

Обратный канонический поток энергии вблизи начальной плоскости у непараксиального 2D sinc-пучка

В.В. Котляр^{1,2}, А.А. Ковалёв^{1,2}, А.Г. Налимов^{1,2}, А.М. Телегин^{1,2}

¹ Институт систем обработки изображений, НИЦ «Курчатовский институт»,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

В работе рассмотрено несколько 2D непараксиальных световых полей вблизи начальной плоскости (sinc-пучок, гауссов пучок и пучок Ханкеля). Рассматривая эти пучки как ТЕ-поляризованные, теоретически и численно показано, что у этих пучков в начальной плоскости имеет место обратный канонический поток энергии. Отрицательное значение продольной проекции вектора канонического потока означает, что продольная производная фазы отрицательная и, значит, локальный волновой вектор направлен против положительного направления оптической оси. Обратный поток возникает в присутствии затухающих волн. Хотя сами затухающие волны, бегущие вдоль начальной плоскости, не переносят энергии вдоль оптической оси, перпендикулярной начальной плоскости, но они участвуют в формировании обратного потока. Вблизи начальной плоскости амплитуда светового поля состоит из линейной комбинации амплитуд распространяющихся и затухающих волн. Поэтому последние участвуют в формировании фазовой функции амплитуды всего поля и влияют на знак продольной производной фазы. Для sinc-пучка обратный поток возникает в первых боковых лепестках интенсивности, там, где у стоячей затухающей волны имеются нечетные пучности.

Ключевые слова: линейная поляризация, sinc-пучок, пучок Ханкеля, канонический обратный поток энергии.

Цитирование: Котляр, В.В. Обратный канонический поток энергии вблизи начальной плоскости у непараксиального 2D sinc-пучка / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, А.Г. Налимов, А.М. Телегин // Компьютерная оптика. – 2026. – Т. 50, № 4. – 1752. – doi: 10.18287/COJ1752.

Citation: Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG, Telegin AM. Reverse canonical energy flux near the initial plane of a non-paraxial 2D sinc-beam. Computer Optics 2026; 50(4): 1752. doi: 10.18287/COJ1752.

Введение

Вектор канонического потока энергии света, введенный в оптику в работах [1 – 3], представляет собой только часть вектора Пойнтинга, связанную с орбитальным потоком энергии без учета потока спина. Обратный канонический поток энергии, найденный, например, у 2D непараксиального пучка Эйри в [4], отличается от обратного потока энергии, найденного с помощью вектора Пойнтинга в остром фокусе [5 – 7] и у бездифракционных пучков [8, 9]. У векторных полей отрицательные значения продольной компоненты вектора Пойнтинга возникают тогда, когда продольная проекция вектора орбитального (канонического) потока, который направлен в прямом направлении, меньше по модулю продольной компоненты вектора потока спина, который направлен в обратную сторону [10]. Обратный канонический поток энергии у непараксиального пучка Эйри [4] имеет место вблизи начальной плоскости, там, где присутствуют неоднородные затухающие волны (evanescent wave). С каноническим обратным потоком связаны также теоретические работы [11, 12], в которых рассматриваются вероятности обратного потока суперпозиции нескольких плоских волн. В [13] показано, что канонический поток энергии у распространяющихся параксиальных вихревых пучков положительный и азимутальная часть канонического потока направлена в одну сторону, определяемую знаком топологического заряда, и не зависит от состояния поляризации пучка. В [14] найден обратный поток у 2D-пучков Бесселя, амплитуда которых состоит из произведения двух функций Бесселя порядка $-1/4$ с разными аргументами.

В данной работе рассмотрены несколько непараксиальных 2D ТЕ-поляризованных пучков. С помощью разложения по плоским волнам получены явные выражения для продольной проекции вектора канонического потока энергии в начальной плоскости. Эти выражения представляют собой произведение амплитуды светового поля в начальной плоскости на продольную производную от этой амплитуды. Для sinc-пучка эту производную можно получить в виде цилиндрической функции. У всех пучков найден обратный канонический поток, и показано, что он возникает в присутствии затухающих волн. Причем обратный поток появляется в нечетных боковых лепестках (пучностях) стоячей затухающей волны. Если выбрать параметры пучков такими, что у них не будет затухающих волн, то вблизи начальной плоскости не появляется обратный поток энергии.

1. Канонический поток энергии у 2D sinc-пучка

Рассмотрим 2D ТЕ-поляризованный непараксиальный sinc-пучок, амплитуда спектра плоских волн которого описывается функцией rect (ступенькой). Тогда комплексная амплитуда такого пучка в начальной плоскости ($z = 0$) будет равна:

$$E(x, z = 0) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\xi) \exp(ikx\xi) d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{\xi}{a}\right) \exp(ikx\xi) d\xi = 2a \frac{\sin(kxa)}{kxa}. \quad (1)$$

В (1) x – поперечная координата, z – продольная координата, k – волновое число света, a – безразмерный параметр, определяющий полуширину спектра плоских волн (если $a > 1$, то в спектре присутствуют и затухающие волны). $A(\xi) = \text{rect}(2\xi/a)$ – амплитуда спектра плоских волн. Мы говорим «в начальной плоскости», хотя в (1) только одна поперечная координата x . Световое поле (1) описывает также 3D-задачу, у которой имеются две декартовы координаты в поперечной плоскости (x, y), но вдоль координаты y ничего не меняется, только вектор линейной поляризации направлен вдоль этой координаты y . Комплексная амплитуда sinc-пучка на любом расстоянии z будет иметь вид:

$$E(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\xi) \exp(ikx\xi + ikz\sqrt{1 - \xi^2}) d\xi = \int_{-a}^a \exp(ikx\xi + ikz\sqrt{1 - \xi^2}) d\xi. \quad (2)$$

Производная поля (2) по продольной координате z в начальной плоскости будет иметь вид:

$$\left. \frac{\partial}{\partial z} E(x, z) \right|_{z=0} = ik \int_{-a}^a \sqrt{1 - \xi^2} \exp(ikx\xi) d\xi. \quad (3)$$

Далее найдем выражение для продольной координаты канонического потока энергии в начальной плоскости для sinc-пучка (2). Вектор Пойнтинга с точностью до несущественных констант состоит из суммы двух векторов [1 – 3], которые описывают орбитальный поток энергии (канонический поток энергии) P_{or} и поток спина P_{sp} :

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_{or} + \mathbf{P}_{sp} = \text{Im}(\mathbf{E}^* \cdot (\nabla) \mathbf{E}) + \frac{1}{2} (\nabla \times \mathbf{S}), \quad \mathbf{S} = \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}). \quad (4)$$

Продольную проекцию орбитального потока энергии, согласно (4), будем искать по формуле:

$$P_{or,z} = \text{Im} \left(E_x^* \frac{\partial}{\partial z} E_x + E_y^* \frac{\partial}{\partial z} E_y + E_z^* \frac{\partial}{\partial z} E_z \right). \quad (5)$$

Так как в нашем 2D-случае дифракции с ТЕ-поляризацией остается только одна проекция вектора напряженности электрического поля (2), то, подставляя ее в (5), получим ($a > 1$):

$$P_{or,z} = \text{Im} \left(E_y^* \frac{\partial}{\partial z} E_y \right) \Big|_{z=0} = \text{Im} \left[2ak \frac{\sin(kxa)}{kxa} \times \left(i \int_{-1}^1 \sqrt{1 - \xi^2} e^{ikx\xi} d\xi - \int_{-a}^{-1} \sqrt{\xi^2 - 1} e^{ikx\xi} d\xi - \int_1^a \sqrt{\xi^2 - 1} e^{ikx\xi} d\xi \right) \right] = 2ak \frac{\sin(kxa)}{kxa} \times 4ak \frac{\sin(kxa)}{kxa} \int_0^1 \sqrt{1 - \xi^2} \cos(kx\xi) d\xi. \quad (6)$$

В (6) два интеграла в симметричных пределах от $-a$ до -1 и от 1 до a от нечетной функции $\sin(kx\xi)$ компенсируют друг друга. Последний интеграл в (6) справочный [15], поэтому получим вместо (6):

$$P_{or,z} = 4ak \frac{\sin(kxa)}{kxa} \int_0^1 \sqrt{1 - \xi^2} \cos(kx\xi) d\xi = 4ak \frac{\sin(kxa)}{kxa} \left(\frac{2\pi}{kx} \right) J_1(kx). \quad (7)$$

Из (6) видно, что продольная проекция канонического потока энергии в начальной плоскости будет отрицательная, когда функция $\sin(kxa)$ отрицательная, а функция $J_1(kx)/(kx)$ – положительная. И наоборот, обратный поток будет там, где функция $\sin(kxa)$ положительная, а функция $J_1(kx)/(kx)$ – отрицательная. Период sinc-функции в начальной плоскости меньше длины волны, $x = \lambda/a$, если $a > 1$. Причина формирования обратного потока (7) в том, что при $a > 1$ в (7) дают вклад затухающие волны. Рассмотрим упрощенный спектр плоских волн $A(\xi)$, чтобы избавиться от интегралов в (2). Пусть симметричный (четный) спектр плоских волн состоит из трех дельта-функций ($a > 1$):

$$A(\xi) = A\delta(\xi) + B\delta(\xi - a) + B\delta(\xi + a). \quad (8)$$

В (8) A и B действительные постоянные. Тогда комплексная амплитуда непараксиального 2D светового поля (2) примет вид:

$$E(x, z) = A \exp(ikz) + 2B \exp(-kz\sqrt{a^2 - 1}) \cos(kxa). \quad (9)$$

Световое поле (9) представляет собой распространяющуюся вдоль оси z плоскую волну и затухающую вдоль z стоячую волну, образованную двумя затухающими волнами, распространяющимися вдоль оси x в обоих направлениях. Период стоячей волны вдоль оси x в a раз меньше длины волны, λ/a . Легко найти продольный канонический поток (5) поля (9) в начальной плоскости ($z = 0$):

$$P_{or,z} = kA(A + 2B \cos(kxa)). \quad (10)$$

Из (10) видно, что обратный поток будет, если $A < 2B$. Из (10) видна природа канонического обратного потока вблизи начальной плоскости. Обратный поток формируется в присутствии затухающих волн в тех местах, где амплитуда этих волн отрицательная (в нечетных пучностях стоячей волны). Сами затухающие волны не переносят энергию вдоль оси z , но, как ни странно, участвуют в формировании канонического потока вдоль оси z . Это происходит потому, что комплексная амплитуда (9) является линейной комбинацией распространяющихся и затухающих волн. Поэтому затухающие волны участвуют в формировании фазовой функции всего поля и влияют на знак продольной производной функции фазы. То, что именно затухающие волны ответственны за обратный поток, подтверждается еще и тем, что при $a < 1$, когда затухающих волн нет, обратного потока тоже нет. Поэтому можно согласиться с объяснением причины формирования обратного потока, данного в работе [4], что обратный поток формируется из-за взаимодействия затухающих и распространяющихся волн.

Заметим, что, так как для монохроматического 2D светового поля с ТЕ-поляризацией имеется только одна проекция магнитного поля:

$$H_x(x, z) = \frac{i}{k} \frac{\partial}{\partial z} E_y(x, z) = - \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{1 - \xi^2} A(\xi) \exp(ikx\xi + ikz\sqrt{1 - \xi^2}) d\xi. \quad (11)$$

Поэтому продольная компонента канонического потока энергии (5) для 2D-полей с ТЕ-поляризацией совпадает с продольной проекцией вектора Пойнтинга (с точностью до постоянной):

$$P_z = -\operatorname{Re}(E_y^* H_x) = \operatorname{Re}\left(E_y^* \frac{-i}{k} \frac{\partial}{\partial z} E_y\right) = \frac{1}{k} \operatorname{Im}\left(E_y^* \frac{\partial}{\partial z} E_y\right) = \frac{1}{k} P_{or,z}. \quad (12)$$

2. Канонический поток энергии у 2D Гауссова пучка в начальной плоскости

Для 2D гауссова пучка можно получить выражение для канонического потока энергии в начальной плоскости, аналогичное выражению (7) для sinc-пучка. При этом амплитуда гауссова пучка в начальной плоскости не будет иметь отрицательных значений, но обратный поток будет, так как гауссова амплитуда будет умножаться на знакопеременную функцию $J_1(kx)/(kx)$. Действительно, хорошо известно, что Фурье-образ гауссовой функции есть гауссова функция. Поэтому, вместо выражения (1), для гауссова пучка получим:

$$E(x, z = 0) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\xi) \exp(ikx\xi) d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{-\xi^2}{a^2}\right) \exp(ikx\xi) d\xi = a\sqrt{\pi} \exp\left(\frac{-k^2 x^2 a^2}{4}\right). \quad (13)$$

В (13) a – безразмерный параметр, определяющий ширину спектра плоских волн. Затухающие волны всегда будут присутствовать в спектре гауссова пучка, причем чем больше a , тем больший вклад в амплитуду пучка будут давать затухающие волны и тем уже будет гауссов пучок в начальной плоскости. Радиус гауссова пучка (13) в начальной плоскости будет равен:

$$w = \frac{2}{ka} = \frac{\lambda}{\pi a}. \quad (14)$$

Из (14) видно, что если $\pi a > 1$, то радиус гауссова пучка меньше длины волны, то есть гауссов пучок (13) непараксиальный. Производная по z в начальной плоскости будет иметь вид, аналогичный (3):

$$\frac{\partial}{\partial z} E(x, z) \Big|_{z=0} = ik \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{1 - \xi^2} \exp\left(\frac{-\xi^2}{a^2} + ikx\xi\right) d\xi. \quad (15)$$

Далее, аналогично (6), можно показать, что затухающие волны не будут давать вклад в канонический поток в начальной плоскости и окончательное выражение для канонического потока для непараксиального 2D-пучка гаусса будет иметь вид:

$$P_{or,z} = 2ak\sqrt{\pi} \exp\left(\frac{-k^2 a^2 x^2}{4}\right) \int_0^1 \sqrt{1 - \xi^2} \exp\left(\frac{-\xi^2}{a^2}\right) \cos(kx\xi) d\xi. \quad (16)$$

При больших значениях параметра $a > 1$ интеграл в (16) будет аналогичен интегралу в (7) и будет иметь и положительные, и отрицательные значения. То есть у пучка гаусса в начальной плоскости также будет обратный канонический поток, как и у sinc-пучка (7). Этот обратный поток формируется из-за того, что в комплексную амплитуду гауссова пучка дают вклад затухающие волны, так как в интеграле (13) интегрирование происходит от минус бесконечности до плюс бесконечности, хотя в интеграл в (16) затухающие волны не входят. При больших $a \gg 1$ радиус непараксиального гауссова пучка будет много меньше длины волны, а гауссову экспоненту под интегралом в (16) можно заменить на интервале интегрирования на единицу. Тогда интеграл в (16) будет равен интегралу в (7) и будет равен $2\pi J_1(kx)/(kx)$. Поэтому отрицательные значения канонического потока энергии в (16) будут на расстоянии от центра начальной плоскости больше половины длины волны, хотя радиус гауссова пучка в начальной плоскости будет много меньше половины длины волны и величина интенсивности там, где будет обратный поток, будет почти нулевая. Численное моделирование обнаружило очень слабый обратный поток у непараксиального гауссова пучка (13).

3. Канонический поток энергии у 2D-пучка Ханкеля в начальной плоскости

Известен также 2D непараксиальный пучок Ханкеля, аналогичный sinc-пучку. Отличие состоит в том, что пучок Ханкеля в начальной плоскости ($z=0$) имеет особенность в центре ($x=0$). Это точечный источник цилиндрической волны, которая распространяется в положительном направлении оси z . Для такого пучка также можно получить выражение для канонического потока энергии в начальной плоскости, близкое по структуре к выражению (7), но с особенностью. Используем справочные интегралы [15]

$$\int_1^\infty \frac{\sin(kx\xi)}{\sqrt{\xi^2-1}} d\xi = \frac{\pi}{2} J_0(kx), \int_1^\infty \frac{\cos(k|x|\xi)}{\sqrt{\xi^2-1}} d\xi = \frac{\pi}{2} Y_0(k|x|), \int_0^1 \frac{\cos(kx\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}} d\xi = \frac{\pi}{2} J_0(kx). \quad (17)$$

В (17) $J_0(x)$ и $Y_0(x)$ – функции Бесселя и Неймана нулевого порядка. Тогда комплексная амплитуда в начальной плоскости для пучка с угловым спектром, равным

$$A(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}, & |\xi| < 1, \\ \frac{1}{\sqrt{\xi^2-1}}, & |\xi| > 1, \end{cases} \quad (18)$$

будет иметь вид:

$$\begin{aligned} E(x, z=0) &= \int_{-\infty}^\infty A(\xi) \exp(ikx\xi) d\xi = \int_{-1}^1 \exp\left(\frac{ikx\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) d\xi - \\ &- i \times \int_{-\infty}^{-1} \exp\left(\frac{ikx\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}\right) d\xi - i \int_1^\infty \exp\left(\frac{ikx\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}\right) d\xi = 2 \int_0^1 \cos\left(\frac{kx\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) d\xi - \\ &- 2i \int_1^\infty \cos\left(\frac{kx\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}\right) d\xi = \pi(J_0(kx) - iY_0(k|x|)) = \pi H_0^{(2)}(k|x|). \end{aligned} \quad (19)$$

Производная по z в начальной плоскости будет иметь вид (3). Тогда для продольной проекции вектора канонического потока энергии для поля (19) в начальной плоскости получим выражение, аналогичное (6):

$$\begin{aligned} P_{or,z} &= \text{Im} \left(E_y^* \frac{\partial}{\partial z} E_y \right) \Big|_{z=0} = \\ &= \text{Im} \left[\pi k H_0^{(1)}(k|x|) \left(i \int_{-1}^1 \sqrt{1-\xi^2} A(\xi) e^{ikx\xi} d\xi - \int_{-\infty}^{-1} \sqrt{\xi^2-1} A(\xi) e^{ikx\xi} d\xi - \int_1^\infty \sqrt{\xi^2-1} A(\xi) e^{ikx\xi} d\xi \right) \right] = \\ &= \text{Im} \left[\pi k (J_0(kx) + iY_0(k|x|)) \left(i \int_{-1}^1 \exp(ikx\xi) d\xi - \int_{-\infty}^{-1} \exp(ikx\xi) d\xi - \int_1^\infty \exp(ikx\xi) d\xi \right) \right] = \\ &= \pi k \frac{\sin(kx)}{kx} (J_0(kx) + Y_0(k|x|)) - 2\pi^2 k Y_0(k|x|) \delta(kx). \end{aligned} \quad (20)$$

В (20) $\delta(x)$ – дельта-функция. Из (20) видно, что у пучка Ханкеля (19) в центре начальной плоскости имеется сингулярный точечный источник. Но вблизи начальной плоскости второе слагаемое будет уже конечно и обратный поток будет возникать в центре пучка, так как функция Неймана $Y_0(kx)$ в (20) вблизи нуля ($kx \ll 1$) имеет отрицательное и большее по модулю значение. Моделирование подтверждает этот вывод.

4. Моделирование

4.1. Sinc-пучок

Моделирование распространения sinc-пучка в ближней зоне было осуществлено с помощью интеграла Рэлея–Зоммерфельда. Поле (2) считалось ТЕ-поляризованным, то есть у начального поля имеется линейная поляризация вдоль оси y : $E_y = 2a \text{sinc}(kxa)$, $a=3$. Параметры моделирования: начальное поле – 1000×1000 отсчетов (размер отсчета приблизительно $\lambda/53$), длина волны $\lambda = 532$ нм. На рис. 1 показана начальная амплитуда поля (1). На рис. 2 показаны интенсивность $|E|^2$ на расстоянии 10 нм от начальной плоскости (а) и продольная проекция канонического потока энергии $P_{or,z}$ (7) также на расстоянии 10 нм от начальной плоскости. Размер кадра – 1000 отсчетов в границах $(-0,5 \text{ мкм} < x < 0,5 \text{ мкм})$. Поле рассчитывалось два раза, на расстоянии 10 нм от начальной плоскости и на расстоянии 20 нм от неё для разностного взятия производной по z .

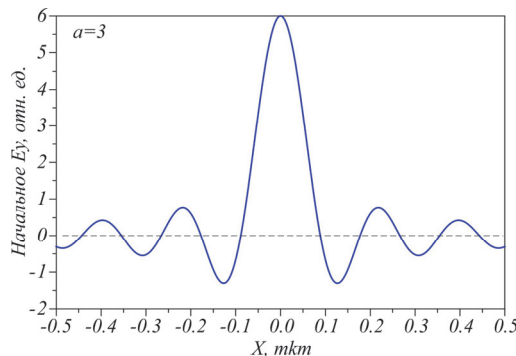


Рис. 1. Значение компоненты E_y начального поля вдоль оси x

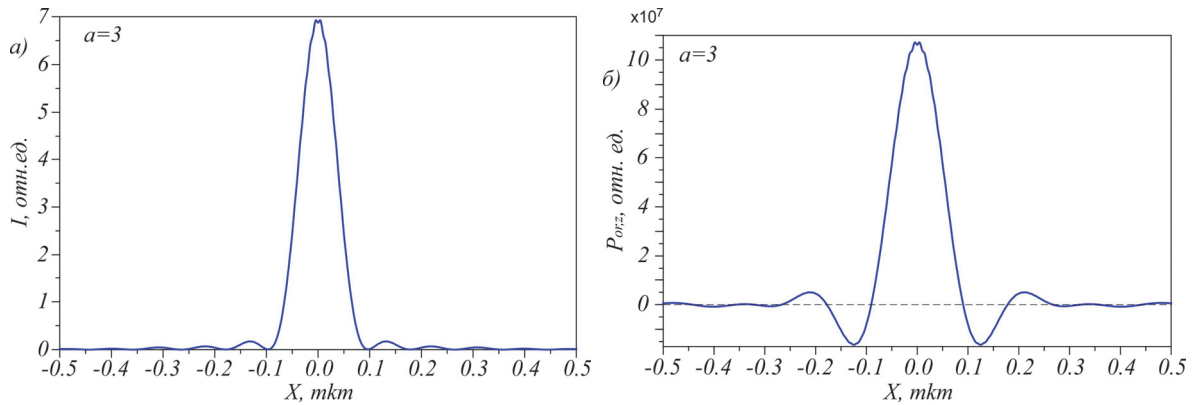


Рис. 2. Сечения вдоль оси x интенсивности $|E|^2$ на расстоянии 10 нм от начальной плоскости (а) и проекции канонического потока на ось z , $a = 3$ (б)

Из рис. 1 видно, что при $a = 3$ период боковых лепестков примерно в 3 раза меньше длины волны. А из рис. 2б следует, что обратный поток возникает уже в первом боковом лепестке и по величине составляет примерно 20 % от максимального прямого потока энергии. Из сравнения рис. 1 и рис. 2б видно, что отрицательный поток почти совпадает с отрицательным первым боковым лепестком амплитуды sinc -поля. Это моделирование подтверждает выводы, сделанные на основании уравнений (9) и (10), что обратный поток вблизи начальной плоскости формируется там, где у амплитуды затухающих волн отрицательные значения. Заметим, что природа формирования обратного потока схожа с формированием обратного потока на выходной поверхности градиентной микролинзы, который был обнаружен в работе [16]. Интересно, что измерение потока энергии вместо измерения интенсивности (плотности энергии) позволяет увеличить разрешение градиентной оптики, которая строит изображение вблизи своей выходной поверхности.

На рис. 3 приведены результаты моделирования для sinc -пучка (2), полученные другим способом, не с помощью интегралов Рэлея–Зоммерфельда, а на основе разложения по плоским волнам (2). Поток рассчитывался на основе общей формулы (5). На рис. 3 показаны интенсивности при $a = 0,8$ (а) и $a = 3$ (в) в начальной плоскости для sinc -пучка, а также продольные проекции канонического потока энергии при $a = 0,8$ (б) и $a = 3$ (г). Из рис. 3 видно, что в случае отсутствия затухающих волн $a = 0,8$ нет обратного потока (б), а если затухающие волны присутствуют вблизи начальной плоскости $a = 3$ (г), то обратный поток есть. Причем возникает обратный поток в первых боковых лепестках амплитуды и интенсивности, там, где у затухающих стоячих волн имеются нечетные пучности (сравните рис. 2б и рис. 3г), или там, где амплитуда затухающих стоячих волн отрицательная.

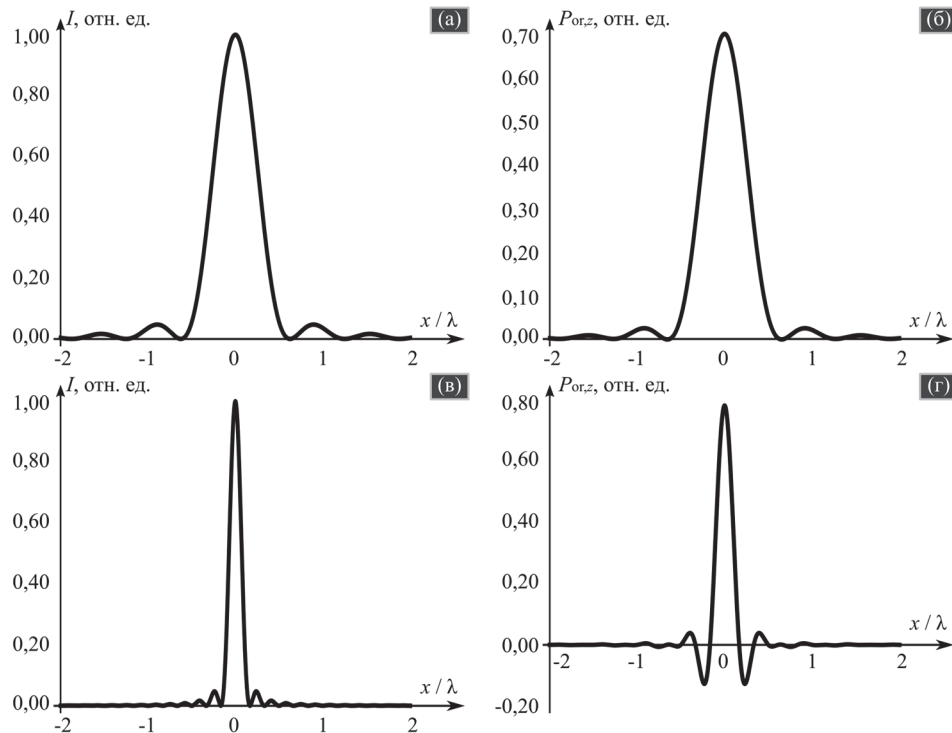


Рис. 3. Интенсивности вдоль оси x при $a = 0,8$ (а) и $a = 3$ (в) в начальной плоскости для sinc -пучка (2), а также продольные проекции канонического потока энергии при $a = 0,8$ (б) и $a = 3$ (г)

4.2. Непараксиальный 2D Гауссов пучок

На рис. 4 показан результат моделирования распространения непараксиального гауссова пучка (13) с помощью разложения по плоским волнам (2). На рис. 4а показано распределение продольной проекции канонического потока энергии в начальной плоскости гауссова пучка (13) с радиусом перетяжки $\lambda/4$. Заметим, что распределение интенсивности гауссова пучка почти не отличается от распределения на рис. 4а. У такого пучка имеется обратный поток, который по месту совпадает с нечетными боковыми лепестками стоячей затухающей волны вблизи начальной плоскости. На рис. 4б места, где есть обратный поток, выделены вертикальными линиями. Там, где линия совпадает с 0, поток энергии прямой, а где линия совпадает с 1, поток обратный. Величина этого обратного потока крайне мала и равна 10^{-6} от прямого потока. Это происходит потому, что вклад в полное поле затухающих волн разный. Например, для sinc-пучка модуль амплитуды спектра плоских волн равен 1 и для распространяющихся волн, и для затухающих. В этом случае вклад затухающих волн в полное поле существенный. А для гауссова пучка амплитуда спектра плоских волн экспоненциально спадает для затухающих волн. Поэтому вклад таких волн слабый и обратный поток тоже слабый.

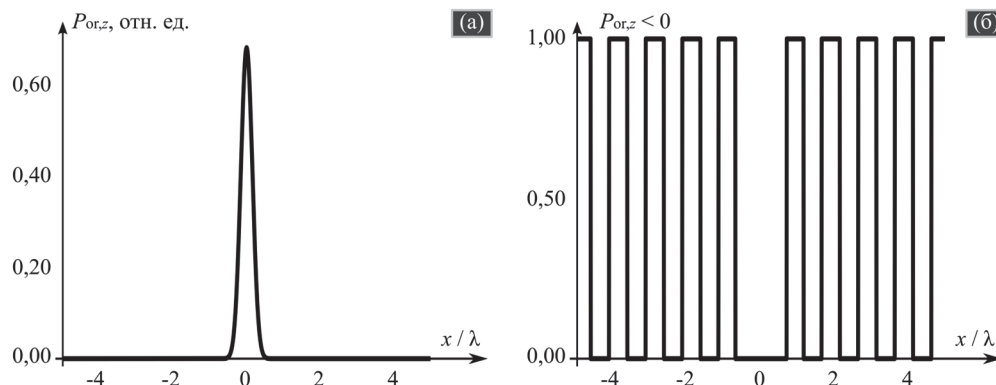


Рис. 4. Распределение продольной проекции вектора Пойнтинга для гауссова пучка (13) с радиусом перетяжки $\lambda/4$ (при этом $a = 4/\pi > 1$) в начальной плоскости (а) и распределение участков, в которых имеет место обратный поток энергии (там, где синяя линия равна 1) (б). По горизонтальной оси отложены длины волн

4.3. Непараксиальный 2D ТЕ-поляризованный пучок Ханкеля

Ниже приведены результаты моделирования распространения пучка Ханкеля (19) с помощью интеграла Рэлея–Зоммерфельда [17]. Начальное поле бралось размером 1000×1000 отсчетов, 10×10 мкм (размер отсчета приблизительно $\lambda/53$), длина волны $\lambda = 532$ нм. Выходное поле имело размер 1000×10 отсчетов в границах $(-1 \text{ мкм} < X < 1 \text{ мкм})$, $(-10 \text{ нм} < Y < 10 \text{ нм})$. Поле рассчитывалось на расстоянии 10 нм от начальной плоскости. Из рис. 5 видно, что у пучка Ханкеля интенсивность рядом с начальной плоскостью быстро падает и обратный поток возникает в центре (в точке максимальной интенсивности). Величина обратного потока в 2 раза больше, чем максимальная величина прямого потока. Особенность в начальной плоскости в виде δ -функции в (20) при вычислении интеграла Рэлея–Зоммерфельда обходилась стандартным образом: отсчет начального поля в центре, там, где должна быть бесконечность, приравнялся соседнему конечному значению амплитуды.

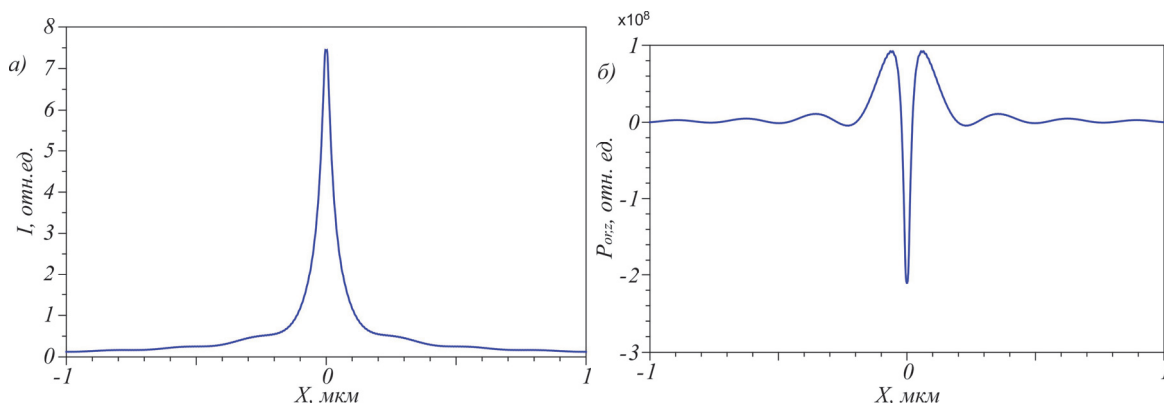


Рис. 5. Распределение интенсивности пучка Ханкеля (19) на расстоянии 10 нм от начальной плоскости (а) и распределение продольной компоненты канонического потока энергии (5) для этого пучка на том же расстоянии от начальной плоскости (б)

Заключение

В работе получены следующие результаты. Для 2D непараксиального ТЕ-поляризованного sinc-пучка (1) получено явное выражение для продольной компоненты вектора Пойнтинга (в данном случае канонического

потока энергии) (7), из которого следует, что вблизи начальной плоскости у такого пучка имеет место обратный канонический поток энергии, составляющий около 20 % от максимального значения прямого потока. Показано, что обратный поток возникает уже в первых боковых лепестках комплексной амплитуды sinc-пучка, там, где амплитуда затухающих стоячих волн отрицательная (в нечетных пучностях) (10). О свойствах затухающих волн можно прочесть в монографии [18]. Для гауссова пучка (13) канонический поток не получается довести до явных функций, и в выражение для потока входит интеграл, описывающий только распространяющиеся волны (16). Затухающие волны входят в амплитуду гауссова пучка в начальной плоскости (13). Вклад затухающих волн в полное поле гораздо слабее, чем для sinc-пучка. И поэтому обратный канонический поток в пучке Гаусса очень слабый и составляет миллионную часть от прямого потока. И возникает обратный поток по-прежнему в тех местах, где амплитуда затухающих волн отрицательная (рис. 4б). Для пучка Ханкеля (19) также получено явное выражение для потока энергии вблизи начальной плоскости (20), из которого видно, что обратный поток возникает в центре пучка, и он больше по величине, чем прямой (рис. 5б).

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 26-12-00117 (в части теории) и в рамках Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» (в части моделирования).

References

- [1] Berry MV. Optical currents. J Opt A: Pure Appl Opt 2009; 11(9): 094001. doi:10.1088/1464-4258/11/9/094001. [web:284]
- [2] Bekshaev A, Bliokh KY, Soskin M. Internal flows and energy circulation in light beams. J Opt 2011; 13(5): 053001. doi:10.1088/2040-8978/13/5/053001.
- [3] Bliokh KY, Bekshaev AY, Nori F. Extraordinary momentum and spin in evanescent waves. Nat Commun 2014; 5: 3300. doi:10.1038/ncomms3300.
- [4] Vaveliuk P, Martinez-Matos O. Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams. Opt Express 2012; 20(24): 26913-26921. doi:10.1364/OE.20.026913.
- [5] Ignatovsky VS. Diffraction by a lens having arbitrary opening. Trans Opt Inst Petrograd 1919; 1: 4-24.
- [6] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems II: structure of the image field in an aplanatic system. Proc R Soc Lond A 1959; 253(1274): 358-379. doi:10.1098/rspa.1959.0204.
- [7] Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG. Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity. Phys Rev A 2019; 99(3): 033840. doi:10.1103/PhysRevA.99.033840.
- [8] Novitsky AV, Novitsky DV. Negative propagation of vector Bessel beams. J Opt Soc Am A 2007; 24(9): 2844-2849. doi:10.1364/JOSAA.24.002844. [web:285][web:289]
- [9] Salem MA, Bağcı H. Energy flow characteristics of vector X-waves. Opt Express 2011; 19(9): 8526-8532. doi:10.1364/OE.19.008526.
- [10] Kotlyar VV, Stafeev SS. Orbital and spin energy flows in tight focus. Optik 2021; 245: 167703. doi:10.1016/j.ijleo.2021.167703.
- [11] Bracken AJ, Melloy GF. Probability backflow and a new dimensionless quantum number. J Phys A: Math Gen 1994; 27(6): 2197-2211. doi:10.1088/0305-4470/27/6/040.
- [12] Berry MV. Quantum backflow, negative kinetic energy, and optical retro-propagation. J Phys A: Math Theor 2010; 43(41): 415302. doi:10.1088/1751-8113/43/41/415302.
- [13] Ghosh B, Daniel A, Gorzkowski B, Bekshaev AY, Lapkiewicz R, Bliokh KY. Canonical and Poynting currents in propagation and diffraction of structured light: tutorial. J Opt Soc Am B 2024; 41(5): 1276-1289. doi:10.1364/JOSAB.522393.
- [14] Saari P, Besieris IM. Energy backflow in unidirectional monochromatic and space-time waves. Photonics 2024; 11(12): 1129. doi:10.3390/photonics11121129. [web:283][web:286]
- [15] Prudnikov AP, Brychkov YA, Marichev OI. Integrals and series. Vol. 1: Elementary functions [in Russian]. Moscow: Nauka; 1981. 800 p.
- [16] Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Gradient micro-optical elements for achieving superresolution [in Russian]. Computer Optics 2009; 33(4): 369-378.
- [17] Nalimov AG, Kotlyar VV, Khanenko YV. Calculation of the intensity at the sharp focus of a cylindrical vector beam by three methods [in Russian]. Computer Optics 2023; 47(5): 734-741. doi:10.18287/2412-6179-CO-1346.
- [18] de Fornel F. Evanescent waves: from Newtonian optics to atomic optics. Springer Ser Opt Sci 2001; Vol. 73. Berlin: Springer; 232 p.

Сведения об авторах

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ, НИЦ «Курчатовский институт» и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета (СУ). В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 560 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru

Ковалёв Алексей Андреевич, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений ИСОИ, НИЦ «Курчатовский институт». В списке научных работ более 200 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: alanko@ipsiras.ru ORCID: 0000-0002-0488-4267

Налимов Антон Геннадьевич, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Окончил очную аспирантуру по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики в Самарском университете в должности доцента, в ИСОИ, НИЦ «Курчатовский институт» в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 200 работ и 3 патентов. E-mail: anton@ipsiras.ru

Телегин Алексей Михайлович, в 2009 году окончил СГАУ с дипломом по специальности «Радиотехника», в 2012 году защитил диссертацию, к.ф.-м.н., доцент кафедры конструирования и технологии электронных систем и устройств Самарского университета, с.н.с. института космического приборостроения Самарского университета. Область научных интересов: космическое приборостроение. E-mail: tallex85@mail.ru

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 16 июня 2025 г. Окончательный вариант – 21 июля 2025 г.

Reverse canonical energy flux near the initial plane of a non-paraxial 2D sinc-beam

V.V. Kotlyar^{1,2}, A.A. Kovalev^{1,2}, A.G. Nalimov^{1,2}, A.M. Telegin^{1,2}

¹ Image Processing Systems Institute, NRC “Kurchatov Institute”, Molodogvardeyskaya 151, Samara, 443001, Russia;

² Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, Samara, 443086, Russia

Abstract

In this paper, several 2D non-paraxial light fields near the initial plane (including a sinc beam, Gaussian beam and Hankel beam) are considered. These TE-polarized beams are shown theoretically and numerically to have a reverse canonical energy flux in the initial plane. The negative value of the longitudinal projection of the canonical flux vector means that the longitudinal derivative of the phase is negative, and hence the local wave vector is directed against the positive direction of the optical axis. The reverse flux occurs in the presence of evanescent waves. Although the evanescent waves themselves traveling along the initial plane do not transfer energy along the optical axis perpendicular to the initial plane, they nonetheless participate in the formation of the reverse flux. Near the initial plane, the amplitude of the light field consists of a linear combination of amplitudes of the propagating and evanescent waves. Therefore, the evanescent waves participate in the formation of the phase function of the amplitude of the entire field and affect the sign of the longitudinal phase derivative. For a sinc-beam, the backflow occurs in the first intensity side lobes, where the standing evanescent wave has odd-numbered antinodes.

Keywords: linear polarization, sinc-beam, Hankel beam, reverse energy flux.

Citation: Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG, Telegin AM. Reverse canonical energy flux near the initial plane of a non-paraxial 2D sinc-beam. *Computer Optics* 2026; 50(4): 1752. doi: 10.18287/COJ1752.

Acknowledgements: The work was partly funded by the Russian Science Foundation under grant #26-12-00117 (theoretical part) and NRC “Kurchatov Institute” under a government project (numerical simulation).

Authors' information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute, NRC Kurchatov Institute and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 560 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics and optical vortices. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru

Alexey Andreevich Kovalev (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree in 2012. He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at IPSI, NRC Kurchatov Institute. He is a co-author of more than 200 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices. E-mail: alanko@ipsiras.ru ORCID: 0000-0002-0488-4267

Anton Gennadyevich Nalimov (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Finished postgraduate study in 2006 with speciality 01.04.05 “Optics”. A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in the Image Processing Systems Institute, NRC Kurchatov Institute, Samara, Russia. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 200 papers and 3 inventions. E-mail: anton@ipsiras.ru

Aleksey Mikhailovich Telegin, in 2009 graduated from Samara State Aerospace University with a degree in "Radio Engineering", in 2012 he defended his thesis, Ph.D., associate professor of the Designing and Technology of Electronic Systems and Devices department, Samara University, senior researcher of Institute of Space Device Engineering, Samara University. Research interests: space instrumentation. E-mail: talex85@mail.ru

Received June 16, 2025. The final version – July 21, 2025.
