

Обратный канонический поток энергии у двумерного пучка Эйри

В.В. Котляр^{1,2}, А.А. Ковалёв^{1,2}, А.Г. Налимов^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт»,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

В работе аналитически и численно показано, что у 2D параксиального ускоряющегося пучка Эйри, распространяющегося по параболической траектории, имеются области с обратным каноническим потоком энергии. Эти области формируются в дальних боковых лепестках пучка Эйри, там, где локальный период боковых лепестков меньше длины волны (эффект суперосцилляций). При этом на любом расстоянии от начальной плоскости имеется некоторая граничная поперечная координата, начиная с которой при всех меньших значениях поперечной координаты продольная проекция канонического потока энергии будет отрицательная. Поэтому неограниченный пучок Эйри является на самом деле «ограниченным», так как только часть его распространяется в положительном направлении оптической оси. Для непараксиального пучка Эйри получено явное аналитическое выражение для канонического потока энергии вблизи начальной плоскости.

Ключевые слова: линейная поляризация, продольный канонический поток энергии, пучки Эйри.

Цитирование: Котляр, В.В. Обратный канонический поток энергии у двумерного пучка Эйри / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, А.Г. Налимов // Компьютерная оптика. – 2026. – Т. 50, № 4. – С. 1741. – DOI: 10.18287/COJ1741.

Citation: Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Backward canonical energy flux of a two-dimensional Airy beam. Computer Optics 2026; 50(4): 1741. DOI: 10.18287/COJ1741.

Введение

Ускоряющиеся пучки Эйри описываются комплексной амплитудой, которая является точным решением 2D параксиального уравнения распространения [1 – 3]. Эти пучки распространяются по параболическим траекториям, хотя известны ускоряющиеся пучки, распространяющиеся по гиперболическим траекториям [4]. Пучки Эйри и их модернизации [5 – 10] применяются при филоментации [11], манипуляции микрочастицами [12, 13], в микромашинах [14] и плазмоне [15 – 17]. В [18] показано, что в сечении 2D непараксиального пучка Эйри имеет место обратный канонический поток энергии. Но непараксиальный пучок Эйри [18] рассматривается численно и не приводится аналитических оценок. Обратный поток энергии был найден и в других пучках. Так, в работе [19] численно показано, что продольная компонента вектора Пойнтинга имеет отрицательные значения для суперпозиции векторных вихревых пучков Бесселя с разной поляризацией. В [20] численно показано наличие отрицательных значений вектора Пойнтинга для 2D-пучков Бесселя, амплитуда которых состоит из произведения двух функций Бесселя порядка $-1/4$ с разными аргументами. Трёхмерный аналог этого пучка был ранее рассмотрен в [21]. В [22] численно показано, что внутри диэлектрической микросферы с наноотверстием имеет место обратный канонический поток энергии. В [23] показано, что в остром фокусе оптического вихря с круговой поляризацией на оптической оси имеют место отрицательные значения продольной проекции вектора Пойнтинга. Также обратный поток в смысле отрицательного значения продольной проекции вектора Пойнтинга был найден в других типах пучков [24, 25].

В данной работе теоретически и численно показано, что в параксиальных 2D-пучках Эйри с ТЕ-поляризацией в дальних боковых лепестках картины интенсивности продольная проекция канонического обратного потока [27] имеет отрицательные значения. Вектор канонического обратного потока – это часть вектора Пойнтинга без учета спиновой составляющей. В [27] было показано, что вектор Пойнтинга является суммой двух векторов: орбитального (канонического) потока энергии и потока спина. Продольная проекция вектора канонического потока равна интенсивности, умноженной на производную аргумента комплексной амплитуды поля по продольной координате. А продольная производная фазы равна проекции волнового вектора на оптическую ось. Но в 2D-случае у поля нет спина и поэтому канонический поток совпадает с вектором Пойнтинга. В области обратного потока волновой вектор направлен против положительного направления оси распространения пучка. Также в области обратного потока локальный период модуляции интенсивности и фазы меньше длины волны.

1. Двумерный ускоряющийся пучок Эйри

Комплексная амплитуда 2D-пучка Эйри с бесконечной энергией (как у пучка Бесселя или у плоской волны) на любом расстоянии z от начальной плоскости имеет вид [1]:

$$E(x, y) = Ai\left(s - \frac{\xi^2}{4}\right) \exp\left(ikz - \frac{i\xi^3}{12} + \frac{is\xi}{2}\right), \quad (1)$$

где безразмерные координаты $s = x/x_0$, $\xi = z/(kx_0^2)$, x – поперечная координата, z – продольная, k – волновое число монохроматического света, x_0 – произвольный масштабный параметр (в дальнейшем будем считать, что $x_0 = \lambda$, λ – длина волны), $Ai(x)$ – функция Эйри [26]:

$$Ai(x) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{x}{3}\right)^{1/2} K_{1/3}\left(\frac{2x^{3/2}}{3}\right), \quad Ai(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{it^3}{3} + itx\right) dt. \quad (2)$$

В (2) функция Эйри записана через модифицированную функцию Бесселя второго рода $K_{1/3}(x)$ и в виде интегрального представления. Комплексная амплитуда пучка Эйри с конечной энергией также известна и имеет вид [3]:

$$E_a(x, y) = Ai\left(s - \frac{\xi^2}{4} + ia\xi\right) \exp\left(ikz - \frac{i\xi^3}{12} + \frac{is\xi}{2} + \frac{ia^2\xi}{2} - \frac{a\xi^2}{2} + as\right), \quad (3)$$

где $a > 0$ – безразмерный параметр, который при отрицательных значениях x обеспечивает экспоненциальное затухание амплитуды (3). В дальнейшем мы будем использовать асимптотику функции Эйри при больших значениях аргумента, поэтому приведем ее здесь [26] ($x \rightarrow \infty$):

$$Ai(-x) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi x^{1/4}}} \sin\left(\frac{2}{3}x^{3/2} + \frac{\pi}{4}\right). \quad (4)$$

Интенсивность пучка Эйри (1) определяется только функцией Эйри:

$$I(x, z) = \left(Ai\left(s - \frac{\xi^2}{4}\right)\right)^2. \quad (5)$$

Картина дифракции 2D-пучка Эйри состоит из набора парабол. Основную параболу, на которой находится наибольший из локальных максимумов, легко получить, приравняв аргумент интенсивности (5) к нулю:

$$x = \frac{z^2}{4k^2x_0}. \quad (6)$$

2. Канонический поток энергии 2D-пучка Эйри

В работе [27] показано, что вектор Пойнтинга с точностью до несущественных констант состоит из двух векторов, которые описывают орбитальный поток энергии (канонический поток энергии) P_{or} и поток спина P_{sp} :

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_{or} + \mathbf{P}_{sp} = \text{Im}(\mathbf{E}^* \cdot (\nabla)\mathbf{E}) + \frac{1}{2}(\nabla \times \mathbf{S}), \quad \mathbf{S} = \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}). \quad (7)$$

Продольную проекцию орбитального потока энергии, согласно (7), будем искать по формуле:

$$P_{or,z} = \text{Im}\left(E_x^* \frac{\partial}{\partial z} E_x + E_y^* \frac{\partial}{\partial z} E_y + E_z^* \frac{\partial}{\partial z} E_z\right). \quad (8)$$

Будем рассматривать 2D-пучок Эйри с линейной ТЕ-поляризацией. То есть у пучка (1) имеется только одна проекция электрического вектора, которая направлена по координате y , $E_y(x, z)$. Вдоль этой координаты ничего не изменяется. Поэтому в нашем случае в выражении потока энергии (8) будет отличным от нуля только одно второе слагаемое. Исходя из (8) можно показать, что канонический поток энергии равен интенсивности, умноженной на производную фазы поля (1) по продольной координате. Поэтому выражение для продольной проекции канонического потока энергии пучка Эйри (1) будет иметь вид:

$$P_{or,z} = \text{Im}\left(E_y^* \frac{\partial}{\partial z} E_y\right) = |E(x, z)|^2 \frac{\partial}{\partial z} \arg(E(x, z)) = \left(Ai\left(s - \frac{\xi^2}{4}\right)\right)^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(kz + \frac{s\xi}{2} - \frac{i\xi^3}{12}\right). \quad (9)$$

Обратный канонический поток будет при тех x на поперечной оси при заданном расстоянии z , при которых значение производной фазы в (9) отрицательное:

$$k + \frac{x}{2kx_0^3} - \frac{z^2}{4k^3x_0^6} < 0. \quad (10)$$

Условие (10) будет выполняться для поперечных координат, удовлетворяющих неравенству:

$$x < -2k^2x_0^3 + \frac{z^2}{2k^2x_0^3}. \quad (11)$$

Из (11) видно, что обратный поток будет в координатах (x, z) находиться на параболах, аналогичных тем, на которых находятся максимумы и минимумы интенсивности пучка Эйри. То есть с ростом расстояния от

начальной плоскости поперечные координаты, на которых будет иметь место обратный поток, будут смещаться в положительном направлении оси x . Найдем поперечные координаты x , на которых имеет место обратный поток в начальной плоскости, то есть при $z=0$. Обратный поток при $z=0$ будет в отрицательной области:

$$x < -2k^2x_0^3. \quad (12)$$

Параксиальный режим распространения пучка Эйри при малом $a=0,01$ начинается со значения $x_0 > 2\lambda$ [18]. Например, при $x_0 = 2\lambda$ граница значений поперечной координаты для существования обратного потока будет определяться неравенством: $x < -64\pi^2\lambda \approx -631\lambda$. На таком расстоянии от первого наибольшего локального максимума интенсивности, равного 0,3, так как функция Эйри в этом максимуме равна $Ai(-1) = 0,54$, интенсивность, как следует из (4), будет равна примерно 0,017. Заметим, что при отрицательных координатах x , удовлетворяющих неравенству (12), канонический поток энергии (9) будет только отрицательным вплоть до минус бесконечности. При увеличении расстояния до начальной плоскости z , как видно из (11), точка границы начала обратного потока будет смещаться в сторону увеличения отрицательных значений поперечной координаты. Интересно, что обратный поток не пропадает при любом расстоянии от начальной плоскости z . Это означает, что обратный поток формируется не за счет затухающих волн, которые в непараксиальном случае имеют место вблизи начальной плоскости. Обратный поток для параксиального пучка Эйри формируется из-за специфического слагаемого фазы пучка, пропорционального xz , которое обеспечивает неограниченное увеличение продольной производной фазы при неограниченном уменьшении отрицательной поперечной координаты x . Оценим период модуляции интенсивности пучка Эйри в отрицательной области координат x , с которого начинается обратный поток. То есть ответим на вопрос: сколько периодов модуляции интенсивности содержится в 631λ ? Для этого рассмотрим асимптотику (4). Положительные максимумы амплитуды (4) будут иметь место, когда синус равен 1:

$$x_p = x_0 \left(\frac{3}{2} \pi \left(p + \frac{1}{4} \right) \right)^{2/3}, \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

Тогда локальное расстояние между двумя соседними максимумами амплитуды будет примерно равно:

$$\Delta x = x_{p+1} - x_p \approx \frac{2}{3} x_0 \left(\frac{3}{2} \pi \right)^{2/3} p^{-1/3} \approx \frac{3,78\lambda}{p^{1/3}}, \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (14)$$

Из (14) видно, что с увеличением отрицательного значения поперечной координаты величина локального периода модуляции интенсивности и фазы уменьшается. Также из (14) найдем примерное число периодов модуляции интенсивности p , после которых будет формироваться обратный поток:

$$p\Delta x = \frac{3,78\lambda}{p^{1/3}} p = 631\lambda, \quad p = \frac{(631)^{3/2}}{3,78} \approx 4193. \quad (15)$$

Хотя число периодов модуляции интенсивности по поперечной координате $x < 0$ до начала обратного потока будет значительное (15), интенсивность в области обратного потока составит примерно 6 % от максимального значения. То есть такой обратный поток может быть обнаружен в эксперименте. Причем на границе начала обратного потока (12) период модуляции интенсивности примерно в 4 раза меньше длины волны. Заметим также, что локальный период модуляции интенсивности (14), начиная примерно с номера $p > (3,78)^3 \approx 54$, будет меньше длины волны. Поэтому обратный поток будет находиться при таких отрицательных поперечных координатах $x < 0$, где период модуляции интенсивности и фазы много меньше длины волны. То есть обратный поток будет в тех областях в сечении пучка, где имеются затухающие волны. Волновой вектор затухающих волн много больше волнового вектора начального поля. Действительно, величина продольной компоненты волнового вектора светового поля (1) равна производной по координате z от фазы поля (1). Поэтому при $z=0$, как следует из (9) и (10), координата x , начиная с которой величина волнового вектора k будет меньше, чем величина волнового вектора затухающей волны, будет равна:

$$k - \frac{|x|}{2kx_0^3} < -k, \quad |x| > 4k^2x_0^3 \approx 1263\lambda. \quad (16)$$

3. Канонический поток энергии для 2D непараксиального пучка Эйри

В [18] показано численно, что у непараксиального 2D-пучка Эйри имеет место вблизи начальной плоскости отрицательный канонический поток энергии. Здесь мы получим аналитические выражения для этого случая, которых нет в [18]. Так как функция Эйри является Фурье-образом от функции с кубической фазой (2), то можно записать, что комплексная амплитуда непараксиального пучка Эйри в начальной плоскости равна:

$$E(x, z = 0) = 2\pi Ai(kx) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\xi) \exp(ikx\xi) d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(i\frac{\xi^3}{3} + ikx\xi\right) d\xi. \quad (17)$$

В (17) функция $A(\xi)$ описывает амплитуду спектра плоских 2D-волн пучка Эйри. Тогда комплексная амплитуда непараксиального пучка Эйри на любом расстоянии z от начальной плоскости будет равна:

$$E(x, z) == \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(i \frac{\xi^3}{3} + ikx\xi + ikz\sqrt{1 - \xi^2}\right) d\xi. \quad (18)$$

С помощью (18) найдем производную по продольной координате:

$$\frac{\partial}{\partial z} E(x, z) == ik \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{1 - \xi^2} \exp\left(i \frac{\xi^3}{3} + ikx\xi + ikz\sqrt{1 - \xi^2}\right) d\xi. \quad (19)$$

Считая поле (18) проекцией электрического вектора напряженности вдоль оси u , как в случае ТЕ-поляризации, запишем продольную проекцию канонического потока энергии в начальной плоскости ($z=0$):

$$\begin{aligned} P_{or,z} &= \operatorname{Im}\left(E^* \frac{\partial}{\partial z} E\right) \Big|_{z=0} = \\ &= 2\pi k A i(kx) \left(\int_{-1}^1 \sqrt{1 - \xi^2} \cos \Phi(\xi) d\xi - \int_{-\infty}^{-1} \sqrt{\xi^2 - 1} \sin \Phi(\xi) d\xi - \int_1^{\infty} \sqrt{\xi^2 - 1} \sin \Phi(\xi) d\xi \right), \\ \Phi(\xi) &= \frac{\xi^3}{3} + kx\xi. \end{aligned} \quad (20)$$

Так как функция $\Phi(\xi)$ в (20) нечетная, то два последних интеграла взаимно компенсируются и, вместо (20), можно записать:

$$P_{or,z} = 4\pi k A i(kx) \left(\int_0^1 \sqrt{1 - \xi^2} \cos \Phi(\xi) d\xi \right). \quad (21)$$

В (21) функция Эйри знакопеременная, и интеграл может иметь отрицательные значения. Поэтому вблизи начальной плоскости у непараксиального пучка Эйри (17) или (18) будет обратный поток в тех местах, где значения функции Эйри и интеграла в (21) имеют разные знаки. В [18], где также обнаружен обратный поток у непараксиального пучка Эйри, не получено выражение (21) для канонического потока в начальной плоскости. И кроме того, в [18] утверждается, что основной вклад в обратный поток в начальной плоскости дают затухающие волны. Выражение (21) подтверждает это, так как из (17) видно, что в комплексную амплитуду функции Эйри делают вклад и затухающие волны, потому что в (17) интегрирование спектра плоских волн происходит от минус бесконечности до плюс бесконечности.

В [18] рассматривается пучок Эйри с конечной энергией. В этом случае, вместо (18), следует записать:

$$E_a(x, z) == \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(a^3 - 3a\xi^2 - i3a^2\xi + i \frac{\xi^3}{3} + ikx\xi + ikz\sqrt{1 - \xi^2}\right) d\xi, \quad a > 0. \quad (22)$$

В (22) a – безразмерная постоянная, обеспечивающая конечность энергии пучка Эйри. Тогда, вместо (21), для продольной проекции канонического потока энергии получим:

$$\begin{aligned} P_{or,z}^{(a)} &= 4\pi k A i(kx) \exp\left(kxa + \frac{a^3}{3}\right) \left(\int_0^1 \exp(-a\xi^2) \sqrt{1 - \xi^2} \cos \Phi_a(\xi) d\xi \right), \\ \Phi_a(\xi) &= \frac{\xi^3}{3} + kx\xi - a^2\xi. \end{aligned} \quad (23)$$

В (23), аналогично (21), вблизи начала координат также могут быть отрицательные значения канонического потока энергии, когда функция Эйри и интеграл в (23) имеют разные знаки. А при больших значениях поперечной координаты x , $kx \gg 1$, интеграл в (21) можно заменить справочным интегралом:

$$\int_0^1 \sqrt{1 - \xi^2} \cos(kx\xi) d\xi = \frac{\pi}{kx} J_1(kx). \quad (24)$$

С учетом (24) канонический поток (23) будет отрицательный, когда знаки у функции Бесселя $J_1(kx)$ и функции Эйри $Ai(kx)$ разные.

4. Результаты моделирования

На рис. 1 показаны распределения интенсивности (а) вдоль поперечной координаты x и распределение продольной компоненты канонического потока энергии (б) в начальной плоскости параксиального 2D-пучка Эйри (1) для длины волны $\lambda = 532$ нм и масштабного параметра $x_0 = 2\lambda$. Из рис. 1а видно, что максимальная интенсивность примерно равна 0,3 в относительных единицах при координате $x = -\lambda$. Канонический поток (рис. 1б) положительный и почти повторяет вид самой интенсивности. Причем амплитуда поля и интенсивность на разных расстояниях от начальной плоскости рассчитывалась по формуле (1). А обратный поток рассчитывался

с помощью общей формулы (8), в которой производную фазы рассчитывали численно по двум комплексным амплитудам на двух близких плоскостях.

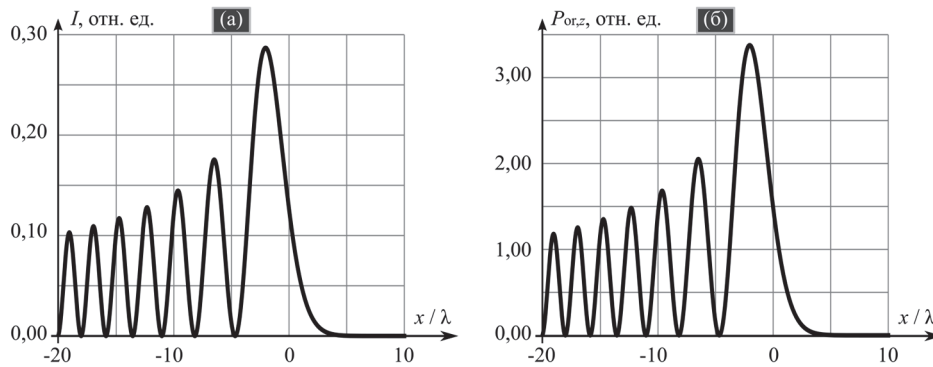


Рис. 1. Распределение интенсивности (5) (а) и продольной проекции канонического потока энергии (8) (б) для неограниченного ($a=0$) 2D-пучка Эйри (1) в начальной плоскости ($z=0$) при следующих параметрах: длина волны $\lambda = 532$ нм, $x_0 = 2\lambda$

На рис. 2 показано также распределение интенсивности (а) и канонический поток энергии (б) в начальной плоскости того же пучка и при тех же параметрах, что на рис. 1, но на большем расстоянии от начала в отрицательной области поперечной координаты. На рис. 2 сечения интенсивности и потока энергии показаны в диапазоне от -633λ до -630λ . Из рис. 2 видно, что интенсивность на таком удалении от начала координат уменьшилась и составляет примерно 5% от максимальной интенсивности. Поперечная координата $x = -631,5\lambda$ является границей, после которой наблюдается обратный канонический поток энергии. Поток энергии останется отрицательным при любом отрицательном значении координаты x , меньшей граничной. Значение граничной координаты, полученной с помощью моделирования, почти совпадает с величиной граничной координаты, предсказанной теоретически в (12): $x < -64\pi^2\lambda \approx -631\lambda$. Моделирование показало, что обратный поток энергии будет наблюдаться при расстояниях z от начальной плоскости больших нескольких длин волн. То есть обратный поток для параксиального пучка Эйри (1) возникает не из-за затухающих волн, величина которых существенна примерно на одной длине волны, а из-за особенности фазовой функции пучка Эйри (1). Можно сказать, что пучок Эйри с неограниченной энергией на самом деле «ограничен», так как только часть его (до граничной координаты) распространяется в положительном направлении оптической оси.

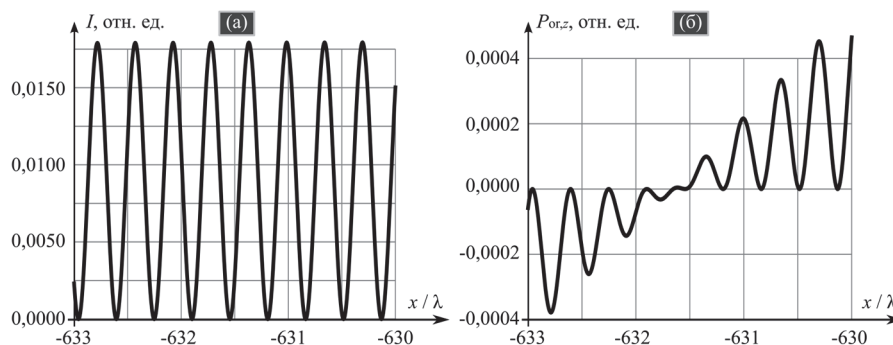


Рис. 2. Распределение интенсивности (5) (а) и продольной проекции канонического потока энергии (8) (б) для неограниченного ($a=0$) 2D-пучка Эйри (1) в начальной плоскости ($z=0$) при следующих параметрах: длина волны $\lambda = 532$ нм, $x_0 = 2\lambda$

На рис. 3 показан результат моделирования для непараксиального пучка Эйри. При этом масштабный параметр был выбран меньшим длины волны, $x_0 = 0,2\lambda$. Пучок имел конечную энергию, $a=0,1$. Распределение амплитуды и интенсивности непараксиального пучка Эйри на расстоянии $z=0,02\lambda$ от начальной плоскости рассчитывалось с помощью (18). На рис. 3 показано распределение интенсивности (а) и продольный поток энергии (б) вблизи начальной плоскости для пучка Эйри, рассчитанные с помощью (18) и (8). Из рис. 3 видно, что период модуляции интенсивности примерно в 10 раз меньше, чем на рис. 1, так как параметр x_0 уменьшился в 10 раз. Также видно, что распределение потока энергии почти повторяет распределение интенсивности, как и на рис. 1. На рис. 3б видно, что обратный поток при выбранных параметрах возникает уже в первом и втором боковых лепестках, что согласуется с результатом работы [18]. Причем обратный поток в 4 раза меньше, чем прямой.

Для демонстрации более практической ситуации было промоделировано распространение в 3D-пространстве 2D-пучка Эйри с линейной поляризацией вдоль оси y . Вдоль этой оси пучок Эйри не изменялся $Ai(x, y, z=0) = Ai(x, z=0)$. Моделирование было осуществлено с помощью векторных интегралов Рэлея–Зоммерфельда. Интеграл Рэлея–Зоммерфельда для компоненты поля E_y имеет вид [28]:

$$E_y(x, y, z > 0) = -\frac{z}{2\pi} \int \int_{u,v} E_y(u, z=0) \frac{\exp(ikL)}{L^2} \left(ik - \frac{1}{L} \right) dudv, \quad (25)$$

$L = \sqrt{(u-x)^2 + (v-y)^2 + z^2}$, z – продольная координата, k – волновое число света для длины волны λ . Компоненту поля E_z можно вычислить на основании начальной поперечной компоненты поля E_y :

$$E_z(x, y, z > 0) = \frac{1}{2\pi} \int \int_{u,v} E_y(u, 0)(u-x) \frac{\exp(ikL)}{L^2} \left(ik - \frac{1}{L} \right) dudv. \quad (26)$$

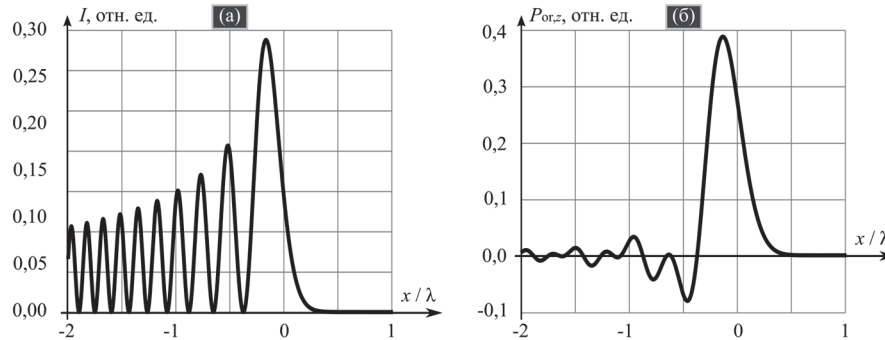


Рис.3. Распределение интенсивности (18) (а) при $x_0 = 0,2\lambda$, $z = 0,02\lambda$, $\lambda = 532$ нм и продольная проекция канонического потока энергии (8) (б)

Параметры моделирования: начальное поле – 1200×1200 отсчетов, $10,6 \times 10,6$ мкм (размер отсчета приблизительно $\lambda/60$), длина волны $\lambda = 532$ нм, $E_y = Ai\left(\frac{x}{x_0}\right)$, $x_0 = 0,2\lambda$. Выходное поле имело размер 600×50 отсчетов в границах $(-1 \text{ мкм} < x < 0,5 \text{ мкм})$, $(-0,024 \text{ мкм} < y < 0,024 \text{ мкм})$. Поле рассчитывалось два раза, на расстоянии 10 нм от начальной плоскости и на расстоянии 20 нм от неё для возможности взятия производной по z . На рис. 4 представлены сечения результирующего поля: интенсивности $|E|^2$ (а) и продольной проекции канонического потока энергии $P_{0r,z}$ (б). Поток рассчитывался по формуле (8). Учет продольной проекции поля (26) почти не изменил вид интенсивности (рис. 4а), которая была в начальном поле (рис. 3а). На рис. 4б видно, что имеет место обратный канонический поток (в первом и третьем боковых лепестках). Причем амплитуда обратного потока примерно в 6 раз меньше прямого потока. Так как период модуляции интенсивности – примерно половина длины волны, то обратный поток формируется за счет затухающих волн вблизи начальной плоскости. Из сравнения обратного потока у непараксиального 2D-пучка Эйри (рис. 3б) и векторного 3D-пучка Эйри (рис. 4б) видно, что оба потока сходны между собой.

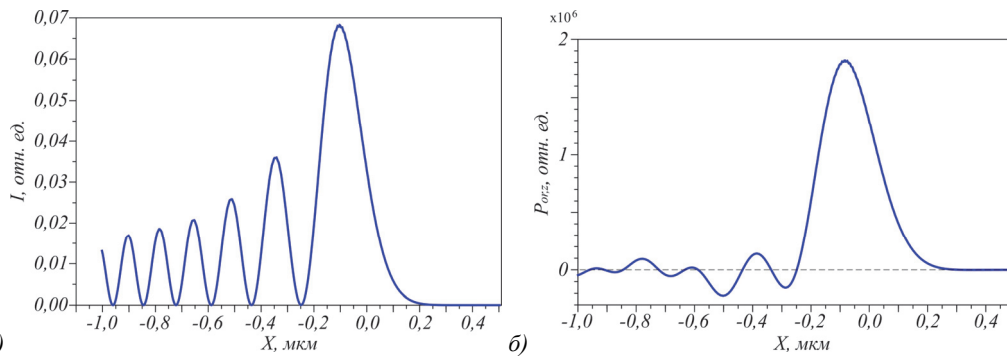


Рис. 4. Сечение вдоль x распределения интенсивности $|E|^2$ пучка Эйри $E_y = Ai\left(\frac{x}{x_0}\right)$ при $x_0 = 0,2\lambda$ на расстоянии 10 нм от начальной плоскости (а) и сечение продольной проекции канонического потока энергии (8) $P_{0r,z}$ на таком же расстоянии от начальной плоскости (б)

Заключение

В работе рассмотрен хорошо известный двумерный параксиальный пучок Эйри с бесконечной энергией (то есть неограниченный) (1). Для него найдено простое аналитическое выражение для продольной проекции канонического потока энергии (9). При этом пучок Эйри рассматривался как ТЕ-поляризованный. Найдено выражение для поперечной координаты (11), начиная с которой для всех меньших отрицательных значений вблизи начальной плоскости будет иметь место отрицательный канонический поток энергии. Боковые лепестки интенсивности пучка Эйри с неограниченной энергией спадают с увеличением номера лепестка медленно. Мы показали, что там, где начинается обратный поток, интенсивность составляет по отношению к максимальной интенсивности первого лепестка около 4%, но при этом расстояние до этой границы от начала координат примерно равно 630 длинам волн (15) и число боковых лепестков – более 4000. Масштабный параметр пучка

Эйри был выбран таким ($x_0 = 2\lambda$), чтобы еще сохранялась параксиальность пучка. Обратный поток будет иметь место на любом расстоянии от начальной плоскости. Потому что обратный поток для параксиального пучка Эйри формируется не из-за затухающих волн, а из-за специфического слагаемого фазы пучка, пропорционального произведению xz , которое обеспечивает неограниченное увеличение продольной производной фазы при неограниченном уменьшении отрицательной поперечной координаты x . В месте обратного потока у пучка имеет место эффект суперосцилляций. У непараксиального пучка с конечной энергией при выборе масштабного параметра $x_0 = 0,2\lambda$ обратный поток имеет место только вблизи начальной плоскости, начиная уже со второго бокового лепестка [18]. Мы повторили моделирование, проведенное в [18], и подтвердили его правильность (рис. 3). Кроме того, мы теоретически предсказали (23), что у непараксиального 2D-пучка Эйри вблизи начальной плоскости будет обратный канонический поток энергии вблизи центральных лепестков функции Эйри. С целью моделирования ситуации, приближенной к практике, мы с помощью интегралов Рэлея–Зоммерфельда рассчитали распространение в 3D-пространстве двумерного пучка Эйри с линейной поляризацией (25) и с учетом продольной компоненты (26). В этом случае также наблюдался обратный канонический поток энергии (рис. 4б) вблизи начальной плоскости. Обратный поток формируется за счет затухающих волн, которые участвуют в формировании непараксиального пучка Эйри вблизи начальной плоскости.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 26-12-00117 (в части теории) и в рамках Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» (в части моделирования).

References

- [1] Berry MV, Balazs NL. Nonspreading wave packets. *Am J Phys* 1979; 47(3): 264-267. doi:10.1119/1.11855.
- [2] Siviloglou GA, Christodoulides DN. Accelerating finite energy Airy beams. *Opt Lett* 2007; 32(8): 979-981. doi:10.1364/OL.32.000979.
- [3] Siviloglou GA, Broky J, Dogariu A, Christodoulides DN. Observation of accelerating Airy beams. *Phys Rev Lett* 2007; 99(21): 213901. doi:10.1103/PhysRevLett.99.213901.
- [4] Kotlyar VV, Kovalev AA. Airy beam with a hyperbolic trajectory. *Opt Commun* 2014; 313: 290-293. doi:10.1016/j.optcom.2013.10.044.
- [5] Davis JA, Mitry MJ, Bandres MA, Ruiz I, McAuley KP, Cottrell DM. Generation of accelerating Airy and accelerating parabolic beams using phase-only patterns. *Appl Opt* 2009; 48(17): 3170-3176. doi:10.1364/AO.48.003170.
- [6] Bandres MA, Gutierrez-Vega JC. Airy-Gauss beams and their transformation by paraxial optical systems. *Opt Express* 2007; 15(25): 16719-16728. doi:10.1364/OE.15.016719.
- [7] Davis JA, Mitry MJ, Bandres MA, Cottrell DM. Observation of accelerating parabolic beams. *Opt Express* 2008; 16(17): 12866-12871. doi:10.1364/OE.16.012866.
- [8] Morris JE, Mazilu M, Baumgartl J, Cizmar T, Dholakia K. Propagation characteristics of Airy beams: dependence upon spatial coherence and wavelength. *Opt Express* 2009; 17(15): 13236-13245. doi:10.1364/OE.17.013236.
- [9] Carvalho MI, Facao M. Propagation of Airy-related beams. *Opt Express* 2010; 18(21): 21938-21949. doi:10.1364/OE.18.021938.
- [10] Efremidis NK, Chen Z, Segev M, Christodoulides DN. Airy beams and accelerating waves: an overview of recent advances. *Optica* 2019; 6(5): 686-701. doi:10.1364/OPTICA.6.000686.
- [11] Polynkin P, Kolesik M, Moloney JV, Siviloglou GA, Christodoulides DN. Curved plasma channel generation using ultraintense Airy beams. *Science* 2009; 324(5924): 229-232. doi:10.1126/science.1167476.
- [12] Baumgartl J, Mazilu M, Dholakia K. Optically mediated particle clearing using Airy wavepackets. *Nat Photonics* 2008; 2(11): 675-678. doi:10.1038/nphoton.2008.201.
- [13] Zhang P, Prakash J, Zhang Z, Mills MS, Efremidis NK, Christodoulides DN, Chen Z. Trapping and guiding microparticles with morphing autofocusing Airy beams. *Opt Lett* 2011; 36(15): 2883-2885. doi:10.1364/OL.36.002883.
- [14] Mathis A, Courvoisier F, Froehly L, Furfaro L, Jacquot M, Lacourt P, Dudley J. Micromachining along a curve: femtosecond laser micromachining of curved profiles in diamond and silicon using accelerating beams. *Appl Phys Lett* 2012; 101(7): 071110. doi:10.1063/1.4745925.
- [15] Salandrino A, Christodoulides DN. Airy plasmon: a nondiffracting surface wave. *Opt Lett* 2010; 35(12): 2082-2084. doi:10.1364/OL.35.002082.
- [16] Zhang P, Wang S, Liu Y, Yin X, Lu C, Chen Z, Zhang X. Plasmonic Airy beams with dynamically controlled trajectories. *Opt Lett* 2011; 36(16): 3191-3193. doi:10.1364/OL.36.003191.
- [17] Minovich A, Klein AE, Janunts N, Pertsch T, Neshev DN, Kivshar YS. Generation and near-field imaging of Airy surface plasmons. *Phys Rev Lett* 2011; 107(11): 116802. doi:10.1103/PhysRevLett.107.116802.
- [18] Vaveliuk P, Martinez-Matos O. Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams. *Opt Express* 2012; 20(24): 26913-26921. doi:10.1364/OE.20.026913.
- [19] Mitri FG. Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves. *J Opt Soc Am A* 2016; 33(9): 1661-1667. doi:10.1364/JOSAA.33.001661.
- [20] Saari P, Besieris IM. Energy backflow in unidirectional monochromatic and space-time waves. *Photonics* 2024; 11(12): 1129. doi:10.3390/photonics11121129.
- [21] Kotlyar VV, Kovalev AA, Soifer AV. Hankel-Bessel laser beams. *J Opt Soc Am A* 2012; 29(5): 741-747. doi:10.1364/JOSAA.29.000741.
- [22] Geints YE, Minin IV, Minin OV. Whispering-gallery modes promote enhanced optical backflow in a perforated dielectric microsphere. *Opt Lett* 2022; 47(8): 1786-1789. doi:10.1364/OL.452683.

- [23] Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG. Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity. Phys Rev A 2019; 99(3): 033840. doi:10.1103/PhysRevA.99.033840.
- [24] Novitsky AV, Novitsky DV. Negative propagation of vector Bessel beams. J Opt Soc Am A 2007; 24(9): 2844-2849. doi:10.1364/JOSAA.24.002844.
- [25] Salem MA, Bağcı H. Energy flow characteristics of vector X-waves. Opt Express 2011; 19(9): 8526-8532. doi:10.1364/OE.19.008526.
- [26] Abramowitz M, Stegun IA, eds. Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables. New York: Dover; 1972. 1046 p. (если нужен именно справочник вместо «Special functions reference...»).
- [27] Ghosh B, Daniel A, Gorzkowski B, Bekshaev AY, Lapkiewicz R, Bliokh KY. Canonical and Poynting currents in propagation and diffraction of structured light: tutorial. J Opt Soc Am B 2024; 41(5): 1276-1295. doi:10.1364/JOSAB.522393.
- [28] Nalimov AG, Kotlyar VV, Khanenko YV. Calculation of the intensity at the sharp focus of a cylindrical vector beam by three methods. Computer Optics 2023; 47(5): 734-741. doi:10.18287/2412-6179-CO-1346.

Сведения об авторах

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ, НИЦ «Курчатовский институт» и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета (СУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 560 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru

Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений ИСОИ, НИЦ Курчатовский институт. В списке научных работ более 200 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: alanko@ipsiras.ru ORCID: 0000-0002-0488-4267

Налимов Антон Геннадьевич, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Окончил очную аспирантуру по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики в Самарском университете в должности доцента, в ИСОИ, НИЦ «Курчатовский институт» в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 200 работ и 3 патентов. E-mail: anton@ipsiras.ru

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 05 июня 2025 г. Окончательный вариант – 26 июня 2025 г.

Backward canonical energy flux of a two-dimensional Airy beam

V.V. Kotlyar^{1,2}, A.A. Kovalev^{1,2}, A.G. Nalimov^{1,2}

¹ Image Processing Systems Institute, NRC “Kurchatov Institute”, Molodogvardeyskaya 151, Samara, 443001, Russia;

² Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, Samara, 443086, Russia

Abstract

In this paper, a 2D paraxial accelerating Airy beam propagating along a parabolic trajectory is shown analytically and numerically to have regions with a reverse canonical energy flow. These regions are formed in far side lobes of the Airy beam where the local period of the side lobes is much smaller than the wavelength. At any distance from the initial plane, there is a certain boundary transverse coordinate such that for all smaller transverse coordinate values, the longitudinal projection of the canonical energy flow is negative. Therefore, an unbounded Airy beam is actually "bounded", since only part of it propagates in the positive direction of the optical axis.

Keywords: linear polarization, longitudinal canonical energy flux, Airy beam.

Citation: Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Backward canonical energy flux of a two-dimensional Airy beam. *Computer Optics* 2026; 50(4): 1741. DOI: 10.18287/COJ1741.

Acknowledgements: The work was partly funded by the Russian Science Foundation under grant #26-12-00117 (theoretical part) and NRC “Kurchatov Institute” under a government project (numerical simulation).

Authors' information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute, NRC Kurchatov Institute and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 560 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics and optical vortices. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree in 2012. He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at IPSI, NRC Kurchatov Institute. He is a co-author of more than 200 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices. E-mail: alanko@ipsiras.ru
ORCID: 0000-0002-0488-4267

Anton Gennadyevich Nalimov (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Finished postgraduate study in 2006 with speciality 01.04.05 “Optics”. A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in the Image Processing Systems Institute, NRC Kurchatov Institute, Samara, Russia. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 200 papers and 3 inventions. E-mail: anton@ipsiras.ru

Received June 05, 2025. The final version – June 26, 2025.
