

Вихревой волоконный петлевой резонатор Мёбиуса

Б.П. Лапин¹, Е.В. Макурина¹, М.А. Яворский¹, К.Н. Алексеев¹

¹ Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, 295007, Россия, Симферополь, пр-т Вернадского, д. 4

Аннотация

В данной работе исследуется петлевой резонатор со скрытой топологией ленты Мёбиуса (ПРМ), в котором петля сформирована скрученным сильноэллиптическим волокном. Показано, что внедрение топологии Мёбиуса в резонатор данного типа расширяет его возможности и позволяет увеличить число типов структурированных пучков, характеристиками которых можно параметрически сверхэффективно управлять. В качестве примера продемонстрировано, что с помощью ПРМ можно генерировать частотные гребёнки как для оптических вихрей, так и для мод Лагерра–Гаусса с единичным по модулю азимутальным числом. Предложенная система может служить основой для создания волоконных лазеров, генерирующих структурированные пучки.

Ключевые слова: оптическое волокно, петлевой резонатор, оптический вихрь, орбитальный угловой момент, лента Мёбиуса, волоконный лазер, оптическая частотная гребёнка.

Цитирование: Лапин, Б.П. Вихревой волоконный петлевой резонатор Мёбиуса / Б.П. Лапин, Е.В. Макурина, М.А. Яворский, К.Н. Алексеев // Компьютерная оптика. – 2026. – Т. 50, № 4. – 1791. – DOI: 10.18287/COJ1791

Citation: Lapin BP, Makurina EV, Yavorsky MA, Alexeyev CN. Vortex Möbius fiber loop resonator. Computer Optics, 2026; 50(4): 1791. DOI: 10.18287/COJ1791

Введение

На протяжении двух последних десятилетий внимание многих исследователей приковано к физическим системам, имеющим в своей основе топологические особенности, присущие ленте Мёбиуса. Лента Мёбиуса является односторонним объектом и легко реализуется на макроскопическом уровне, что обуславливает интерес исследователей к подобным ей системам. Концепция ленты Мёбиуса возникла в 1858 году, и среди естественных наук к ней первыми обратились химики [1]. В физике система с топологией ленты Мёбиуса была впервые продемонстрирована на примере полости, нагруженной свёрнутой медной проволокой [2]. Наличие такой проволоки в резонаторе приводило к появлению двух дополнительных пар резонансных пиков, отвечающих Мёбиус-модам второго порядка. В целом, идея инкорпорирования данной специфической топологии в резонаторы оказалась продуктивной. В дальнейшем было показано, что они потенциально пригодны для эффективного управления состоянием поляризации излучаемых электромагнитных волн [3, 4]. Из-за трудностей технического характера изготовление Мёбиус-структуры, оперирующей в оптическом диапазоне, было экспериментально продемонстрировано сравнительно недавно при использовании литографической техники прямой лазерной записи [5]. Заметим, что на самом деле не обязательно создавать объект в строгом соответствии с топологией оригинальной ленты Мёбиуса: достаточно имитировать её с помощью оптически активного элемента, встроенного в кольцевой резонатор [6].

Наряду с этим, сохраняется устойчивый интерес к синтезу и созданию пространственно-локализованных объектов с топологией ленты Мёбиуса в наномасштабе [7, 8]. В целом, изучение систем на основе ленты Мёбиуса также стимулировало развитие других разделов физики, включая квантовую механику [9–11]. Абстрактный подход к выявлению топологии ленты Мёбиуса позволил обнаружить её присутствие в системе связанных плоских резонаторов [12]. Недавно была продемонстрирована конструкция волноводных линий передачи со встроенными топологиями ленты Мёбиуса и бутылки Клейна [13].

На фоне усилий по поиску физических систем, обладающих свойствами ленты Мёбиуса, довольно неожиданным стало появление направления, в котором структуры электромагнитного поля исследовались с целью выявления в них топологии ленты Мёбиуса. Впервые этот подход применил Фройнд [14, 15], в дальнейшем он был использован в целом ряде работ [16–19]. Мёбиусовские поляризационные структуры могут оказаться полезными при изготовлении микроструктурированных материалов с нетривиальной топологией. Такие технологии могут быть важны при создании функциональных материалов с особыми оптическими свойствами, мембран и подложек, селективных по отношению к форме молекул. Обычно экзотические поляризационные структуры возникают в фокальной плоскости при сильной фокусировке разнообразных структурированных пучков.

На сегодняшний день установлено, что необычные свойства мёбиусовских систем непосредственно связаны с наличием топологической фазы, возникающей при эволюции системы вдоль пространственно искривлённого пути. В оптических примерах такой неголономный нединамический прирост фазы обычно связан с фазой Панчаратнама–Берри, обусловленной эволюцией состояния поляризации излучения [3–5]. Численно она равна

телесному углу, стянутому траекторией точки состояния на сфере Пуанкаре. Однако ситуация сложнее, поскольку данная фаза возникает даже при эволюции скалярных полей, не обладающих поляризационными степенями свободы [9, 10]. В последнем случае корректнее говорить о фазе Берри. Понимание этого обстоятельства открывает более широкие возможности при изготовлении мёбиусовских систем, выходящие за пределы исходных геометрических ограничений, подразумеваемых оригинальным примером. Недавно было показано, что Мёбиус-подобные структуры могут быть реализованы в оптической системе без явной топологии ленты Мёбиуса, а именно – в волоконном кольцевом лазере [20], в котором резонатор Мёбиуса формируется в виде кольца из сильноанизотропного скрученного циркулярного волокна. Очевидно, что геометрия такой системы не подразумевает наличие каких-либо признаков ленты Мёбиуса; нетривиальная топология связана исключительно с поведением оси материальной анизотропии. За счёт разрезания кольца и соответствующего поворота его концов друг относительно друга авторы также получают возможность управления фазой Панчаратнама, что является выгодным свойством подобных систем и обычно достигается более сложными методами [3, 4, 6]. Несколько позже была продемонстрирована возможность формирования последовательностей импульсов в волоконных мёбиусовских лазерах с синхронизацией мод [21].

Несмотря на разнообразие оптических лент Мёбиуса, их изучение ограничено исследованиями влияния топологии на состояние поляризации. Между тем известно, что свет может обладать орбитальными степенями свободы, которые играют важную роль в структурированных световых пучках [22]. При эволюции системы в пространстве параметров наличие таких степеней свободы также может приводить к возникновению фазы Берри [23]. Как было показано, в структурированном световом пучке любая его компонента, зависящая от орбитального числа $l = \pm 1, \pm 2, \dots$ как $\exp(il\phi)$, где ϕ – азимутальный угол в локальной системе координат, при такой эволюции приобретает дополнительный (по сравнению с динамической фазой) топологический множитель вида $\exp(i\Omega)$, где Ω – телесный угол, характеризующий траекторию эволюции в пространстве параметров. По отдельности такие поля также известны как оптические вихри (ОВ) с топологическим зарядом l .

В недавней работе [24] был рассмотрен пример влияния орбитальной топологической фазы на эволюцию поля в кольцевом мёбиусовском резонаторе (КМР) на базе сильно эллиптического волокна. Было показано, что модами шепчущей галереи такой системы являются ОВ с единичным по модулю топологическим зарядом (ТЗ). Такая особенность КМР позволяет генерировать с его помощью ОВ. Было отмечено, однако, что способность генерировать ОВ крайне чувствительна к потерям ввода, неизбежно возникающим при изготовлении такого резонатора. Последнее обстоятельство отмечалось также в работе [20].

В этой связи целью нашей работы является демонстрация волоконно-оптической системы со скрытой мёбиусовской топологией, обладающей теми же трансформационными свойствами по отношению к структурированным пучкам, что и КМР. В качестве такой системы мы рассматриваем петлевой резонатор, в котором петля формируется скрученным сильно эллиптическим волокном. Мы демонстрируем, что такой петлевой резонатор Мёбиуса (ПРМ) обладает свойством генерировать частотные гребёнки как для ОВ, так и для Лагерр–Гауссовых (ЛГ) мод с единичным по модулю азимутальным числом.

1. Трансфер-матрица скрученного сильноэллиптического волокна

Рассмотрим прямое скрученное сильноэллиптическое волокно (рис. 1) с шагом хиральной решётки $H = 2\pi/q$, где q – модуль вектора обратной решётки. Как известно [25], его моды с азимутальным числом $l = 1$ представлены четырьмя модами Блоха. Для наших целей достаточно использовать выражения только для двух таких мод, записанных в базисе линейных поляризаций в глобальной декартовой системе координат, а именно:

$$\begin{aligned} |\Psi_1\rangle &= F_1(r) \cos(\varphi - qz) \begin{pmatrix} \sin \gamma e^{-iqz} + \cos \gamma e^{iqz} \\ i[\sin \gamma e^{-iqz} - \cos \gamma e^{iqz}] \end{pmatrix} e^{i\beta_1 z}, \\ |\Psi_3\rangle &= F_1(r) \cos(\varphi - qz) \begin{pmatrix} i[\sin \gamma e^{-iqz} - \cos \gamma e^{iqz}] \\ -\sin \gamma e^{-iqz} - \cos \gamma e^{iqz} \end{pmatrix} e^{i\beta_3 z}. \end{aligned} \quad (1)$$

Радиальная функция $F_1(r)$ имеет следующий вид:

$$F_1 = \begin{cases} J_1(\tilde{U}r/r_0)/J_1(\tilde{U}), & r \leq r_0, \\ K_1(\tilde{W}r/r_0)/K_1(\tilde{W}), & r \geq r_0, \end{cases}$$

где J_1 – это функция Бесселя 1-го рода порядка 1, а K_1 – модифицированная функция Бесселя 1-го рода порядка 1. Также выполняется соотношение $\tilde{U}^2 + \tilde{W}^2 = V^2$, где $V = kn_{co}r_0 \exp(2\Delta)^{1/2}$ – волноводный параметр, r_0 – радиус невозмущённого эллиптичностью волокна, $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны, n_{co} – показатель преломления сердцевинки волокна. Постоянные распространения блоховских мод (1) определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \tilde{\beta}_1 + \frac{1}{2\tilde{\beta}_1} \left(\frac{A_1 + B_1}{2} + D_1 + \frac{1}{2} \sqrt{16q^2 \tilde{\beta}_1^2 + B_1^2} \right), \\ \beta_3 &= \tilde{\beta}_1 + \frac{1}{2\tilde{\beta}_1} \left(\frac{A_1 + B_1}{2} - D_1 + \frac{1}{2} \sqrt{16q^2 \tilde{\beta}_1^2 + B_1^2} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь (r, φ, z) – цилиндрические координаты, $\tilde{\beta}_1$ – скалярная постоянная распространения моды циркулярного волокна и F_1 – радиальная функция. Управляющий параметр γ задан как $\text{tg} 2\gamma = -|B_l|/4\tilde{\beta}_1 q$, $\pi/4 < \gamma < \pi/2$. Константы A_l, B_l описывают т.н. спин-орбитальное взаимодействие (СОВ) [26, 27] в волокнах, величина D_1 характеризует влияние эллиптичности поперечного сечения. Явные выражения для всех констант могут быть найдены в [25]. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением случая сильно эллиптических и сильно скрученных волокон, для которых справедливо $D_1 \gg q\tilde{\beta}_1 \gg A_1, B_1$. Следует отметить, что правая часть этого неравенства не может выполняться для волокна с произвольной длиной при некотором значении полного угла скрутки θ , поэтому это условие должно проверяться отдельно. Также стоит отметить, что в приведённых примерах режим сильной эллиптичности ($D_1, q\tilde{\beta}_1 \gg A_1, B_1$) реализуется при $\delta_{\text{ell}} = 0,05$, где $\delta_{\text{ell}} \approx e^2/4$, и e – эксцентриситет, поэтому мы имеем дело с волокнами, у которых эллиптичность поперечного сечения слабо выражена. Из [25] следует, что при $q\tilde{\beta}_1 \gg A_l, B_l$ угол $\gamma = \pi/2$ и выражения (1), (2) упрощаются:

$$|\Psi_1\rangle = F_1(r) \cos(\varphi - qz) \vec{c}_+, \quad (3)$$

$$|\Psi_3\rangle = F_1(r) \sin(\varphi - qz) \vec{c}_+, \quad (4)$$

$$\beta_{1,3} = \tilde{\beta}_1 \pm \delta\beta,$$

где $\vec{c}_+ = (1, i)^T$ – вектор-столбец, указывающий на правую круговую поляризацию, « T » обозначает операцию транспонирования, и $\delta\beta = D_1/2\tilde{\beta}_1$.

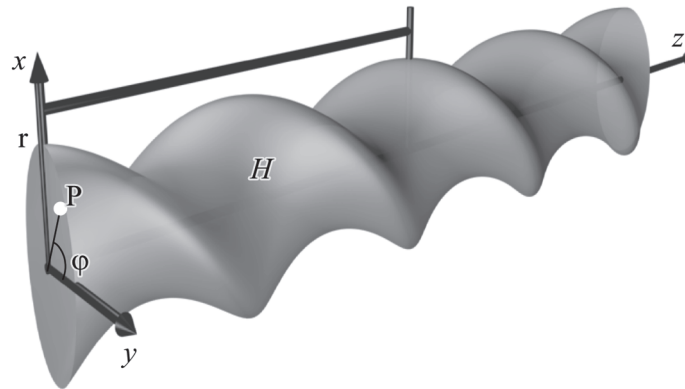


Рис. 1. Модель скрученного сильноэллиптического волокна. Шаг скрутки H , полярные координаты точки P в поперечном сечении задаются стандартным образом, (x, y, z) – лабораторная декартова система координат

Выражения (3), (4) заданы в лабораторной декартовой системе координат. Этот режим эквивалентен режиму адиабатического вращения плоскости поляризации в скрученном анизотропном волокне. В нашем случае направление оси анизотропии формы задаётся ориентацией большой оси эллипса поперечного сечения, тогда как ориентация моды определяется направлением линии красовой фазовой дислокации $\varphi - qz = 0$. Данная дислокация проявляется как линия нулевой интенсивности, которая поворачивается в плоскости поперечного сечения волокна при увеличении z . По сути, такое вращение распределения интенсивности имеет те же причины, что и аналогичное вращение плоскости поляризации в анизотропном волокне при адиабатической скрутке. Действительно, в последнем случае два поля с ортогональными круговыми поляризациями, образующие линейно поляризованный пучок, при вращении оси анизотропии приобретают противоположные фазовые добавки благодаря фазе Панчратнама–Берри. В конечном итоге это приводит к вращению плоскости поляризации.

В случае эллиптического волокна логика та же. Действительно, мода $|\Psi_1\rangle$ из (3) пропорциональна

$$\cos(\varphi - qz) \propto e^{i\varphi} e^{-iqz} + e^{-i\varphi} e^{iqz}. \quad (5)$$

Уравнение (5) позволяет интерпретировать вращение распределения интенсивности (3) следующим образом: при вращении локального базиса каждый ОВ с ТЗ l приобретает дополнительный фазовый множитель e^{-ilqz} , где $l = 1$. Такое вращение, обусловленное геометрической фазой, связано только с орбитальными степенями свободы, поэтому его следует отождествлять с чистой фазой Берри [23, 28]. Также необходимо отметить, что в процессе поворота картины распределения интенсивности моды, как следует из (4), не появляется фаза, обусловленная состоянием поляризации. Это связано с тем, что анизотропия формы действует в первую очередь на орбитальные характеристики света [29].

Рассмотрим скрученное на угол θ сильноэллиптическое волокно с длиной d , так что $\theta = qd$. Пусть входной конец волокна возбуждается полем $p_1 \cos \varphi + p_2 \sin \varphi$. Тогда в пространстве $\{\cos \varphi, \sin \varphi\}$ это поле может быть описано вектором-столбцом $\vec{p} = (p_1, p_2)^T$. Очевидно, что волокно трансформирует данное поле следующим образом:

$$p_1 \cos \varphi + p_2 \sin \varphi \rightarrow p_1 \cos(\varphi - qd) \exp(i\beta_1 d) + p_2 \sin(\varphi - qd) \exp(i\beta_3 d). \quad (6)$$

Тогда действие волокна на поле можно описать с помощью трансфер-матрицы:

$$\vec{t}_p = \hat{M} \vec{p}, \quad (7)$$

где

$$\hat{M} = e^{i\beta_1 d} \begin{pmatrix} \cos \theta \exp(i\chi) & -\sin \theta \exp(-i\chi) \\ \sin \theta \exp(i\chi) & \cos \theta \exp(-i\chi) \end{pmatrix},$$

$X = \delta\beta d$, $\vec{t}_p = (t_{p1}, t_{p2})^T$ – вектор, который описывает состояние выходящего поля.

2. Модель петлевого резонатора Мёбиуса

Рассмотрим петлевой резонатор, в котором петля сформирована скрученным сильноэллиптическим волокном. Конструкцию такого резонатора можно представить в виде волоконного разветвителя, в котором нижний выходящий порт замкнут на верхний входящий порт (рис. 2а).

Рассмотрим сначала действие разветвителя на входящее поле, представленное суперпозицией ОВ с ТЗ l , $\Psi_{in} = I_1|l, L\rangle + I_2|-l, L\rangle + I_3|l, U\rangle + I_4|-l, U\rangle$, где L/U указывает на локализацию на соответствующем волокне. Оно описывается с помощью трансфер-матрицы:

$$\vec{T} = \exp(is\tilde{\beta}_l) \begin{pmatrix} a & b & c & e \\ b & a & e & c \\ c & e & a & b \\ e & c & b & a \end{pmatrix} \vec{I} \equiv \hat{T} \vec{I}. \quad (8)$$

Здесь векторы $\vec{I} = (I_1, I_2, I_3, I_4)^T$, $\vec{T} = (T_1, T_1, T_1, T_1)^T$ описывают входящее поле Ψ_{in} и выходящее поле $\Psi_{out} = T_1|l, L\rangle + T_2|-l, L\rangle + T_3|l, U\rangle + T_4|-l, U\rangle$, s – длина области связи волокон в разветвителе. Матричные элементы $a = \cos k_1 \cos k_2$, $b = -\sin k_1 \sin k_2$, $c = i \sin k_1 \cos k_2$, $e = i \cos k_1 \sin k_2$, $k_1 = sC_l/2\tilde{\beta}_l$, $k_2 = s\bar{D}_l/2\tilde{\beta}_l$. Константы $C_l, \bar{D}_l$ определяют вероятность туннелирования ОВ в соседнее волокно без смены и со сменой ТЗ соответственно [30]. В дальнейшем будем полагать $l=1$.

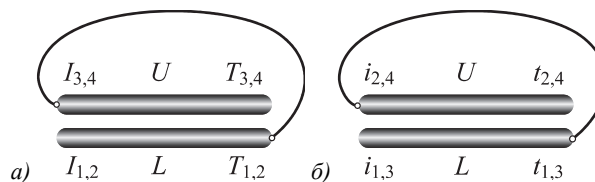


Рис. 2. Модель петлевого резонатора, чёрная сплошная линия показывает, как скрученное сильноэллиптическое волокно замыкает порты разветвителя: соответствие портов разветвителя и амплитуд I_i, T_i ОВ (а); соответствие портов разветвителя и амплитуд i_i, t_i ЛГ-мод (б)

Удобно перейти от трансфер-матрицы (8), которая преобразует вектор в пространстве, натянутом на векторы $\{|l, L\rangle, |-l, L\rangle, |l, U\rangle, |-l, U\rangle\}$, к трансфер-матрице в пространстве, натянутом на базисные векторы $\{|EV, L\rangle, |EV, U\rangle, |OD, L\rangle, |OD, U\rangle\}$, где

$$\begin{aligned} |EV, L/U\rangle &= |l, L/U\rangle + |-l, L/U\rangle, \\ |OD, L/U\rangle &= |l, L/U\rangle - |-l, L/U\rangle. \end{aligned} \quad (9)$$

В данном базисе трансфер-матрица преобразуется к прямой сумме двух квадратных матриц ранга 2:

$$\begin{aligned} \hat{\hat{T}} &= e^{is\tilde{\beta}_l} \begin{pmatrix} \cos \eta_1 & i \sin \eta_1 \\ i \sin \eta_1 & \cos \eta_1 \end{pmatrix}, \\ \oplus e^{is\tilde{\beta}_l} \begin{pmatrix} \cos \eta_2 & i \sin \eta_2 \\ i \sin \eta_2 & \cos \eta_2 \end{pmatrix} &\equiv \hat{\hat{\tau}}_1 \oplus \hat{\hat{\tau}}_2, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\eta_{1,2} = k_1 \pm k_2$. Структура матрицы $\hat{\hat{T}}$ говорит о том, что чётные и нечётные комбинации ОВ (или, равнозначно, чётные и нечётные ЛГ-моды) распространяются в разветвителе независимо друг от друга. Соответствие между портами и амплитудами входящих-выходящих полей указаны на рис. 2б. Заметим, что вектор $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ отвечает полю $\Psi = x_1|EV, L\rangle + x_2|EV, U\rangle + x_3|OD, L\rangle + x_4|OD, U\rangle$. Поля на входном и выходном портах разветвителя, задаваемые векторами $\vec{i} = (i_1, i_2, i_3, i_4)^T$ и $\vec{t} = (t_1, t_2, t_3, t_4)^T$, связаны следующим образом:

$$\begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} t_3 \\ t_4 \end{pmatrix} = \hat{\hat{\tau}}_1 \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \oplus \hat{\hat{\tau}}_2 \begin{pmatrix} i_3 \\ i_4 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Амплитуды $i_{2,4}$ парциальных полей $\{|EV, U\rangle, |OD, U\rangle\}$, приходящих на верхний левый порт, связаны с амплитудами $t_{1,3}$ $\{|EV, L\rangle, |OD, L\rangle\}$ как

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Уравнения (11), (12) формируют замкнутую систему уравнений на неизвестные коэффициенты t_i и $i_{2,4}$ для ПРМ, так как амплитуды $i_{1,3}$ известны. Мощности $P_{1,2} \equiv |T_{1,2}|^2$ выходящих ОВ $|\pm 1\rangle$ могут быть определены с использованием соотношения $T_{1,2} = (t_2 \pm t_1)/\exp(2)^{1/2}$.

3. Генерация ОВ в петлевом резонаторе Мёбиуса

Рассмотрим возбуждение ПРМ чётной ЛГ-модой, что соответствует случаю $i_1 = 1, i_3 = 0$. Из рис. 3а видно, что при соответствующем подборе параметров системы можно добиться узкополосной генерации ОВ с ТЗ +1. Ширина области генерации, в которой мощность ОВ превышает 95 %, составляет примерно 0,05 пм. Добротность резонатора на частотах, отвечающих максимумам генерации ОВ с ТЗ +1, составляет приблизительно 10^6 . Кривые меняются местами, если на вход подаётся нечётная ЛГ-мода. Нужно также отметить, что ПРМ сохраняет способность к генерации ОВ из входящей ЛГ-моды даже при уменьшении параметра связи между волокнами разветвителя. Действительно, так как режим генерации ОВ зависит от величины $\cos \eta_{1,2}$ (для рис. 3а $\cos \eta_1 \approx 0,22$, $\cos \eta_2 \approx -0,17$), то подбор длины разветвителя позволяет добиться необходимых значений $\cos \eta_{1,2}$ за счёт увеличения длины s . Например, увеличение расстояния между центрами волокон с 2,03 до 2,4 приводит к уменьшению констант связи примерно в 4 раза, однако достаточно увеличить длину разветвителя до 9,7 см, чтобы восстановить у ПРМ способность генерировать ОВ. При этом плотность пиков генерации ОВ увеличивается в 4 раза. Данный факт объясняется наличием множителя $\exp(is\tilde{\beta}_1)$ в трансфер-матрице (10). При более существенном ослаблении связи между волокнами разветвителя система начинает преобразовывать входящее поле так, как его преобразовывает волокно, последовательно составленное из двух участков прямого волокна, разделённых скрученным эллиптическим волокном.

В работе [31] было отмечено, что в качестве носителей сигнала в линиях связи можно использовать не только ОВ, но и любой другой набор ортогональных волоконных мод, в частности, чётные и нечётные ЛГ-моды. В этой связи заметим, что кривые для ЛГ-мод, аналогичные кривым на рис. 3а, могут быть получены при соответствующем подборе параметров системы. Например, при тех же параметрах, что и для рис. 3а, за исключением $s = 2,313$ см, на выходе из резонатора формируется частотная гребёнка для нечётной ЛГ-моды почти с теми же параметрами, что и для ОВ с ТЗ +1. Таким образом, ПРМ способен генерировать оптические спектральные гребёнки [32] как для ОВ, так и для ЛГ-мод. Данное свойство ПРМ делает его возможной платформой для создания волоконных лазеров со скрытой топологией ленты Мёбиуса. Действительно, включение в петлю резонатора волокна, легированного итербием, и прочих необходимых элементов позволяет создать на основе ПРМ волоконный лазер, подобный лазеру, экспериментально исследованному в работе [20].

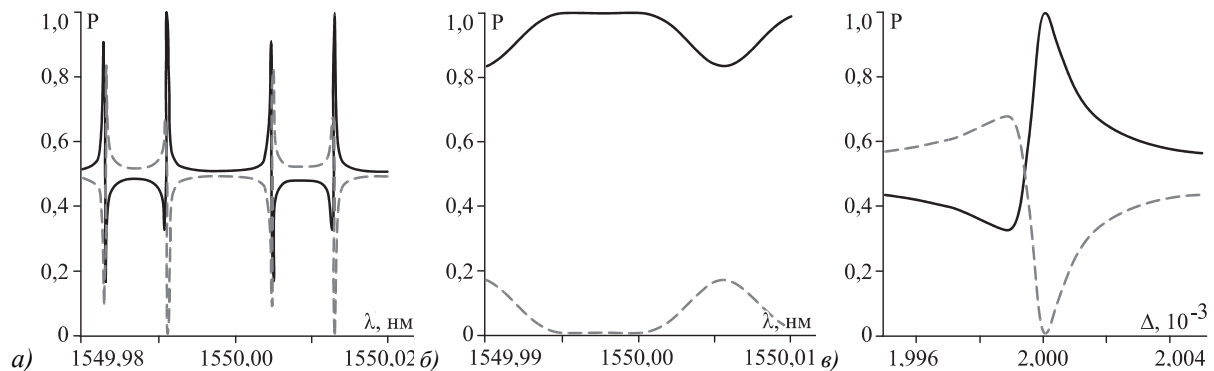


Рис. 3. Мощности ОВ $|1\rangle$ (сплошная кривая) и $|-1\rangle$ (пунктирная кривая) в зависимости от длины волны входящей чётной ЛГ-моды, индекс «U» в кет-векторах опущен за ненадобностью. Параметры: $s = 2,226$ см, $d = 5,08$ см, $H = 15$ см, $\Delta = 2 \cdot 10^{-3}$, $r_0 = 8,1\lambda_0$; (а); $s = 3,01$ см, $d = 7,03$ см, $H = 20,2$ см, $\Delta = 5 \cdot 10^{-3}$, $r_0 = 12\lambda_0$ (б); мощности ОВ $|1\rangle$ (сплошная кривая) и $|-1\rangle$ (пунктирная кривая) (в) в зависимости от оптического контраста Δ , параметры те же, что и для рис. 3а, за исключением длины волны $\lambda_0 = 1549,99$ нм; остальные параметры: $n_{co} = 1,5$, $\lambda_0 = 1550$ нм, $\delta_{ell} = 0,05$, $l = 1$, расстояние между волокнами в разветвителе $\Lambda = 2,03r_0$

Область эффективной генерации ОВ можно существенно расширить путём подбора параметров системы. Действительно, при соответствующей подстройке параметров можно добиться ширины области, в которой мощность ОВ с единичным ТЗ составляет более 95 %, равной 9,5 пм. Особенностью такого режима является то, что в этой области существует диапазон (6,1 пм), в котором мощность ОВ с противоположным знаком почти равна нулю. Аналогичные трансмиссионные кривые с запрещёнными зонами также характерны для вертикального массива связанных кольцевых резонаторов [33]. Данный факт выгодно отличает ПРМ от аналогичных резонаторов (петлевого и кольцевого), в которых замыкающее разветвитель волокно имеет круглую

форму поперечного сечения. Действительно, в таких резонаторах отклонение длины волны от резонансного значения приводит к появлению в выходящем поле заметной примеси ОВ с противоположным знаком. Заметим, что мощность ОВ с единичным ТЗ (рис. 3б) колеблется от 80 % до 100 % в диапазоне 1550 ± 10 нм. Данный интервал отвечает примерно 25 каналам сетки для плотного мультиплексирования с разделением по длине волны. Число каналов можно удвоить и перекрыть весь С-диапазон, если уменьшить длину связи волокон в разветвителе с $s = 3,01$ см до $s = 2,85$ см.

ПРМ так же, как и остальные подобные резонаторы, может обладать высокой чувствительностью к изменениям параметров. Например, в области Фано-подобных резонансов (см. рис. 3а) на длине волны 1549,99 нм изменение оптического контраста Δ между сердцевинами волокон и оболочкой на $1,15 \cdot 10^{-6}$ (изменение показателя преломления оболочки на $1,73 \cdot 10^{-6}$) приводит к изменению интенсивности выходящего ОВ с ТЗ +1 на величину от 0,33 до 1 (рис. 3в). Одновременно интенсивность ОВ с противоположным знаком ТЗ –1 снижается от 0,67 до 0. При тех же параметрах для обычного петлевого резонатора изменение интенсивности ОВ находится в пределах долей процента.

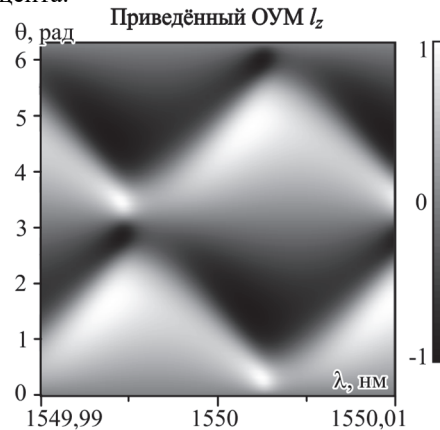


Рис. 4. Приведённый ОУМ выходящего поля, когда на вход ПРМ подаётся чётная ЛГ-мода

Как следует из рис. 3, выходящее из ПРМ поле представляет собой суперпозицию ОВ $T_1|1\rangle + T_2|-1\rangle$, в которой коэффициенты $T_{1,2}$ зависят от длины волны. Из [34] следует, что орбитальный угловой момент (ОУМ) L_z такой суперпозиции, усреднённый по времени, подчиняется соотношению:

$$\omega L_z / W = l_z = (|T_1|^2 - |T_2|^2) / (|T_1|^2 + |T_2|^2), \quad (13)$$

где ω – угловая частота, W – полная энергия поля в поперечном сечении. На рис. 4 продемонстрирована зависимость ОУМ выходящего из резонатора поля в случае, когда на вход системы подаётся чётная ЛГ-мода, от полного угла скрутки θ и длины волны λ . Следует отметить, что при необходимости генерации пучка, несущего единичный ОУМ, настройка ПРМ на определённую длину волны, например, на 1550,003 нм, не требует сверхточного выставления полного угла скрутки θ . Кроме того, нужно указать на то, что при $\theta = \pi m$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, ОУМ выходящего поля строго равен нулю.

Подводя итог, можно сказать, что действие ПРМ принципиально основано на мёбиусовской топологии скрученной поверхности. При этом основная роль скручивания заключается во вращении распределения интенсивности мод волокна. Такое вращение возникает благодаря фазе Берри, которая придаёт противоположно топологически заряженным вихревым компонентам поля моды противоположные фазы, аккумулирующиеся при её распространении по волокну. Когда поле, пройдя петлю резонатора, обратно туннелирует в неё, происходит эффективное замыкание петли в кольцо с установлением изначально отсутствующей в ПРМ топологии ленты Мёбиуса. Окончательное согласование входящих и выходящих полей в поперечном сечении петли приводит к смешиванию чётных и нечётных ЛГ-мод, которые первоначально распространялись независимо друг от друга. При определённых условиях суперпозиция ЛГ-мод в петле может образовывать самовоспроизводящийся ОВ. Полученные результаты открывают путь к изучению волоконных систем, в которых стандартные резонаторы заменены на резонаторы Мёбиуса. В частности, они могут позволить сформулировать новые подходы при разработке волоконных лазеров для ОВ. Устройства, содержащие ПРМ, могут быть использованы в полностью волоконных фотонных схемах, основанных на работе со структурированным светом.

Заключение

Построена модель петлевого резонатора Мёбиуса, в котором петля резонатора выполнена из скрученного сильноэллиптического волокна. Топология ленты Мёбиуса в системе приводит к расширению возможностей петлевых резонаторов. В частности, продемонстрировано, что петлевой резонатор со скрытой топологией Мёбиуса становится пригодным для генерации частотных гребёнок как для оптических вихрей, так для чётных и нечётных мод Лагерра–Гаусса с единичным по модулю азимутальным числом.

Благодарности

Данная работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, Проект № FZEG-2026-0011.

References

- [1] Walba DM, Richards RM, Haltiwanger RC. Total synthesis of the first molecular Möbius strip. *J Am Chem Soc* 1982; 104(11): 3219-3221. doi:10.1021/ja00375a051.
- [2] Cooke SJ, Pond JM. Modes in a Möbius wire-loaded cavity resonator. *Microw Opt Technol Lett* 2001; 31(1): 6-9. doi:10.1002/mop.1341.
- [3] Kreismann J, Hentschel M. The optical Möbius strip cavity: tailoring geometric phases and far fields. *Europhys Lett* 2018; 121(2): 24001. doi:10.1209/0295-5075/121/24001.
- [4] Wang J, Valligatla S, Yin Y, Schwarz L, Medina-Sánchez M, Baunack S, Lee CH, Thomale R, Li S, Fomin VM, Ma L, Schmidt OG. Experimental observation of Berry phases in optical Möbius-strip microcavities. *Nat Photonics* 2023; 17: 120-125. doi:10.1038/s41566-022-01107-7.
- [5] Song Y, Monceaux Y, Bittner S, Chao K, Reynoso de la Cruz HM, Lafargue C, Decanini D, Dietz B, Zyss J, Grigis A, Checoury X, Lebental M. Möbius strip microlasers: a testbed for non-Euclidean photonics. *Phys Rev Lett* 2021; 127(20): 203901. doi:10.1103/PhysRevLett.127.203901.
- [6] Xu XB, Shi L, Guo GC, Dong CH, Zou CL. "Möbius" microring resonator. *Appl Phys Lett* 2019; 114(10): 101106. doi:10.1063/1.5082675.
- [7] Tanda S, Tsuneta S, Okajima Y, Inagaki K, Yamaya K, Hatakenaka N. A Möbius strip of single crystals. *Nature* 2002; 417: 397-398. doi:10.1038/417397a.
- [8] Chang CW, Liu M, Nam S, Zhang S, Liu Y, Bartal G, Zhang X. Optical Möbius symmetry in metamaterials. *Phys Rev Lett* 2010; 105(23): 235501. doi:10.1103/PhysRevLett.105.235501. [web:279]
- [9] Gravesen J, Willatzen M. Eigenstates of Möbius nanostructures including curvature effects. *Phys Rev A* 2005; 72(3): 032108. doi:10.1103/PhysRevA.72.032108.
- [10] Li Z, Ram-Mohan LR. Quantum mechanics on a Möbius ring: energy levels, symmetry, optical transitions, and level splitting in a magnetic field. *Phys Rev B* 2012; 85(19): 195438. doi:10.1103/PhysRevB.85.195438.
- [11] Bëlin J, Tyc T, Horsley SAR. Optical simulation of quantum mechanics on the Möbius strip, Klein bottle and other manifolds, and Talbot effect. *New J Phys* 2021; 23(3): 033003. doi:10.1088/1367-2630/abe445.
- [12] Wu LT, Guo RP, Cui TJ, Chen J. A photonic analog of Möbius strips using coupled optical ring resonators. *J Opt* 2017; 19(2): 025101. doi:10.1088/2040-8986/19/2/025101.
- [13] Chen R, Zhu P, Yang X, Lian H, Fan Y, Wang ZY. Eigenmode and eigenpropagation of the electromagnetic waves in Möbius and Klein networks. *Opt Express* 2024; 32(22): 38055-38071. doi:10.1364/OE.537190.
- [14] Freund I. Multitwist optical Möbius strips. *Opt Lett* 2010; 35(2): 148-150. doi:10.1364/OL.35.000148. [web:270]
- [15] Freund I. Optical Möbius strips in three-dimensional ellipse fields: I. Lines of circular polarization. *Opt Commun* 2010; 283(1): 1-15. doi:10.1016/j.optcom.2009.09.042.
- [16] Bauer T, Banzer P, Karimi E, Orlov S, Rubano A, Marrucci L, Santamato E, Boyd RW, Leuchs G. Observation of optical polarization Möbius strips. *Science* 2015; 347(6225): 964-966. doi:10.1126/science.1260635. [web:273]
- [17] Bauer T, Neugebauer M, Leuchs G, Banzer P. Optical polarization Möbius strips and points of purely transverse spin density. *Phys Rev Lett* 2016; 117(1): 013601. doi:10.1103/PhysRevLett.117.013601.
- [18] Su L, Meng X, Xiao Y, Wan C, Zhan Q. Generation of transversely oriented optical polarization Möbius strips. *Opt Express* 2021; 29(17): 25535-25542. doi:10.1364/OE.432591.
- [19] Grigoriev KS, Makarov VA. Indices of polarization Möbius strips surrounding lines of circular polarization in nonparaxial optical fields. *Opt Lett* 2023; 48(17): 4420-4423. doi:10.1364/OL.501313.
- [20] Li S, Zeng X, Zhou J, Cheng Z, Feng Y. Polarization and longitudinal modes of Möbius fiber ring lasers. *Optica* 2022; 9(12): 1394-1400. doi:10.1364/OPTICA.474407.
- [21] Sun S, Shi Z, Wang Q, Wang Z, Liu YG, Xiang D, Wang P. Position-modulated pulse train generation based on Möbius mode-locked fiber laser: theory. *J Lightwave Technol* 2024; 42(24): 8383-8390. doi:10.1109/JLT.2024.3427855.
- [22] Forbes A, de Oliveira M, Dennis MR. Structured light. *Nat Photonics* 2021; 15: 253-262. doi:10.1038/s41566-021-00780-4.
- [23] Bliokh KY. Geometrical optics of beams with vortices: Berry phase and orbital angular momentum Hall effect. *Phys Rev Lett* 2006; 97(4): 043901. doi:10.1103/PhysRevLett.97.043901.
- [24] Alexeyev CN, Lapin BP, Yavorsky MA. Whispering gallery vortex modes of Möbius fiber-ring resonators. *Opt Lett* 2025; 50(17): 5334-5337. doi:10.1364/OL.568517. [web:268]
- [25] Alexeyev CN, Yavorsky MA. Optical vortices and the higher order modes of twisted strongly elliptical optical fibres. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2004; 6(9): 824-830. doi:10.1088/1464-4258/6/9/002.
- [26] Alexeyev CN, Alieva SS, Barshak EV, Lapin BP, Yavorsky MA. Structured light transformations and orbital angular momentum control in a three-coil optical snake. *Computer Optics* 2022; 46(5): 701-712. doi:10.18287/2412-6179-CO-1121.
- [27] Barshak EV, Yavorsky MA, Vikulin DV, Lapin BP, Volyar AV, Alexeyev CN. Polarization and topological mode dispersion of optical vortices in circular optical fibers. *Computer Optics* 2019; 43(1): 25-34. doi:10.18287/2412-6179-2019-43-1-25-34.
- [28] Berry MV. The geometric phase. *Sci Am* 1988; 259(6): 26-34.
- [29] Alexeyev CN, Alexeyev AN, Lapin BP, Yavorsky MA. Controlling the optical angular momentum by elliptical anisotropic fibres. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2009; 11(10): 105406. doi:10.1088/1464-4258/11/10/105406.
- [30] Alexeyev CN, Barshak EV, Lapin BP, Vikulin DV, Yavorsky MA. Parametric control of propagation of optical vortices through fibre ring resonators. *J Opt* 2021; 23(6): 064005. doi:10.1088/2040-8986/abf6de.

- [31] Milione G, Ip E, Li MJ, Stone J, Peng G, Wang T. Mode crosstalk matrix measurement of a 1 km elliptical core few-mode optical fiber. Opt Lett 2016; 41(12): 2755-2758. doi:10.1364/OL.41.002755.
- [32] Udem T, Holzwarth R, Hänsch TW. Optical frequency metrology. Nature 2002; 416: 233-237. doi:10.1038/416233a.
- [33] Lapin BP, Barshak EV, Yavorsky MA, Alexeyev CN. Propagation of optical vortices in an add-drop resonator based on a vertical array of ring resonators. Computer Optics 2024; 48(2): 197-203. doi:10.18287/2412-6179-CO-1392.
- [34] Berry MV. Paraxial beams of spinning light. Proc SPIE 1998; 3487: 6-11. doi:10.1117/12.317704.

Сведения об авторах

Лапин Борис Петрович, 1986 года рождения, кандидат физико-математических наук; в 2009 году окончил Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского по специальности «Физика», работает в должности доцента на кафедре общей физики в Физико-техническом институте Крымского федерального университета. Область научных интересов: волоконная сингулярная оптика. E-mail: lapinboris@gmail.com

Макурина Елена Викторовна, 2004 года рождения, с 2022 года студент Физико-технического института Крымского федерального университета им. В. И. Вернадского, направление подготовки «Физика». Область научных интересов: волоконная оптика, сингулярная оптика. E-mail: lenamakurina@yandex.ru

Яворский Максим Александрович, 1982 года рождения, в 2004 году окончил Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского по специальности «Физика», доктор физико-математических наук, профессор. Работает заместителем директора по научной работе Физико-технического института КФУ им. В.И. Вернадского. Область научных интересов: волоконная оптика, акустооптика, сингулярная оптика. E-mail: maxyavorsky@yahoo.com

Алексеев Константин Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, 1960 года рождения; в 1982 году окончил Симферопольский государственный университет по специальности «Физика», работает профессором на кафедре теоретической физики в Физико-техническом институте Крымского федерального университета. Область научных интересов: волоконная сингулярная оптика. E-mail: c.alexeyev@yandex.ru

Поступила в редакцию 05 августа 2025 г. Окончательный вариант – 16 декабря 2025 г.

Vortex Möbius fiber loop resonator

B.P. Lapin¹, E.V. Makurina¹, M.A. Yavorsky¹, C.N. Alexeyev¹

¹ V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Prospekt Vernadskogo 4, Simferopol, 295000, Russia

Abstract

In this paper, we study a loop resonator with a hidden Möbius strip topology (LMR), in which the loop is formed by a twisted strongly elliptical fiber. It is shown that incorporating the Möbius topology into this type of resonator expands its capabilities and enables an increase in the number of types of structured beams whose characteristics can be parametrically controlled with ultra-high efficiency. As an example, it is demonstrated that the LMR can generate frequency combs both for optical vortices and for Laguerre-Gauss modes with a unit azimuthal number in magnitude. The proposed system can serve as a basis for creating fiber lasers that generate structured beams.

Keywords: optical fiber, loop resonator, optical vortex, orbital angular momentum, Möbius strip, fiber laser, optical frequency comb.

Citation: Lapin BP, Makurina EV, Yavorsky MA, Alexeyev CN. Vortex Möbius fiber loop resonator. *Computer Optics* 2026; 50(4): 1791. DOI: 10.18287/COJ1791.

Acknowledgements: This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, Project No. FZEG-2026-0011.

About authors

Lapin Boris Petrovich (born in 1986), candidate of physical and mathematical sciences; graduated from the V.I. Vernadsky Taurida National University (specialty "Physics") in 2009, currently an associate professor at the Physical-Technical Institute of the Crimean Federal University. Research interests: singular fiber optics. E-mail: lapinboris@gmail.com

Makurina Elena Victorovna (b. 2004), has been a student at the Physical-Technical institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University since 2022. Research interests are fiber optics, singular optics. E-mail: lenamakurina@yandex.ru.

Yavorsky Maxim Alexandrovich (b. 1982) graduated from V.I. Vernadsky Taurida National University in 2004, majoring in Physics, doctor of physical and mathematical sciences, professor. Currently he works as the vice director in science at the Physical-technical institute of V.I. Vernadsky Crimean Federal University. Research interests are fiber optics, acousto-optics, singular optics. E-mail: maxyavorsky@yahoo.com

Alexeyev Constantine Nikolayevich (b. 1960) doctor of physical and mathematical sciences, professor, graduated from the Simferopol State University in 1982 with a degree in Physics, currently a professor at the Theoretical Physics Chair at the Physical-Technical Institute of the Crimean Federal University. Research interests: singular fiber optics. E-mail: c.alexeyev@yandex.ru

Received August 05, 2025. The final version – December 16, 2025.
