

## Совмещение изображений камеры БПЛА в географических координатах с компенсацией проективных искажений

А.Г. Ташлинский<sup>1</sup>, Г.Л. Сафина<sup>2</sup>, А.А. Белов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ульяновский государственный технический университет,  
432027, Россия, г. Ульяновск, ул. Северный Венец, д. 32;

<sup>2</sup> Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,  
129337, Россия, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26

### Аннотация

Предложена методика совмещения в реальном времени изображений, получаемых с камеры, установленной на БПЛА, с одновременной компенсацией их проективных искажений и переводом в систему географических координат EPSG:3395. Методика позволяет получить передискретизированные пространственно совмещенные изображения и направлена на их последующую обработку совместно со спутниковыми изображениями.

**Ключевые слова:** обработка изображений, проективные искажения, модель подобия, компенсация, оценка деформаций, адаптация, стохастическое оценивание.

**Цитирование:** Ташлинский, А.Г. Совмещение изображений камеры БПЛА в географических координатах с компенсацией проективных искажений / А.Г. Ташлинский, Г.Л. Сафина, А.А. Белов // Компьютерная оптика. – 2026. – Т. 50, № 2. – 1739. – DOI: 10.18287/COJ1739.

**Citation:** Tashlinskii AG, Safina GL, Belov AA. Image registration from a UAV camera in geographic coordinates with projective distortion compensation. Computer Optics 2026; 50(2): 1739. DOI: 10.18287/COJ1739.

### Введение

Применение беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) в различных сферах человеческой деятельности постоянно растет. Неотъемлемой составляющей БПЛА являются камеры, формирующие изображения и видео различного назначения. Обработка изображений и видео с камер БПЛА для решения различных практических задач давно стала самостоятельным научным направлением. Приведем только несколько частных примеров таких задач: выделение и идентификация на изображениях с БПЛА объектов интереса [1], построение по аэроизображениям плана местности [2] и пространственно-временной карты с дополнительным использованием наземных камер [3], периодический мониторинг технических объектов, в частности, динамики изменения их дефектов [4], ориентация и навигация БПЛА при отсутствии возможности использования сигналов глобальных навигационных систем только по данным инерциальной системы БПЛА и аэроизображениям [5] или совместно со спутниковыми снимками [6]. Одним из направлений является также совмещение спутниковых и аэроизображений БПЛА для их дальнейшей совместной обработки [7, 8].

Одним из недостатков изображений, получаемых с камер БПЛА и затрудняющих их дальнейшую обработку, являются их проективные искажения [9]. В частности, они являются мешающим фактором при решении большинства перечисленных выше задач, в том числе при совместной обработке аэроизображений с БПЛА со спутниковыми изображениями. Проективные искажения возникают, если главная оптическая ось камеры БПЛА отклонена от ее ортотрансформированного положения по отношению к земной поверхности, то есть при ненулевых углах Эйлера [10]. Учет или компенсация в реальном времени таких искажений является актуальной задачей в различных практических приложениях. При этом для решения этой задачи требуется оценка параметров искажений.

При наличии у камеры БПЛА гиropодвеса для компенсации взаимных геометрических искажений кадров видеопоследовательности можно использовать привязку смежных кадров [11]. Но при этом мы получаем не оценку собственно проективных искажений относительно ортотрансформированного положения камеры к земной поверхности, а оценку параметров расхождения взаимных проективных искажений кадров. Кроме того, такой подход требует значительного объема матричных вычислений, поскольку даже в предположении проективного преобразования плоскости в плоскость математическая модель деформаций включает восемь параметров, которые нужно определить [12].

При отсутствии гиpостабилизации оптической системы БПЛА для компенсации проективных искажений можно использовать значения углов Эйлера с инерциальной системы (углов тангажа, крена и рысканья), синхронизированные с видеопоследовательностью. Одному из вариантов такого подхода посвящено настоящее исследование.

Необходимо отметить, что известна методика совмещения изображений, инвариантная к проективным искажениям, обусловленным отклонением главной оптической оси от нормального направления – ASIFT (Affine (Scale-Invariant Feature Transform) [13]. Она основана на построении пространства возможных взаимных

искажений кадров и поиске по нему оптимального совмещения. Реализация ASIFT требует значительных вычислительных ресурсов, отсутствующих у современных одноплатных компьютеров, используемых в БПЛА, и недостижима в реальном времени. Известна также методика ECDAF (Edge Curve Direction Angle Features) [14] совмещения разнонаклонных изображений, получаемых с БПЛА, использующая известные значения углов Эйлера, которые применяются для предобработки изображений. Здесь совмещение основано на выделении и сопоставлении кривых и контуров. Однако из-за значительной вычислительной сложности ECDAF также не предполагает реализацию в реальном времени. Еще одной методикой, в которой компенсация проективных искажений основана на информации об углах наклона камеры, является HighStitch [15], основанная на комбинировании методов SIFT и RANSAC (Random Sample Consensus) [16]. В ней изображения переводятся в географические координаты. HighStitch ориентирована на сшивку больших массивов кадров и обеспечивает большее быстродействие по сравнению с ECDAF, однако в реальном времени на одноплатных компьютерах она также не реализуема. Таким образом, решение задачи совмещения изображений с камеры БПЛА с одновременной компенсацией проективных искажений и переводом в систему географических координат в реальном времени на борту малых БПЛА не известно.

Статья организована следующим образом. В первом параграфе уточнена постановка задачи исследований. Второй параграф посвящен компенсации проективных искажений кадров изображений. В третьем параграфе решена задача совмещения кадров изображений с компенсированными проективными искажениями. Четвертый параграф посвящен переводу локальной системы координат кадра в географическую систему координат, что важно для дальнейшей совместной обработки аэро- и спутниковых изображений. Экспериментальные результаты приведены в пятом параграфе. После этого следуют обсуждение результатов, выводы и возможные направления дальнейших исследований.

### 1. Постановка задачи

В рамках исследования будем считать поверхность Земли плоской. Такое допущение для снимков с камер БПЛА самолетного типа с фокусным расстоянием порядка 50 мм является приемлемым и общепринятым уже при высоте полета более 400 м. На практике же высота полета БПЛА этого класса, как правило, значительно выше. Кроме того, в следующем параграфе будет учтена также кривизна земной поверхности.

Рассмотрим геометрическую интерпретацию механизма возникновения проективных искажений. Обозначим точкой  $O$  (рис. 1) условный центр оптической системы камеры БПЛА. Если главная оптическая ось  $O-O'-O''$  камеры направлена перпендикулярно к поверхности Земли (обозначена серым цветом), то участок  $L'P'U'V'$  земной поверхности преобразуется камерой в прямоугольный кадр изображения  $LPUV$ . При этом области  $LPUV$  и  $L'P'U'V'$  подобны с точностью до масштабного коэффициента и не имеют взаимных проективных искажений.

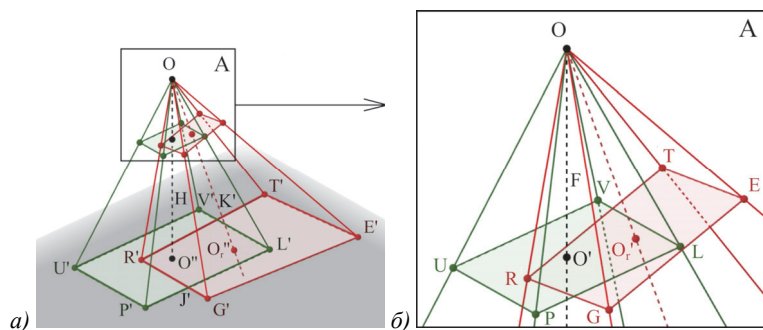


Рис. 1. отображение земной поверхности (а) на плоскость кадра (б)

На рис. 1 приведена также ситуация, когда направление  $O-O'-O''$  оптической оси камеры не соответствует нормали к Земле. При этом камера сформирует прямоугольный кадр изображения  $EGRT$ , отображающий участок земной поверхности, ограниченный четырёхугольником  $E'G'R'T'$ , который уже не является прямоугольным. Таким образом, в этой ситуации кадр  $EGRT$  и участок земной поверхности имеют взаимные проективные искажения.

Отклонение главной оптической оси камеры определяется углами тангажа, крена и рыскания БПЛА. Для примера на рис. 2а приведено реальное изображение с камеры БПЛА, полученное при углах тангажа, крена и рыскания 0,1097, 0,2349 и 0,029123 радиан соответственно, а на рис. 2б – то же изображение с коррекцией проективных искажений (далее такие изображения будем называть нормализованными).

Задачей исследования является разработка методики получения по известным углам крена, тангажа и рыскания БПЛА из текущего кадра изображения нормализованного изображения, совмещение «сшивки» нескольких последовательно получаемых нормализованных изображений в единое и перевод его из локальной системы координат кадра в глобальные географические координаты. То есть перевод в формат, который непосредственно может быть использован для совместной обработки со спутниковыми изображениями.

При этом отметим, что решение поставленных задач возможно только для области земной поверхности, общей для исходного и нормализованного изображений (в поясняющем рис. 1 область  $K'L'J'R'$ ).



Рис. 2. Пример изображения с камеры БПЛА (а) и его нормализованный вид (б)

**2. Компенсация проективных искажений кадров изображений**

Введем обозначение координат точек прописными буквами ( $X, Y, Z$ ) в трехмерном пространстве и строчными ( $x, y$ ) – в плоскости кадра камеры БПЛА. Начало координат трехмерного пространства примем в точке  $O$ . Тогда, например, точке  $Q'$  (рис. 3а) с координатами  $(X_Q, Y_Q, Z_Q)$  на земной поверхности на кадре EGRT соответствует точка  $Q$  с координатами  $(x_Q, y_Q)$  (рис. 3б). Началом координат  $(0, 0)$  локальной системы координат кадра примем точку пересечения оптической оси  $O-O_r'-O_r''$  камеры с плоскостью кадра. Размер этого кадра камеры (рис. 3б) по оси  $0-x$  принят равным  $M$ , а по оси  $0-y$  –  $N$ .

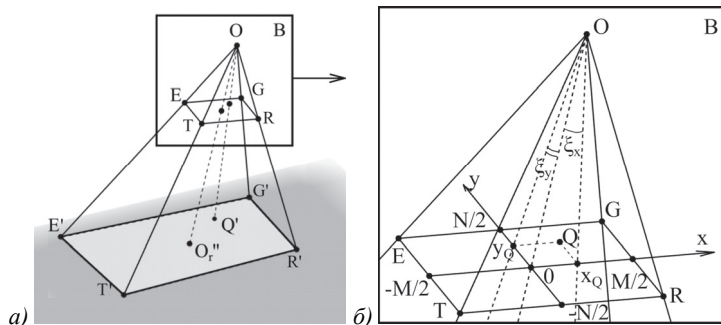


Рис. 3. Связь трехмерных координат (а) с локальной системой двухмерных координат текущего кадра (б)

При этом базовая ось  $0-x$  соответствует сечению изображения кадра плоскостью  $P_x$ , проходящей через начало координат кадра и перпендикулярной вектору текущей скорости БПЛА. Положительное направление оси соответствует положительному углу рыскания. Базовую ось  $0-y$  образует сечение кадра плоскостью  $P_y$ , задаваемой векторами скорости БПЛА и нормали к поверхности Земли. Положительное направление оси  $0-y$  определяется направлением вектора скорости.

В трехмерных координатах плоскость кадра проходит через точку  $(0, 0, -F)$  перпендикулярно главной оптической оси камеры, где  $F$  – фокусное расстояние камеры (на рис. 1а соответствует расстоянию  $OO'$ ). Для произвольной точки  $Q$  ее координатами в локальной системе кадра будут  $(x_Q, y_Q)$  (рис. 3б). Для дальнейших выкладок обозначим углы отклонения лучей  $O-x_Q$  и  $O-y_Q$  от главной оптической оси камеры через  $\xi_x$  и  $\xi_y$  соответственно.

Сказанное поясняется также рис. 4, который отражает секущие плоскости  $P_x$  (слева) и  $P_y$  (справа). На рисунке обозначения соответствуют обозначениям рис. 1 и рис. 3, дополнительно показаны угол тангажа  $\alpha$  и угол крена  $\omega$  БПЛА.

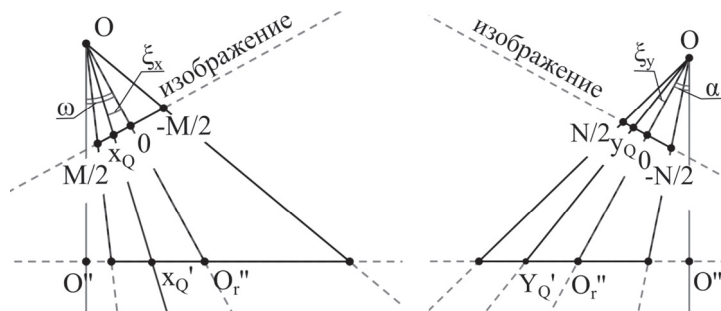


Рис. 4. Секущие плоскости  $P_x$  (слева) и  $P_y$  (справа)

Из рис. 4 следует, что

$$\xi_x = \arctg\left(\frac{x_Q}{F}\right), \quad \xi_y = \arctg\left(\frac{y_Q}{F}\right). \quad (1)$$

Используя (1) и учитывая фокусное расстояние камеры, координаты точек Q, ±M/2 и ±N/2 (рис. 3б) можно записать как:

$$\begin{aligned} x_Q &= -F \cdot \operatorname{tg} \xi_{x_Q}, \quad y_Q = -F \cdot \operatorname{tg} \xi_{y_Q}, \quad x_{\frac{M}{2}} = F \cdot \operatorname{tg} |\xi_{x_{\frac{M}{2}}}|, \quad x_{\frac{M}{2}} = -F \cdot \operatorname{tg} |\xi_{x_{\frac{M}{2}}}|, \\ y_{-N/2} &= F \cdot \operatorname{tg} |\xi_{y_{-N/2}}|, \quad y_{N/2} = -F \cdot \operatorname{tg} |\xi_{y_{N/2}}|. \end{aligned} \quad (2)$$

Найдем соответствие координат точек изображения текущего кадра и его нормализованной версии через углы тангажа α, крена ω и рысканья κ БПЛА. При этом решение будем искать в трехмерных координатах с последующим переходом в локальную систему координат изображения кадра.

Учитывая, что начало координат текущего кадра соответствует в трехмерной системе координат координатам (0, 0, -F) и луч O-O<sub>r</sub>-O<sub>r</sub>" перпендикулярен плоскости изображения, соответствие локальной системе координат исходного кадра можно определить как:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ -F \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Тогда матрица поворота изображений в трехмерном пространстве относительно точки O, преобразующая исходное изображение в нормализованное, принимает вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \mathbf{M}(\alpha) \cdot \mathbf{M}(\omega) \cdot \mathbf{M}(\kappa) = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos\omega \cdot \cos\kappa & -\cos\omega \cdot \cos\kappa & \sin\omega \\ \cos\alpha \cdot \sin\kappa + \sin\omega \cdot \sin\alpha \cdot \cos\kappa & \cos\alpha \cdot \cos\kappa - \sin\omega \cdot \sin\alpha \cdot \sin\kappa & -\cos\omega \cdot \sin\alpha \\ \sin\alpha \cdot \sin\kappa - \cos\alpha \cdot \sin\omega \cdot \cos\kappa & \sin\alpha \cdot \cos\kappa + \cos\alpha \cdot \sin\omega \cdot \sin\kappa & \cos\omega \cdot \cos\alpha \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4)$$

где M(α), M(ω) и M(κ) – матрицы поворота, задаваемые соответственно углами тангажа, крена и рысканья.

В трехмерном пространстве точке с координатами (X, Y, Z) на ненормализованном изображении будут соответствовать следующие координаты на нормализованном изображении:

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \mathbf{M} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}. \quad (5)$$

При этом с учетом известного фокусного расстояния камеры и подобности нормализованного изображения кадра и изображения соответствующей ему области земной поверхности:

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{Z' \cdot x'}{F} \\ -\frac{Z' \cdot y'}{F} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где (x', y') – координаты точки на нормализованном изображении кадра.

### 3. Совмещение нормализованных изображений

Совмещение («сшивку») нормализованных изображений рассмотрим на примере совмещения с условно опорным изображением Z<sub>r</sub>' одного совмещаемого Z<sub>c</sub>'. При этом расширение на большее число совмещаемых изображений является очевидным. Для нахождения вектора параметров α̃ совмещения используем псевдоградиентную адаптацию [17], задавшись некоторой моделью взаимных пространственных деформаций Z<sub>r</sub>' и Z<sub>c</sub>' с параметрами α̃, а также целевой функции J качества совмещения. Одной из процедур итеративного нахождения экстремума функции J в пространстве параметров α̃ является безыдентификационная псевдоградиентная процедура [18]:

$$\hat{\alpha}_t = \hat{\alpha}_{t-1} - \Lambda_t \cdot \nabla_J(\hat{\alpha}_{t-1}, \tilde{\mathbf{Z}}_{rt}', \mathbf{Z}'_c), \quad (7)$$

где α̂<sub>t</sub> – вектор оценок параметров совмещения, сформированный на t-й итерации; Λ<sub>t</sub> – матрица обучения, задающая шаг изменения оценок; ∇<sub>J</sub>(·) – псевдоградиент функции качества J(α̂<sub>t-1</sub>, Z̃<sub>rt</sub>', Z<sub>c</sub>'), Z̃<sub>rt</sub>' – передискретизированное по текущим оценкам α̂<sub>t-1</sub> опорное изображение Z<sub>r</sub>'; t = 1, T – номер итерации.

С учетом анализа, проведенного в [19, 20], был применен частный случай (7) – релейная стохастическая процедура:

$$\hat{\alpha}_t = \hat{\alpha}_{t-1} - \Lambda \cdot \text{stgn} \nabla_J(\hat{\alpha}_{t-1}, Z_t^l), \quad (8)$$

где  $Z_t^l$  – локальная выборка из  $\mu$  пикселей  $\tilde{z}_{(x,y)_j}^{lr} \in \tilde{Z}_{rt}^l$  и  $z_{(x,y)_j}^{lc} \in Z_c^l$ ,  $(x, y)_j$  – координаты  $j$ -го пикселя,  $j = \overline{1, \mu}$ .

При реализации (8) пиксели  $z_{(x,y)_j}^{lc}$  на совмещаемом изображении  $Z_c^l$  выбирались случайным образом, а  $\tilde{z}_{(x,y)_j}^{lr}$  брались из передискретизированного  $\tilde{Z}_{rt}^l$  с теми же координатами. Яркость  $\tilde{z}_{(x,y)_j}^{lr}$  при передискретизации находилась с использованием билинейной интерполяции.

Исследование показало, что применение в (8) знаковой функции способствует повышению устойчивости оценок  $\hat{\alpha}_t$  к яркостным помехам. Процедура (8) отличается простотой, обеспечивает устойчивую сходимость оценок параметров совмещения и работоспособность в условиях априорной неопределенности. Важным обстоятельством для решаемой задачи является также субпиксельная точность совмещения, обеспечиваемая процедурой.

Целевые функции в зависимости от условий и характера изображений могут быть весьма разнообразны. В решаемой задаче изображения формируются в схожих условиях освещенности, поэтому использован средний квадрат разности яркостей изображений [11], как требующий небольших вычислительных затрат.

Оценка целевой функции находится как:

$$\hat{J}_t = \frac{1}{\mu} \sum_{(x,y)_j} \left( z_{(x,y)_j}^{lc} - \tilde{z}_{(x,y)_j}^{lr} \right)^2, \quad (9)$$

а ее псевдоградиент:

$$\nabla_J = \frac{1}{\mu} \sum_{(x,y)_j} 2 \left( z_{(x,y)_j}^{lc} - \tilde{z}_{(x,y)_j}^{lr} \right) \frac{\partial \tilde{z}_{(x,y)_j}^{lr}}{\partial \vec{\alpha}}. \quad (10)$$

Анализ показал, что в качестве модели взаимных деформаций для нормализованных изображений достаточно модели подобия [21], имеющей вектор параметров  $\vec{\alpha} = (k, \varphi, l_x, l_y)$ , где  $k$  – коэффициент масштаба,  $\varphi$  – угол поворота,  $l_x, l_y$  – сдвиг.

Критерием выполнения процедуры совмещения служило превышение в течение заданного числа итераций порога по коэффициенту корреляции совмещаемых изображений. Коэффициент корреляции также находился по локальной выборке  $Z_t^l$ .

#### 4. Перевод локальной системы координат кадра в географическую систему координат

Найдем соответствие между координатами точки нормализованного изображения в локальной системе координат кадра и географическими координатами на земной поверхности. При этом используем распространенную систему координат EPSG:3395, представляющую собой проекцию Меркатора [22] на эллипсоид WGS-84 [23]. Эта система используется, в частности, в Яндекс-картах.

Область земной поверхности в искомой системе координат, соответствующую кадру изображения, сформированного камерой БПЛА, далее будем называть «картой». Будем также считать, что известны GPS-координаты БПЛА в момент формирования изображения кадра, угол рысканья  $\kappa_0$  и высота  $H_0$  БПЛА.

Пусть положению БПЛА соответствуют географические координаты  $(\lambda_0, \psi_0)$ , где  $\lambda$  – долгота,  $\psi$  – широта. При этом точке с координатами  $(\lambda_0, \psi_0)$  в локальной системе координат кадра (рис. 1) соответствует точка  $(0, 0)$ .

Рассмотрим вначале соответствие координат  $(x'_L, y'_L)$ ,  $(x'_P, y'_P)$ ,  $(x'_U, y'_U)$  и  $(x'_V, y'_V)$  углов нормализованного кадра изображения (рис. 1) метрическим координатам на карте в локальной системе координат карты (в метрах).

Учитывая (6), можно записать:

$$\begin{pmatrix} X'_S \\ Y'_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_H \cdot (\cos(\kappa_0) \cdot x'_S - \sin(\kappa_0) \cdot y'_S) \\ k_H \cdot (\sin(\kappa_0) \cdot x'_S + \cos(\kappa_0) \cdot y'_S) \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где  $S = L, P, U, V$ ;  $k_H = H_0 \cdot l_{px} \cdot q / F$ ;  $l_{px}$  – физический размер пикселя матрицы (в метрах);  $q$  – множитель, определяемый отношением максимального разрешения камеры (в пикселях) к используемому разрешению [24].

Поскольку в общем случае угол рыскания БПЛА отличен от нуля, при задании карты в виде прямоугольника со сторонами, параллельными меридианам и параллелям, нужно найти минимальную и максимальную координаты по горизонтальной и вертикальной осям карты:

$$X'_{\min(\max)} = \min(\max)(X'_L, X'_P, X'_U, X'_V), \quad Y'_{\min(\max)} = \min(\max)(Y'_L, Y'_P, Y'_U, Y'_V), \quad (12)$$

которые и определяют размеры прямоугольника.

Заметим, что для нахождения координат в глобальной метрической системе (в метрах) нужно выражения (11) умножить на поправочный коэффициент  $k_\psi$ , определяемый формулой [25]:

$$k_\psi = \frac{\cos(\psi)}{\sqrt{1 - c^2 \cdot \sin^2(\psi)}}, \quad (13)$$

где  $\psi$  – широта точки, для которой рассчитываются координаты в метрах,  $c$  – эксцентриситет эллипсоида WGS-84.

За начало координат в проекции Меркатора принято пересечение нулевого меридиана и экватора нулевой широты [26]. Тогда метрические координаты  $(X, Y)$ , соответствующие географическим координатам  $(\lambda, \psi)$ , на карте по долготе определяются соотношением:

$$Y = a \cdot k_\psi \cdot \ln \left( tg \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2} \right) \cdot \chi^{\frac{c}{2}}(\psi) \right), \tag{14}$$

а по широте:

$$X = a \cdot k_\psi \cdot \lambda, \tag{15}$$

где  $\chi(\psi) = (1 - c \cdot \sin(\psi)) / (1 + c \cdot \sin(\psi))$ ;  $a$  – большая полуось эллипсоида WGS-84. Отметим, что в эллипсоиде WGS-84  $a = 6378136$  метров и  $c = 0,081819191$  [27].

Для перехода от метрических координат карты к ее географическим координатам определим вначале на карте метрические координаты точки (в проекции Меркатора), соответствующей началу координат в локальной системе кадра (которая при принятых ограничениях соответствует географическим координатам  $(\lambda_0, \psi_0)$ ):

$$\begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cdot k_\psi \cdot \lambda_0 \\ a \cdot k_\psi \cdot \ln \left( tg \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\psi_0}{2} \right) \cdot \chi^{\frac{c}{2}}(\psi_0) \right) \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Поскольку в проекции Меркатора на эллипс долгота линейно зависит от расстояния от начала координат [28], то при размере кадра  $M \times N$  долготу произвольной точки  $(x', y')$  нормализованного изображения можно найти как:

$$\lambda^* = \frac{x_0 + \frac{x'}{M}(X'_{maxY} - X'_{minY}) \cdot \cos(\kappa_0) + \frac{y'}{N}(Y'_{maxX} - Y'_{minX}) \cdot \sin(\kappa_0)}{a \cdot k_\psi}, \tag{17}$$

где  $(X'_{minY}, X'_{maxY})$  и  $(Y'_{minX}, Y'_{maxX})$  – минимальные и максимальные метрические координаты области карты по базовым осям, соответствующие угловым точкам одной стороны кадра и рассчитанные в соответствии с (11).

Для широты аналогичная линейность не соблюдается, поэтому для ее определения используем известный итерационный алгоритм [29], который позволяет найти нелинейное изменение географической координаты относительно ее положения в регулярной метрической сетке отсчетов с небольшими вычислительными затратами.

В качестве начального приближения широты для заданной точки в алгоритме используется сферическая проекция Меркатора:

$$\psi_0 = \frac{\pi}{2} - 2 \arctg \left( \exp \left( \frac{\tilde{Y}}{a \cdot k_\psi} \right) \right), \tag{18}$$

где  $\tilde{Y} = - \left( Y_0 - \frac{y'}{M} \cdot (X'_{maxY} - X'_{minY}) \cdot \sin(\kappa_0) + \frac{y'}{N} \cdot (Y'_{maxX} - Y'_{minX}) \cdot \cos(\kappa_0) \right)$ .

Затем значение широты рекуррентно уточняется по формуле

$$\psi_i = \frac{\pi}{2} - 2 \arctg \left( \exp \left( \frac{\tilde{Y}}{a \cdot k_\psi} \right) \cdot \chi^{\frac{c}{2}}(\psi_{i-1}) \right), \quad i = 1, 2, \dots \tag{19}$$

до тех пор, пока разница между ее текущим  $\psi_i$  и предыдущим  $\psi_{i-1}$  значениями не будет меньше определенной константы (в работе принято  $\psi^* = |\psi_i - \psi_{i-1}| \leq 6 \cdot 10^{-9}$  (20) градусов).

Таким образом, точке с координатами  $(x', y')$  нормализованного изображения кадра с учетом компенсации искажений, вызванных кривизной поверхности Земли, на карте соответствуют географические координаты  $(\lambda^*, \psi^*)$ , где  $\lambda^*$  и  $\psi^*$  определяются выражениями (17) и (19) соответственно.

Соответствие географических координат локальным координатам  $(x'_r, y'_r)$  точек нормализованного совмещаемого изображения(й)  $Z'_c$  ищется аналогично, с той разницей, что координаты  $(x'_r, y'_r)$  определяются через оценки параметров деформаций совмещаемого кадра относительно опорного. В частности, при использовании для оценивания деформаций модели подобия:

$$\begin{pmatrix} x'_r \\ y'_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{k}(\cos(\hat{\varphi} + \kappa) \cdot x'_d - \sin(\hat{\varphi} + \kappa) \cdot y'_d) + \hat{l}_x \\ \hat{k}(\sin(\hat{\varphi} + \kappa) \cdot x'_d + \cos(\hat{\varphi} + \kappa) \cdot y'_d) + \hat{l}_y \end{pmatrix}, \tag{20}$$

где  $(x'_d, y'_d)$  – координаты точек нормализованного деформированного кадра;  $\hat{k}$ ,  $\hat{\varphi}$ ,  $\hat{l}_x$  и  $\hat{l}_y$  – оценки параметров модели подобия, полученные в результате псевдоградиентного оценивания. При этом если высота БПЛА в момент получения совмещаемого кадра изменилась, то это нужно учесть в формуле (11).

Отметим, что при небольших высотах БПЛА составляющей погрешности, вызванной кривизной поверхности Земли, можно пренебречь [30] и для вычисления широты использовать сферическую проекцию Меркатора (формула (18)).

Отметим также, что при псевдоградиентном оценивании параметров деформаций совмещаемого кадра использование соответствующих ему координат GPS в качестве начальных приближений оценок нецелесообразно. Это связано с тем, что частота выдачи параметров GPS, как правило, ниже частоты кадров камеры БПЛА.

### 5. Экспериментальные результаты

Для проверки корректности полученных выше расчетных выражений на реальном видеоряде с камер БПЛА были разработаны соответствующие алгоритмы и программное обеспечение, реализованное на языке C++ с использованием библиотеки OpenCV с открытым исходным кодом. Программная реализация перенесена также на одноплатные компьютеры Raspberry Pi 4B 8GB и Radxa Rock 5 model A 16GB, работа которых опробована в реальном времени на борту БПЛА.

В эксперименте использована камера с фокусным расстоянием 50 мм, разрешением кадров  $1920 \times 1080$  и частотой кадров 30 Гц. Данные по углам Эйлера и высоте БПЛА поступали синхронно с кадрами видео, информация с GPS – асинхронно с частотой 1 Гц. Высота полета для результатов, приведенных ниже, составляла около 1 км. Задавались следующие характеристики псевдоградиентной процедуры (8) оценивания параметров совмещения: шаг изменения оценок в матрице обучения: для угла –  $0,25^\circ$ , для коэффициента масштаба –  $5 \cdot 10^{-5}$ , для сдвигов по базовым осям – 0,5 пикселя; объем локальной выборки на каждой итерации оценивания – 300 пар пикселей.

При оценивании параметров совмещения число итераций процедуры (8) до выполнения критерия совмещения составляло 150 – 300, а рабочий диапазон оцениваемых параметров в пересчете в евклидово расстояние рассогласования [31] – около 200 пикселей.

Угол крена на участках поворота БПЛА менялся в пределах до 17 градусов в рамках одной пары кадров, остальные углы Эйлера менялись с меньшей скоростью. При этом процент перекрытия обрабатываемых пар кадров составлял от 60 до 95 процентов.

Отметим также, что погрешности углов крена, тангажа и рыскания вносят вклад в некоторую недокомпенсацию проективных искажений, однако в данной методике на результат совмещения изображений они влияют слабо, поскольку в основном это погрешности систематические, одинаковые для обоих совмещаемых изображений.

В эксперименте при совмещении изображений в центральной части совместной области достигалась субпиксельная точность, на границах погрешность совмещения достигала до 6 пикселей, в среднем примерно 1,5 – 2. Увеличение погрешности на периферии связано с недокомпенсацией проективных искажений, в частности, из-за погрешностей углов Эйлера, рельефа местности и оптических искажений из-за конечности апертуры. При использовании более производительных одноплатных компьютеров точность совмещения может быть повышена за счет оптимизации параметров процедуры (8).

Полученные результаты подтвердили адекватность найденных в параграфах III-IV аналитических зависимостей. Скорость обработки на Raspberry составила 10 кадров в секунду (через 2 кадра), на Radxa – до 16 кадров в секунду. Многоядерная структура процессоров одноплатных компьютеров (ARM-архитектура) позволяет компенсировать проективные искажения в отдельном потоке одновременно с псевдоградиентным оцениванием параметров взаимных геометрических деформаций опорного и совмещаемого кадров, что позволяет существенно выиграть во времени относительно последовательного расчета.

Пример исходного кадра изображения и его нормализованного вида с компенсированными в соответствии с формулами (4) и (6) проективными искажениями приведен на рис. 2. Пример другого кадра изображения из той же видеопоследовательности, полученного при  $\alpha = 0,13621$ ,  $\omega = 0,26985$  и  $\kappa = -0,44428$  радиан, приведен на рис. 5. Там же показан его нормализованный вид.

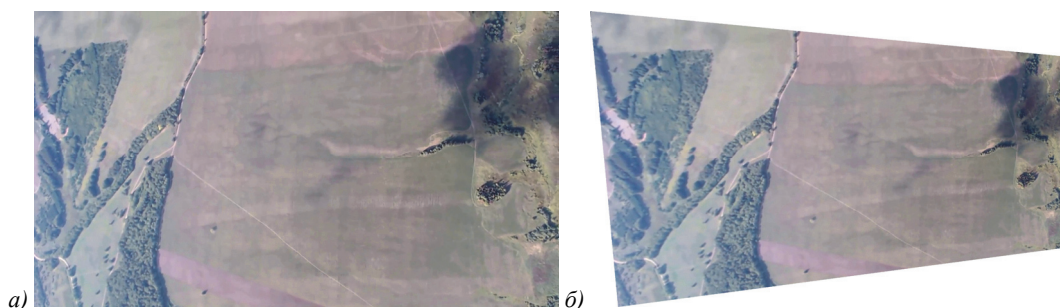
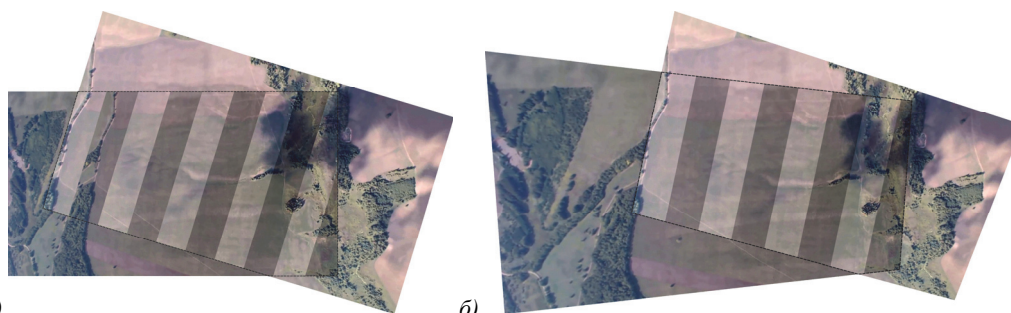


Рис. 5. Пример изображения с камеры БПЛА (а) и его нормализованный вид (б)

Пример совмещения изображений, приведенных на рис. 2 и рис. 5, с применением псевдоградиентной процедуры (8) показан на рис. 6а. Для различения совмещаемых изображений у одного из них изменен контраст, а в области пересечения они показаны чередующимися полосами. Совмещение проводилось с использованием

модели подобия в локальной системе координат изображения рис. 2. Видно, что в центральной части области пересечения изображения совмещены, однако на краях качество совмещения явно неудовлетворительное, что объясняется значительно отличающимися проективными искажениями. Совмещение нормализованных изображений рис. 2 и рис. 5 приведено на рис. 6б, на котором уже отмечается высокое качество совмещения на всей области пересечения изображений.



а) Рис. 6. Совмещение изображений без компенсации (а) и с компенсацией (б) проективных искажений

Совмещенные изображения с использованием формул (17) и (19) переводились также в географические координаты. Сформированный с применением формул (2), (6), (12), (17) и (19) фрагмент Яндекс-карты, иллюстрирующий корректность перевода в географические координаты и соответствующий 4 совмещенным кадрам изображений (рис. 7), приведен на рис. 8. Видно хорошее соответствие нормализованных изображений с камеры БПЛА, переведенных в географические координаты, и сформированного изображения Яндекс-карты. Отметим также, что ввиду небольшого расхождения геометрии этих изображений выполнить при необходимости их уточненное совмещение уже не является сложной задачей.

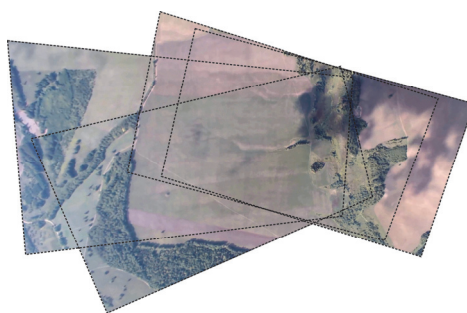


Рис. 7. Пример сшивки 4 кадров с компенсацией проективных искажений

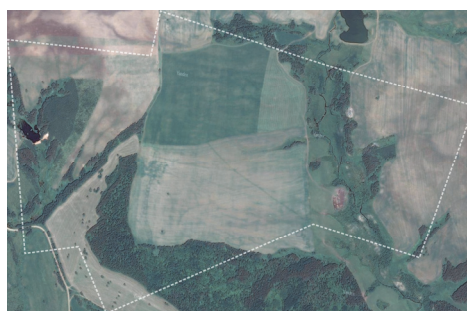


Рис. 8. Фрагмент Яндекс-карты, соответствующий сшивке 4 кадров

### Заключение

Разработанная методика совмещения изображений, формируемых камерой БПЛА, направленная на совмещение заданных изображений видеопоследовательности с предварительной коррекцией их проективных искажений и перевод совмещенных изображений в географические координаты, показала высокую эффективность. Она ориентирована на использование в условиях ограниченных вычислительных ресурсов и реализацию на недорогих и компактных вычислительных платформах.

Методика может быть реализована в реальном времени как на борту БПЛА одноплатными компьютерами, так и наземными вычислительными средствами. Она может быть использована при решении различных задач цифровой обработки изображений, полученных с использованием БПЛА, в частности в картографии, мониторинге состояния технических объектов, определении местоположения объекта интереса и построении его траектории.

Еще одной областью применения методики, требующей ее развития, является позиционирование и построение траектории БПЛА при отсутствии возможности использования глобальных навигационных систем. Отметим, что это нередкая ситуация, в частности, при полётах в городских каньонах, под мостами, в туннелях, густых лесах или в условиях активных помех сигнал этих систем может быть нестабильным, заблокированным или недоступным. В таких ситуациях позиционирование БПЛА только с использованием его инерциальной системы является неудовлетворительным из-за накапливаемой погрешности. Комплексование данных инерциальной системы, обработки изображений с камер БПЛА и периодического совмещения аэро- и спутникового (географические координаты точек которого известны) изображений позволит существенно снизить эту погрешность.

### *Благодарности*

Исследование выполнено за счет гранта РФФИ № 25-21-20028, <https://rscf.ru/project/25-21-20028>.

### *References*

- [1] Ren K, Ding L, Wan M, Gu G, Chen Q. Target localization based on cross-view matching between UAV and satellite. *Chin J Aeronaut* 2022; 35(9): 333-341. DOI: 10.1016/j.cja.2022.04.002.
- [2] Li J, Xie Y, Li C, Dai Y, Ma J, Dong Z, Yang T. UAV-assisted wide-area multi-camera space alignment based on spatiotemporal feature map. *Remote Sens* 2021; 13(6): 1117. DOI: 10.3390/rs13061117.
- [3] Štroner M, Urban R, Seidl J, Reindl T, J. Brouček J. Photogrammetry using UAV-mounted GNSS RTK: Georeferencing strategies without GCPs. *Remote Sens* 2021; 13(7): 1336. DOI: 10.3390/rs13071336.
- [4] Suetin MN, Dementiev VE, Tashlinskii AG, Magdeev RG. Methodology for detecting and assessing the dynamics of defects in engineering structures by processing images from an unmanned aerial vehicle. *Computer Optics* 2024; 48(5): 762-771. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1438.
- [5] Qiu X, Yang D, Liao Sh, Wang Sh, Li Y. Image moment extraction based aerial photo selection for UAV high-precision geolocation without GPS. *Measurement* 2024; 226: 114141. DOI: 10.1016/j.measurement.2024.114141.
- [6] Cui Z, Zhou P, Wang X, Zhang Z, Li Y, Li H, Zhang Y. A novel geo-localization method for UAV and satellite images using cross-view consistent attention. *Remote Sens* 2023; 15(19): 4667. DOI: 10.3390/rs15194667.
- [7] Zhuang J, Dai M, Chen X, Zheng E. A faster and more effective cross-view matching method of UAV and satellite images for UAV geolocation. *Remote Sens* 2021; 13(19): 3979. DOI: 10.3390/rs13193979.
- [8] Wang H, Shen Q, Deng Z, Cao X, Wang X. Absolute pose estimation of UAV based on large-scale satellite image. *Chin J Aeronaut* 2024; 37(6): 219-231. DOI: 10.1016/j.cja.2023.12.028.
- [9] Hartley R, Zisserman A. *Multiple view geometry in computer vision*. Cambridge: Cambridge University Press; 2003.
- [10] Agapov SV. *Photogrammetry of scanner images* [In Russian]. Moscow: "Kartgeotsentr, Geodesizdat" Publisher; 1996.
- [11] Tashlinskii AG. Optimization of goal function pseudogradient in the problem of interframe geometrical deformations estimation. Pattern recognition techniques, technology and applications. London, UK: IntechOpen; 2008. DOI: 10.5772/6244.
- [12] Platonov AK. Projective mapping determination for robot vision [In Russian]. *Keldysh Preprints*; 2008: 39.
- [13] Yu G, Morel J-M. ASIFT: An Algorithm for fully affine invariant comparison. *Image Processing On Line* 2011; 1: 11-38. DOI: 10.5201/ipol.2011.my-asift.
- [14] Wang H, Liu C, Ding Y, Sun C, Yuan G, Zhang H. ECDAF inclined aerial image and satellite image matching based on edge curve direction angle features. *Remote Sens* 2025; 17(2): 268. DOI: 10.3390/rs17020268.
- [15] Zhao Y, Xu S, Bu S, Jiang H, Han P. HighStitch: High altitude georeferenced aerial images stitching for rocking telephoto lens. *IEEE J Sel Top Appl Earth Obs Remote Sens* 2021; 14: 11500-11507. DOI: 10.1109/JSTARS.2021.3124745.
- [16] Chum O, Matas J. Optimal randomized RANSAC. *IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell* 2008; 30(8): 1472-1482. DOI: 10.1109/TPAMI.2007.70787.
- [17] Tsypkin YaZ. *Information identity theory* [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 1995.
- [18] Tashlinskii AG, Safina GL. Synthesis of stochastic algorithm for image registration by the criterion of maximum mutual information. *Computer Optics* 2024; 48(1): 109-117. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1332.
- [19] Tashlinskii AG, Safina GL, Voronov SV. Pseudogradient optimization of objective function in estimation of geometric interframe image deformations. *Pattern Recognit Image Anal* 2012; 22(2): 386-392. DOI: 10.1134/S1054661812020174.
- [20] Magdeev RG, Tashlinskii AG. A comparative analysis of the efficiency of the stochastic gradient approach to the identification of objects in binary images. *Pattern Recognit Image Anal* 2014; 24(4): 535-541. DOI: 10.1134/S1054661814040130.
- [21] Gonzalez RC, Woods E. *Digital image processing*. 4th ed. New York: Pearson; 2017.
- [22] Snyder JP. *Map projections – A working manual*. Washington: U.S. Government Printing Office; 1987.
- [23] Iliffe J. *Datums and Map Projections for remote sensing, GIS and surveying*. London: Whittles; 2000.
- [24] Wolf PR, Dewitt BA, Wilkinson B. *Elements of photogrammetry with applications in GIS*. 4th ed. McGraw-Hill Education; 2014.
- [25] Morozov VP. *The course of spheroidal geodesy*. 2nd ed. Moscow: "Nedra" Publisher; 1979.
- [26] Strang G, Borre K. *Linear algebra, geodesy, and GPS*. Cambridge: Wellesley-Cambridge Press; 1997.
- [27] Konecny G. *Geoinformation: Remote sensing, photogrammetry and geographic information systems*. 2nd ed. CRC Press; 2014.
- [28] Hill LL. *Georeferencing: The geographic associations of information*. MIT Press; 2006.
- [29] Zhao H, Zhang B, Wu Ch, Zuo Zh. Development of a Coordinate Transformation method for direct georeferencing in map projection frames. *ISPRS J Photogramm Remote Sens* 2013; 75: 8-21. DOI: 10.1016/j.isprsjprs.2012.10.004.
- [30] Rizaldy A, Firdaus W. Direct georeferencing: A new standard in photogrammetry for high accuracy mapping. *Int Arch Photogramm Remote Sens Spat Inf Sci* 2012; XXXIX-B1: 5-10. DOI: 10.5194/isprsarchives-XXXIX-B1-5-2012.
- [31] Tashlinskii AG. Optimal euclidean distance of estimates mismatch at stochastic gradient estimation of image interframe geometric deformation parameters [In Russian]. *Informatsionno-Izmeritelnyye i Upravlyayushchiye Sistemy* 2018; 11: 33-39.

### **Сведения об авторах**

**Ташлинский Александр Григорьевич**, 1954 года рождения, в 1977 году окончил Ульяновский политехнический институт по специальности 0701 «Радиотехника», в 1984 г. защитил кандидатскую, а в 1999 году – докторскую диссертацию. В настоящее время директор НИЦ обработки цифровых изображений и сигналов «Сигнал» Ульяновского государственного технического университета. Область научных интересов: вероятностный анализ и адаптивное оценивание параметров последовательностей цифровых изображений и сигналов, распознавание образов. E-mail: [tag@ulstu.ru](mailto:tag@ulstu.ru)

**Сафина Галина Леонидовна**, 1983 года рождения, в 2005 году окончила Ульяновский государственный технический университет по специальности «Прикладная математика». В 2008 г. защитила кандидатскую диссертацию по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». В настоящее время работает заведующей кафедрой фундаментального образования в Московском государственном строительном университете. Область научных интересов: обработка цифровых изображений, распознавание образов, математическое моделирование. E-mail: [minkinag@mail.ru](mailto:minkinag@mail.ru)

**Белов Андрей Алексеевич**, 2001 года рождения, студент 4-го курса Ульяновского государственного технического университета специальности «Радиотехнические системы и комплексы». Область научных интересов: обработка изображений, формируемых камерами БПЛА, компенсация проективных искажений аэрофотоснимков, адаптивное совмещение изображений. E-mail: [andreybelovaleks1@list.ru](mailto:andreybelovaleks1@list.ru)

---

*Поступила в редакцию 28 мая 2025 г. Окончательный вариант – 07 сентября 2025 г.*

---

---

# Image registration from a UAV camera in geographic coordinates with projective distortion compensation

A.G. Tashlinskii <sup>1</sup>, G.L. Safina <sup>2</sup>, A.A. Belov <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ulyanovsk State Technical University, Ul. L. Shevtsovoi 32, Ulyanovsk, 432027, Russia;

<sup>2</sup> Moscow State University of Civil Engineering, Yaroslavskoye Shosse 26, Moscow, 129337, Russia

## Abstract

We propose a method for real-time registration of images obtained from a UAV-mounted camera with simultaneous compensation of their projective distortions and translation into the EPSG:3395 geographic coordinate system. The technique allows one to obtain oversampled spatially combined images and is aimed at their subsequent processing together with satellite images.

**Keywords:** image processing, projective distortion, similarity model, compensation, deformation estimation, adaptation, stochastic estimation.

**Citation:** Tashlinskii AG, Safina GL, Belov AA. Image registration from a UAV camera in geographic coordinates with projective distortion compensation. *Computer Optics* 2026; 50(2): 1739. DOI: 10.18287/COJ1739.

**Acknowledgements:** This work was financially supported by the Russian Science Foundation under project No. 25-21-20028, <https://rscf.ru/project/25-21-20028>.

---

## About authors

**Alexander Grigorievich Tashlinskii** (b. 1954) graduated from Ulyanovsk Polytechnic Institute in 1977, specialty 0701 “Radio Engineering”. In 1984 he defended his candidate's thesis, and in 1999 - his doctoral dissertation. Currently he is the Director of the Research Center for Digital Image and Signal Processing “Signal” of Ulyanovsk State Technical University. Research interests: probabilistic analysis and adaptive parameter estimation of sequences of digital images and signals, pattern recognition. E-mail: [tag@ulstu.ru](mailto:tag@ulstu.ru)

**Galina Leonidovna Safina** (b. 1983) graduated from the Ulyanovsk State Technical University in 2005, majoring in Applied Mathematics. In 2008 she defended her thesis in the specialty 05.13.18 “Mathematical modeling, numerical methods and program complexes”. Currently she works as the acting head of the Department of Fundamental Education at the Moscow State University of Civil Engineering. Research interests: digital image processing, pattern recognition. E-mail: [minkinag@mail.ru](mailto:minkinag@mail.ru)

**Andrey Alekseevich Belov**, (b. 2001) a student of the 4th year of specialty of Ulyanovsk State Technical University, specialty “Radio engineering systems and complexes”. Research interests: processing of images formed by UAV cameras, compensation of projective distortions of aerial photographs, adaptive image registration. E-mail: [andreybelovaleks1@list.ru](mailto:andreybelovaleks1@list.ru)

---

*Received May 28, 2025. The final version – September 07, 2025.*

---