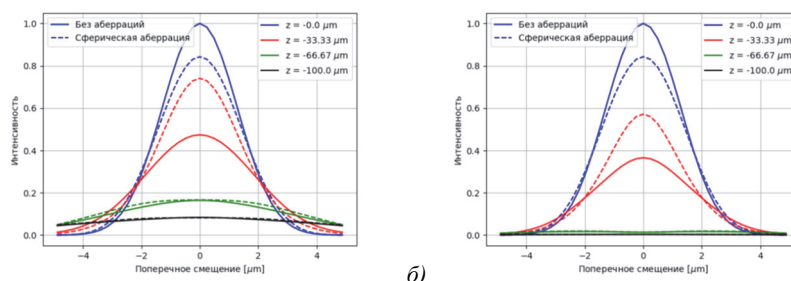


Рис. 14. Сравнение поперечных сечений на разных слоях для сферической абберации. (а)  $r_D = 50\mu\text{m}$ , (б)  $r_D = 5\mu\text{m}$

По графикам на рис. 10, 12, 14 можно сделать вывод, что радиус детектора заметно не влияет на вклад аббераций прямого хода в зарегистрированную интенсивность точечного объекта (4).

#### 4.2. Абберации при обратном ходе лучей

В данном пункте рассматриваются абберации, которые учитываются на обратном ходе лучей (после отражения от объекта). При расчетах их удобно задавать в плоскости детекторной линзы (напомним, что плоскости глазной и детекторной линзы оптически сопряжены). Для демонстрации влияния таких аббераций строятся графики поперечных распределений интенсивности для точки в центре поля для разных слоев при наличии и отсутствии аббераций для разных значений радиуса детектора. Рассматриваются абберации, описанные в формуле (13) в виде полиномов Цернике и приведенные в табл. 3.

##### 4.2.1. Астигматическая абберация обратного хода

На рис. 15 показаны графики сечений точечного объекта (4) в поперечном направлении с астигматической абберацией  $(-2; 2)$  для разных радиусов детектора на разной глубине. По графикам видно, что уменьшение радиуса детектора приводит к увеличению влияния астигматической абберации на изображения слоев и к

уменьшению разницы интенсивности между слоем в фокусе и соседним слоем (рис. 15б, в). Из чего следует вывод о неэффективности уменьшения радиуса детектора для секционирования при наличии aberrации Цернике  $(-2; 2)$ .

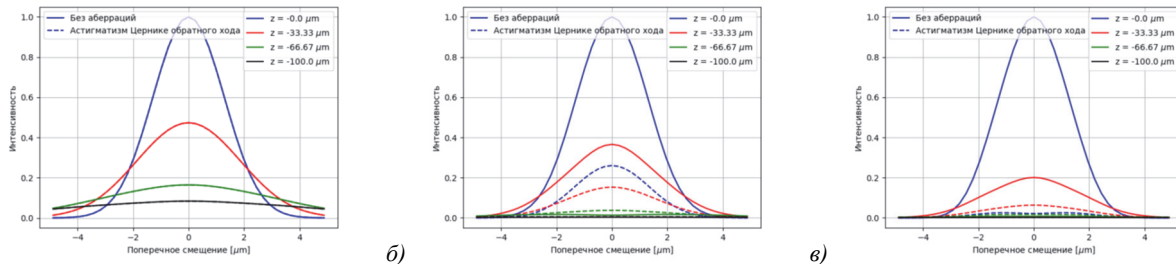


Рис. 15. Сравнение поперечных сечений на разных слоях для астигматической aberrации с полиномами Цернике. (а)  $r_D = 50\mu\text{m}$ , (б)  $r_D = 5\mu\text{m}$ , (в)  $r_D = 3\mu\text{m}$

#### 4.2.2. Кома обратного хода

Похожие выводы о влиянии радиуса детектора можно сделать и для комы  $(1; 3)$  (рис. 16). С ними уменьшение радиуса детектора не даст заметных улучшений в секционировании слоев. А при чрезмерном уменьшении радиуса детектора секционирование ухудшается (рис. 16в).

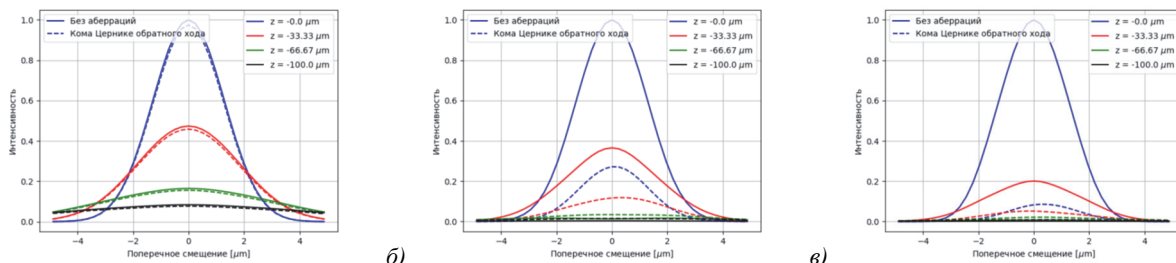


Рис. 16. Сравнение поперечных сечений на разных слоях для комы с полиномами Цернике. (а)  $r_D = 50\mu\text{m}$ , (б)  $r_D = 5\mu\text{m}$ , (в)  $r_D = 3\mu\text{m}$

#### 4.2.3. Сферическая aberrация обратного хода

Если так же, как и для комы, рассматривать сферическую aberrацию 3-го порядка  $(0; 4)$ , то уменьшение радиуса детектора существенно не повлияло на секционирование слоев. На рис. 17 не видно заметного увеличения разницы интенсивности между слоем в фокусе и остальными слоями.

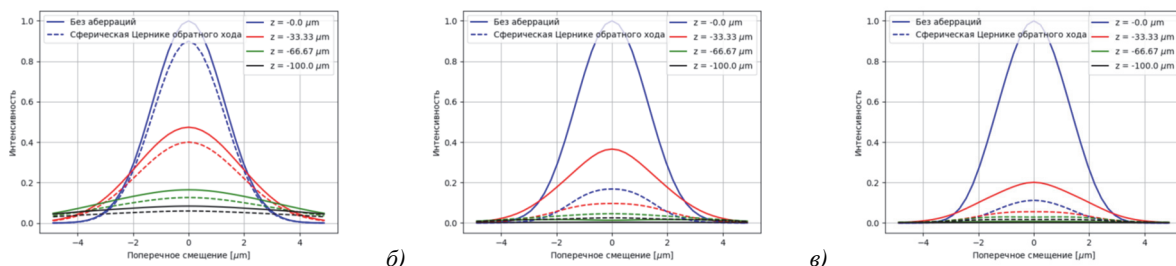


Рис. 17. Сравнение поперечных сечений на разных слоях для сферической aberrации с полиномами Цернике. (а)  $r_D = 50\mu\text{m}$ , (б)  $r_D = 5\mu\text{m}$ , (в)  $r_D = 3\mu\text{m}$

Из полученных результатов можно сделать вывод, что радиус детектора существенно не влияет на поперечное разрешение при наличии aberrаций обратного хода. При уменьшении радиуса воздействие aberrации на изображения слоев увеличивается, приводя к существенному падению регистрируемой интенсивности. Эффективность секционирования при этом не улучшается.

Если рассматривать показатель секционирования как отношение максимальной интенсивности слоя фокальной плоскости и соседнего слоя, то можно получить зависимость эффективности секционирования от радиуса детектора. В табл. 2 собраны данные при наличии aberrаций обратного хода  $(0; 0)$ ,  $(-2; 2)$ ,  $(1; 3)$ ,  $(0; 4)$ . В случае отсутствия aberrаций явно видно улучшение секционирования при уменьшении радиуса детектора. В остальных случаях уменьшение радиуса детектора приводит либо к заметному ухудшению секционирования (астигматическая aberrация), либо к незначительному изменению в худшую сторону (кома и сферическая aberrация).

Табл. 3. Зависимость показателя секционирования от радиуса детектора

$r_D$ [ $\mu\text{m}$ ]	(0; 0)	(-2; 2)	(1; 3)	(0; 4)
50	2.1112	2.1118	2.1264	2.2483
5	2.736	1.7039	2.3283	1.7425
3	4.9784	0.34	1.6012	2.0085

### Заключение

Разработана новая математическая модель конфокальной системы, описываемая нелинейным многомерным интегральным уравнением скалярной теории дифракции в когерентном случае, которая развивает модели ([5, 6]) в практическом направлении для решения задачи оптического секционирования полупрозрачных многослойных объектов в офтальмологических приложениях.

Исследовано поперечное и продольное разрешения конфокальной системы в зависимости от радиуса входного гауссова пучка. Исследовано качество секционирования в зависимости от радиуса детектора в случае шумов. Анализ позволяет выбирать оптимальные соотношения для входного пучка и радиуса детектора.

Исследовано влияние основных видов aberrаций на эффективность секционирования в конфокальной системе. Показано, что среди aberrаций 2 и 3 порядков наибольшее влияние на качество секционирования оказывает астигматическая aberrация.

Показано, что основное влияние на поперечное разрешение оказывают диаметр гауссова пучка в плоскости зрачка глаза и aberrации прямого хода. Aberrации обратного хода в основном влияют на эффективность секционирования и энергетические параметры регистрации.

Экспериментальная проверка модели на коммерчески доступных лазерных сканирующих офтальмоскопах (ЛСО) затруднена ввиду отсутствия информации о параметрах их оптических схем. На кафедре медицинской физики физического факультета МГУ ведутся работы по созданию макета ЛСО с системой адаптивной оптики, в котором возможно внесение заданных aberrаций обратного хода излучения. Планируется, что экспериментальная верификация полученных данных будет выполнена по мере готовности макета.

### Благодарности

Работа первого и третьего авторов (параграф 1) выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики (соглашения 075-15-2022-284 и 075-15-2025-345). Работа всех авторов (параграфы 2, 3, 4) выполнены при поддержке программы развития МГУ, проект No 23 SCH06-20.

Авторы выражают благодарность С.С. Будзинскому за участие в разработке математической модели конфокальной системы.

### References

- [1] Paddock SW, ed. Confocal microscopy methods and protocols. Methods in molecular biology. Humana Press; 1999. ISBN: 978-1-58829-351-0.
- [2] Pawley JB, ed. Handbook of biological confocal microscopy. 3rd ed. New York: Springer Science+Business Media LLC; 2006. ISBN: 978-0-387-25921-5.
- [3] Jerome WG, Robert LP, eds. Basic confocal microscopy. 2nd ed. Cham, Switzerland: Springer Nature Switzerland AG; 2018. ISBN: 978-3-319-97453-8.
- [4] Bille JF, ed. High resolution imaging in microscopy and ophthalmology: New frontiers in biomedical optics. Cham, Switzerland: Springer Nature Switzerland AG; 2019. ISBN: 978-3-030-16637-3.
- [5] Wilson T, Sheppard C. Theory and practice of scanning optical microscopy. London: Academic Press; 1984. ISBN: 0-12-757760-2.
- [6] Gu M. Principles of three-dimensional imaging in confocal microscopes. Singapore: World scientific; 1996. ISBN: 978-981-02-2550-6.
- [7] Roorda A, Romero-Borja F, Iii DW, Queener H, Hebert T, Campbell M. Adaptive optics scanning laser ophthalmoscopy. Opt Express 2002; 10(9): 405-412. DOI: 10.1364/OE.10.000405.
- [8] Williams DR, Burns SA, Miller DT, Roorda A. Evolution of adaptive optics retinal imaging. Biomed Opt Express 2023; 14(3): 1307-1338. DOI: 10.1364/BOE.485371.
- [9] Guthoff RF, Baudouin C, Stave J. Atlas of confocal laser scanning in-vivo microscopy in ophthalmology: principles and applications in diagnostic and therapeutic ophthalmology. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag; 2006. ISBN: 978-3-540-32705-9.
- [10] Lagali N, ed. Confocal laser microscopy: principles and applications in medicine, biology and the food sciences. InTech; 2013. ISBN: 978-953-51-1056-9.

### Сведения об авторах

**Бажитов Сергей Денисович**, 1997 года рождения, в 2022 году окончил магистратуру Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова на факультете вычислительной математики и

кибернетики, аспирант кафедры математической физики. Область научных интересов: методы деконволюции, обработка изображений, программирование. E-mail: [cbajitov@gmail.com](mailto:cbajitov@gmail.com)

**Ларичев Андрей Викторович**, 1965 года рождения, в 1989 году окончил Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова по специальности «Физика», кандидат физико-математических наук с 1995 года, работает доцентом в МГУ имени М.В. Ломоносова. Область научных интересов: адаптивная оптика, физиологическая оптика, нелинейная оптика, оптическая обработка информации, нелинейная динамика, цифровая обработка изображений. E-mail: [larichev@optics.ru](mailto:larichev@optics.ru)

**Разгулин Александр Витальевич**, 1963 года рождения, в 1985 году окончил Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова по специальности «Прикладная математика», кандидат физико-математических наук с 1988 года, доктор физико-математических наук с 2007 г., работает профессором на факультете вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова, с 2019 г. заведует кафедрой математической физики. Область научных интересов: функционально-дифференциальные уравнения, оптимальное управление и аппроксимация задач адаптивной и нелинейной оптики, математическое моделирование. E-mail: [razgulin@cs.msu.ru](mailto:razgulin@cs.msu.ru)

---

ГРНТИ: 29.31.29, 29.31.47, 27.41.19, 27.41.23

Поступила в редакцию 20 мая 2025 г. Окончательный вариант – 02 сентября 2025 г.

---

# Research of one confocal optical system for ophthalmic applications

*S.D. Bazhitov<sup>1</sup>, A.V. Larichev<sup>2</sup>, A.V. Razgulin<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Lomonosov Moscow State University, the Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics,  
Leninskie Gory 1/52, Moscow, 119991, Russia;*

<sup>2</sup> *Lomonosov Moscow State University, the Faculty of Physics, Leninskie Gory 1/2, Moscow, 119991, Russia*

## **Abstract**

A new mathematical model of a confocal system is developed to solve a problem of optical sectioning of translucent multilayer objects in ophthalmological applications. The model is described by a multidimensional integral equation of the scalar theory of diffraction in the coherent case and allows one to study the dependence of the sectioning quality on the size of the intensity sensor, aberrations of the optical system, and physical parameters of the source.

**Keywords:** sectioning, imaging system, confocal system, convolution, blur, aberration.

**Citation:** Bazhitov SD, Larichev AV, Razgulin AV. Research of one confocal optical system for ophthalmic applications. *Computer Optics* 2026; 50(2): 1735. DOI: 10.18287/COJ1735

**Acknowledgements:** The work of the first and third authors (section 1) was financially supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation under the program of the Moscow Center for Fundamental and Applied Mathematics (agreements 075-15-2022-284 and 075-15-2025-345). The work of all authors (sections 2, 3, 4) was financially supported by the Moscow State University development program, project No. 23 SCH06-20.

The authors express their gratitude to SS Budzinsky for his participation in the development of the mathematical model of the confocal system.

---

## **Author's information**

**Sergey Denisovich Bazhitov** (b. 1997) graduated from the magistracy of Lomonosov Moscow State University at the Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics in 2022, postgraduate student of Mathematical Physics. Research interests: deconvolution methods, image processing, programming. E-mail: [cbajitov@gmail.com](mailto:cbajitov@gmail.com)

**Andrey Victorovich Larichev** (b. 1965) graduated from Lomonosov Moscow State University in 1989, majoring in Physics, got Ph.D. in Physics and Mathematics in 1995. Currently he works as the associate professor at Lomonosov Moscow State University. Research interests are adaptive optics, physiological optics, nonlinear optics, optical information processing, nonlinear dynamics and digital image processing. E-mail: [larichev@optics.ru](mailto:larichev@optics.ru)

**Alexander Vitalievich Razgulin** (b. 1963) graduated from Lomonosov Moscow State University in 1985, majoring in Applied Mathematics, got Ph.D. in Physics and Mathematics in 1988, Doctor in Physics and Mathematics in 2007. Currently he works as the professor at Lomonosov Moscow State University, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, chairman of Mathematical Physics. Research interests are functional-differential equations, optimal control and approximation to the problems of adaptive and nonlinear optics, physiological optics, mathematical modeling. E-mail: [razgulin@cs.msu.ru](mailto:razgulin@cs.msu.ru)

---

*Received May 20, 2025. The final version – September 02, 2025.*

---