

Фокусирующие и хроматические свойства гармонической киноформной линзы терагерцового диапазона

Г.И. Грейсх¹, О.А. Захаров¹, В.Л. Кашинцева², К.А. Модестов²

¹ Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,
440028, Россия, г. Пенза, ул. Германа Титова, д. 28;

² Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
129337, Россия, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26

Аннотация

В статье представлены формулы для вычисления оптической силы гармонической киноформной линзы на произвольной длине волны с учётом дисперсии оптического материала микроструктуры. С их использованием получены коэффициенты дисперсии, привязанные к различным спектральным интервалам. Показано, что коэффициенты дисперсии достоверно оценивают хроматизм только в отдельно выделенных спектральных интервалах в окрестностях длин волн максимальной дифракционной эффективности.

Пространственное разрешение гармонической киноформной линзы в статье оценивается в приближении геометрической оптики и с учётом того, что на любой из промежуточных длин волн, лежащих между длинами волн единичной дифракционной эффективности, друг на друга накладываются основное и побочное изображения, формируемые в двух соседних порядках дифракции. Сопоставлены структуры изображений, формируемых гармонической киноформной линзой в полихроматическом излучении с различными спектрами, и продемонстрирована зависимость пространственного разрешения от параметров излучения и конструктивных параметров самой линзы.

Показано, что разрешение в каждом спектральном интервале между длинами волн с единичной дифракционной эффективностью уменьшается от дифракционно-ограниченного до равных между собой диаметров лучевых диаграмм рассеяния основного и побочного изображений осевого точечного источника. При этом контраст, с которым разрешаются точечные источники, в зависимости от длины волны изменяется от единицы до 0,2.

Представленные результаты позволят наиболее эффективно использовать гармонические линзы для фокусировки и коллимации пучков широкополосного терагерцового излучения.

Ключевые слова: гармоническая киноформная линза, терагерцовый диапазон, фокусирующие свойства, хроматизм, пространственное разрешение.

Цитирование: Грейсх, Г.И. Фокусирующие и хроматические свойства гармонической киноформной линзы терагерцового диапазона / Г.И. Грейсх, О.А. Захаров, В.Л. Кашинцева, К.А. Модестов // Компьютерная оптика. – 2026. – Т. 50, № 4. – 2032. – DOI: 10.18287/COJ2032.

Citation: Greisukh GI, Zakharov OA, Kashintseva VL, Modestov KA. Chromatic focal shift and resolving power of harmonic kinoform lenses in the terahertz range. Computer Optics. 2026; 50(4): 2032. DOI: 10.18287/COJ2032.

Введение

Уникальные возможности электромагнитного излучения с частотами 0,1–10 ТГц и длинами волн от 3 мм до 30 мкм, включающие способность неинвазивно проникать сквозь диэлектрические материалы без ионизации (что безопасно для живых тканей) и быть чувствительным к молекулярным взаимодействиям (водородным связям и фононам в кристаллах) делают терагерцовое излучение идеальным кандидатом для неразрушающего контроля и исследований как в технике, так и в медицине [1 – 3]. ТГц-сканеры заменяют или дополняют рентген и ультразвук там, где нужна безопасность и детальность. При этом для успешной разработки специализированных оптико-электронных систем терагерцового диапазона необходимы высокоэффективные оптические элементы, фокусирующие и коллимирующие пучки широкополосного терагерцового излучения.

Традиционные и градиентные рефракционные линзы с высокой числовой апертурой в терагерцовом диапазоне практически не имеют хроматических aberrаций из-за слабой дисперсии, но демонстрируют высокое затухание сигнала из-за значительной толщины. Затухание, масса и габариты однопорядковых рельефно-фазовых дифракционных линз (ДЛ) вполне приемлемы, но очень сильные хроматизм и зависимость дифракционной эффективности от длины волны исключают их использование в широкополосном излучении. В качестве альтернативы сегодня ведущими отечественными и зарубежными специалистами рассматриваются так называемые гармонические киноформные линзы (ГКЛ).

Как известно, гармонической сегодня называют киноформную линзу, пилообразная микроструктура которой работает в высоких порядках дифракции и имеет глубину рельефа, существенно превышающую расчётную длину волны [4 – 6]. Апертура гармонической киноформной линзы (ГКЛ) разбита на так называемые гармонические

зоны Френеля. Под этим термином понимается кольцевая зона апертуры, расстояния от краёв которой до фокальной точки F отличаются на величину, равную произведению порядка гармоничности m на расчётную длину волны λ_0 , как это показано на рис. 1.

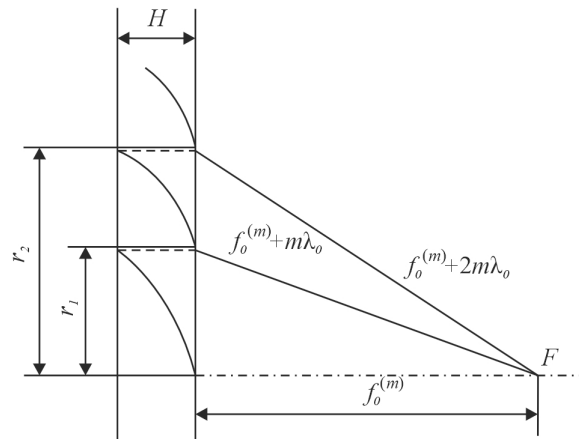


Рис. 1. Три приосевые зоны микроструктуры ГКЛ [4]

Условием идеальной фокусировки, т.е. концентрации всей падающей на эту линзу энергии в единственном фокусе (единичная дифракционная эффективность (ДЭ)), является таутохронность, при которой лучи, идущие от падающего волнового фронта до точки наблюдения, имеют одинаковую оптическую длину и, в частности, равны оптические длины лучей, проходящих через края каждой зоны.

Если линза работает в m -м порядке дифракции, то для i -й гармонической зоны Френеля ($i = 1, 2, 3, \dots$) равенство оптических длин имеет вид

$$Hn_0 + f_0^{(m)} + (i-1)m\lambda_0 = H + f_0^{(m)} + im\lambda_0, \quad (1)$$

где H – глубина рельефа; n_0 и $f_0^{(m)}$ – показатель преломления оптического материала, в котором выполнена пилообразная микроструктура и фокусное расстояние линзы в m -м дифракционном порядке на расчётной длине волны λ_0 . Равенство оптических длин остальных лучей внутри каждой зоны обеспечивается за счёт так называемого согласованного или коррелированного профиля пилообразного рельефа, впервые предложенного в работе [7].

Из уравнения (1) следует, что выполнение условия равенства оптических длин не зависит от фокусного расстояния, которое определяет радиусы гармонических зон. Действительно, из рис. 1 легко видеть, что у i -й зоны расстояние от центра микроструктуры линзы до внешнего края зоны

$$r_i = \sqrt{2if_0^{(m)}m\lambda_0 + (im\lambda_0)^2}. \quad (2)$$

Очевидно, что максимальное значение r_i ограничивается половиной светового диаметра ГКЛ, т.е. её радиусом R . Вновь обращаясь к уравнению (1) и решая его относительно H , получим

$$H = m\lambda_0 / (n_0 - 1), \quad (3)$$

откуда, в частности, следует, что поскольку H от i не зависит, то глубины рельефа всех зон киноформной линзы должны быть одинаковыми, как это и показано на рис. 1.

Таким образом, ГКЛ, преобразующая плоскую и нормально падающую на неё волну с длиной λ_0 в сферическую, – это дифракционный оптический элемент с пилообразной рельефно-фазовой микроструктурой, характеризуемый, в частности, одновременным выполнением условий (2) и (3).

В дифракционном порядке $k \neq m$ длина нормально падающей на ГКЛ волны λ_k , на которой ДЭ останется равной единице, может быть найдена из условия сохранения таутохронности

$$Hn_{\lambda_k} + f_k + (i-1)k\lambda_k = H + f_k + ik\lambda_k. \quad (4)$$

Решая уравнение (4) с учётом формулы (3), нетрудно получить

$$\lambda_k = \lambda_0 \frac{m(n_{\lambda_k} - 1)}{k(n_0 - 1)}, \quad (5)$$

где n_{λ_k} – показатель преломления материала микроструктуры на длине волны λ_k .

Что касается фокусного расстояния f_k на длине волны λ_k , то оно может быть найдено с использованием известной формулы связи фокусных расстояний дифракционной линзы (с любой микроструктурой) на расчётной и произвольной длинах волн [8]. В случае ГКЛ и с учётом формулы (5) оно приобретает вид

$$f_k = \frac{\lambda_0 m}{\lambda_k k} f_0^{(m)} = \frac{(n_0 - 1)}{(n_{\lambda_k} - 1)} f_0^{(m)}. \quad (6)$$

На произвольной же длине волны λ в окрестности λ_k для фокусного расстояния получим

$$f_{\lambda}^{(k)} = \frac{\lambda_k}{\lambda} f_k^*, \quad (7)$$

где

$$f_k^* = \frac{(n_0 - 1)}{(n_{\lambda} - 1)} f_0^{(m)}. \quad (8)$$

Для оптических сил соответственно можно записать

$$\Phi_k = \frac{n_{\lambda_k} - 1}{n_0 - 1} \Phi_0^{(m)}; \Phi_k^* = \frac{n_{\lambda} - 1}{n_0 - 1} \Phi_0^{(m)}; \Phi_{\lambda}^{(k)} = \frac{\lambda}{\lambda_k} \Phi_k^*, \quad (9)$$

где $\Phi_0^{(m)} = 1/f_0^{(m)}$.

1. Дифракционная эффективность и хроматизм

Формулу для ДЭ в k -м дифракционном порядке и на длине волны в окрестностях λ_k с учетом влияния дисперсии материала микроструктуры ГКЛ нетрудно получить в рамках скалярной теории дифракции, обратившись к выражениям для ДЭ однорельефной пилообразной микроструктуры [8]. При этом следует предположить нормальное падение излучения и учесть, что глубина пилообразного рельефа описывается формулой (3). В результате получим

$$\eta = \left[\frac{\sin\left(\pi\left(k - \frac{m\lambda_0(n_{\lambda} - 1)}{\lambda(n_0 - 1)}\right)\right)}{\pi\left(k - \frac{m\lambda_0(n_{\lambda} - 1)}{\lambda(n_0 - 1)}\right)} \right]^2. \quad (10)$$

Принципиальным отличием ГКЛ от обычной однопорядковой дифракционной линзы является то, что изображение на любой длине волны, промежуточной между λ_k и λ_{k+1} формируется излучением, дифрагированным в два соседних порядка. Графики ДЭ в двух соседних порядках и результирующая эффективность, полученные в предположении, что $n_{\lambda} = n_0$, представлены на рис. 2.

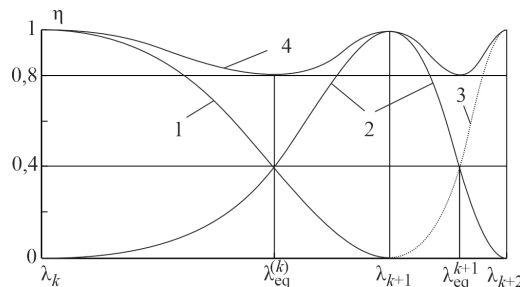


Рис. 2. ДЭ ГКЛ: 1 – в k -м; 2 – в $(k+1)$ -м; 3 – в $(k+2)$ -м порядках; 4 – суммарная ДЭ двух соседних порядков, не опускающаяся ниже 0,81

Длины волн $\lambda_{eq}^{(k)}$ и $\lambda_{eq}^{(k+1)}$ на оси абсцисс этого рисунка описываются выражением

$$\lambda_{eq}^{(k)} = m\lambda_0 / (k + 0,5), \quad (11)$$

и на них ДЭ во всех порядках равны между собой ($\eta = 0,405$).

Для оценки хроматизма ГКЛ воспользуемся универсальным параметром, характеризующим хроматизм положения оптических элементов [9]:

$$v = \Phi_{\lambda_c} / (\Phi_{\lambda_{min}} - \Phi_{\lambda_{max}}). \quad (12)$$

Полагая $\lambda_c = \lambda_0$ и учитывая, что λ_{min} и λ_{max} равны λ_k соответственно при k_{max} и k_{min} , из этой формулы с учётом соотношений (9) получаем

$$v = \frac{\Phi_0^{(m)}}{\Phi_{k_{max}} - \Phi_{k_{min}}} = \frac{n_0 - 1}{n_{\lambda_{min}} - n_{\lambda_{max}}}. \quad (13)$$

Это выражение точно совпадает с коэффициентом дисперсии классической рефракционной линзы.

Ситуация оказывается принципиально иной, если описывается хроматизм на длинах волн, не совпадающих с λ_k . Как следует из формулы (5), ширина спектрального интервала от λ_k до λ_{k+1} сокращается с ростом k . Поэтому

коэффициент дисперсии оказывается разным в зависимости от выбора порядка дифракции и соответствующего ему спектрального интервала в пределах всего рабочего спектрального диапазона ГКЛ. Например, в спектральном интервале

$$\lambda_k \geq \lambda \geq \lambda_{eq}^{(k)}, \quad (14)$$

(см. рис. 2) имеем

$$v = \frac{\Phi(\lambda_c)}{\Phi(\lambda_{eq}^{(k)}) - \Phi(\lambda_k)}. \quad (15)$$

Здесь $\lambda_c = 0,5(\lambda_k + \lambda_{eq}^{(k)})$ и предполагается, что оптические силы на всех указанных длинах волн вычисляются в k -м дифракционном порядке. А в спектральном интервале

$$\lambda_{eq}^{(k)} \geq \lambda \geq \lambda_{eq}^{(k+1)}, \quad (16)$$

$$v = \frac{\Phi(\lambda_{k+1})}{\Phi(\lambda_{eq}^{(k+1)}) - \Phi(\lambda_{eq}^{(k)})}. \quad (17)$$

Здесь предполагается, что оптические силы на всех указанных длинах волн вычисляются в $k+1$ -м дифракционном порядке.

Результаты, приводимые ниже, будут ориентированы на терагерцовое излучение, а дисперсия оптических материалов, используемых в этом спектральном диапазоне, очень мала (см., например, [10]). Поэтому при дальнейшем анализе будем полагать, что $n_\lambda = n_{\lambda_k} = n_{\lambda_0}$ и, следовательно,

$$\lambda_k = \lambda_0 \frac{m}{k}; \lambda_{eq}^{(k)} = \lambda_0 \frac{m}{k+0,5}; \quad (18)$$

$$f_k = f_0^{(m)}; f_\lambda^{(k)} = \frac{\lambda_k}{\lambda} f_0^{(m)}; \Phi_\lambda^{(k)} = \frac{\lambda}{\lambda_k} \Phi_0^{(m)}. \quad (19)$$

Нетрудно показать, что по модулю коэффициент дисперсии ГКЛ максимален на коротковолновом краю рабочего спектрального диапазона и минимален на его длинноволновом краю. Так, например, у линзы, рассчитанной на спектральный диапазон с $\lambda_{\min}=0,3$ мм и $\lambda_{\max}=3$ мм при $\lambda_0=0,5$ мм и порядке гармоничности $m=6$ в спектральном интервале, описываемом выражением (14), соответствующем $k=1$, $\lambda_k=3$ мм, $\lambda_c=2,5$ мм и $\lambda_{eq}^{(k)}=2$ мм, формула (15) с учётом (9) даёт $v=-2,5$. В спектральном же интервале, описываемом выражением (16), также соответствующем $k=1$, но при $\lambda_{eq}^{(k)}=2$ мм, $\lambda_{k+1}=1,5$ мм и $\lambda_{eq}^{(k+1)}=1,2$ мм, формула (17) с учётом (9) даёт $v=-1,875$. На коротковолновом же краю рабочего спектрального диапазона, описываемом выражением (16), но при $k=8$, $\lambda_{eq}^{(k)}=0,3529$, $\lambda_{k+1}=0,3333$ мм и $\lambda_{eq}^{(k+1)}=0,3158$, формула (17) с учётом (9) даёт $v=-9,01$. Сразу же заметим, что у однопорядковой дифракционной линзы в том же рабочем спектральном диапазоне ($\lambda_{\min}=0,3$ мм, $\lambda_{\max}=3$ мм и $\lambda_c=1,65$ мм) коэффициент дисперсии, описываемый выражением (12), сводящимся к формуле

$$v_{KL} = \lambda_c / (\lambda_{\min} - \lambda_{\max}) \quad (20)$$

[6], равен $-0,6$.

Таким образом, из представленного выше анализа следует, что коэффициент дисперсии, широко используемый для оценки хроматических свойств оптических элементов во всём их рабочем спектральном диапазоне, в случае ГКЛ позволяет достоверно оценить хроматизм только в отдельно выделенных интервалах в окрестностях длин волн максимальной ДЭ. Причём хроматизм максимален (коэффициент дисперсии по модулю минимален) на длинноволновом краю рабочего спектрального диапазона и минимален на коротковолновом краю.

В одном и том же рабочем спектральном диапазоне с увеличением порядка гармоничности m линейно растут и величины минимального и максимального рабочих порядков $k_{\min}$ и $k_{\max}$, что в свою очередь, приводит к увеличению модулей коэффициентов дисперсии на обоих краях рабочего спектрального диапазона. При предельном порядке гармоничности

$$m_{lim} = f_0^{(m)} (R/f_0^{(m)})^2 / 2\lambda_0, \quad (21)$$

когда в апертуре ГКЛ остаётся только одна зона Френеля, коэффициент дисперсии и по модулю, и по знаку совпадает с коэффициентом дисперсии рефракционной линзы, в которую при $m = m_{lim}$ и превращается ГКЛ. Используя формулу (2), нетрудно показать, что в случае вышеописанной ГКЛ терагерцового диапазона при расчетном фокусном расстоянии $f_0^{(m)} = 100$ мм и $R = 0,48 f_0^{(m)}$ такое превращение происходит при $m_{lim} = 23$.

2. Структура изображения, пространственное разрешение и контраст

Из-за хроматического изменения фокусного расстояния и оптической силы в соответствии с формулами (19) в фокальной плоскости ГКЛ, соответствующей $f_k = f_0^{(m)}$, возникает расфокусировка с геометрическим радиусом лучевой диаграммы рассеяния изображения бесконечно удалённого осевого точечного источника в k -м порядке

$$\Delta y_1 = R(\lambda_k - \lambda)/\lambda_k \quad (22)$$

и

$$\Delta y_2 = R(\lambda - \lambda_{k+1})/\lambda_{k+1} \quad (23)$$

в порядке $k+1$. Здесь R – радиус ГКЛ (см. рис. 3)

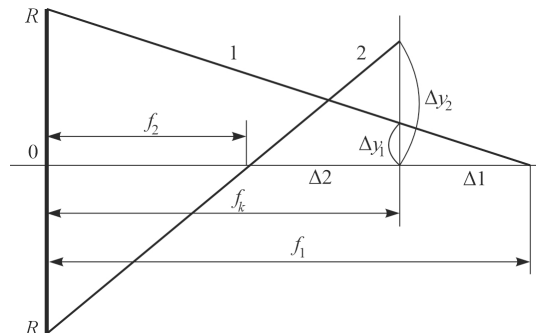


Рис. 3. К расчёту геометрических радиусов лучевых диаграмм рассеяния: 1 – крайовой луч в k -м порядке на длине волны $\lambda < \lambda_k$; 2 – крайовой луч в $k+1$ -м порядке на длине волны $\lambda > \lambda_{k+1}$

В результате с изменением длины волны от λ_k до λ_{k+1} в k -м порядке параллельно с падением ДЭ от единицы до 0 геометрический радиус лучевой диаграммы рассеяния осевого точечного источника растёт от 0 до $\Delta y_{1\max} = R(\lambda_k - \lambda_{k+1})/\lambda_k$. В $k+1$ порядке наоборот – параллельно с ростом ДЭ от 0 до единицы геометрический радиус лучевой диаграммы рассеяния осевого точечного источника уменьшается от $\Delta y_{2\max} = \Delta y_{1\max}$ до 0. Геометрические радиусы лучевых диаграмм рассеяния на длине волны $\lambda_{\text{eq}}^{(k)}$ в обоих порядках становятся равными

$$\Delta y_2 = \Delta y_1 = \Delta y_k = R/(2k+1). \quad (24)$$

Пространственное разрешение в приосевой области ГКЛ для бесконечно удаленного предмета на всех длинах волн λ_k в фокальной плоскости ограничено только дифракцией так же, как и у обычной однопорядковой дифракционной линзы на расчетной длине волны. Иная ситуация в случае ГКЛ на любой из промежуточных длин волн $\lambda_k > \lambda > \lambda_{k+1}$, когда накладываются, как видно из рис. 4, друг на друга два изображения, формируемые в двух соседних порядках дифракции.

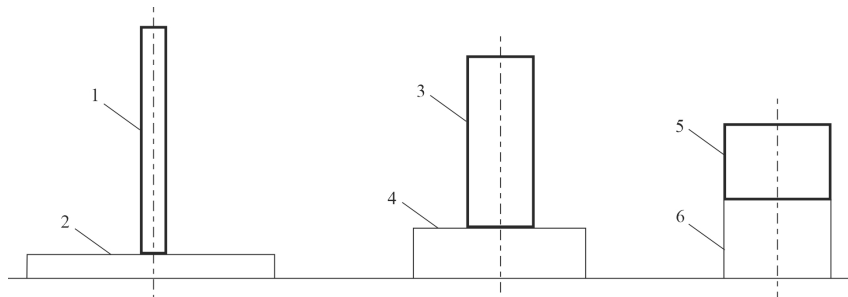


Рис. 4. Условное представление интенсивности (по вертикали) и размера (по горизонтали) накладываемых друг на друга трех изображений бесконечно удаленного точечного источника. Изображения 1, 3, 5 сформированы в k -м, а изображения 2, 4, 6 – в $k+1$ -м порядках на длинах волн: 1, 2 – вблизи λ_k ; 3, 4 – при $\lambda_k > \lambda > \lambda_{\text{eq}}^{(k)}$; 5, 6 – при $\lambda = \lambda_{\text{eq}}^{(k)}$

Пусть в фокальной плоскости интенсивность в сфокусированном изображении бесконечно удаленного осевого монохроматического источника в k -м порядке равна $I_1(\lambda)$, а интенсивность в этой же плоскости, но в $k+1$ -м порядке равна $I_2(\lambda)$. Если положить интенсивность падающего излучения в плоскости ГКЛ равной единице и при этом пренебречь дифракционным уширением формируемого изображения точечного источника, то обе эти интенсивности зависят лишь от ДЭ и от соответствующего геометрического радиуса лучевой диаграммы рассеяния:

$$I_1(\lambda) = \eta_k / ((\Delta y_1/R) + c)^2, \quad (25)$$

$$I_2(\lambda) = \eta_{k+1} / (\Delta y_2/R)^2. \quad (26)$$

Здесь η_k и η_{k+1} – ДЭ, вычисляемые по формуле (10), а Δy_1 и Δy_2 – геометрические радиусы, вычисляемые по формулам (22) и (23). При этом постоянная $c \ll 0,5/(k+0,5)$ введена в формулу (25), чтобы исключить обращение $I_1(\lambda)$ в бесконечность при $\lambda = \lambda_k$.

С учётом сделанных допущений суммарная картина в фокальной плоскости включает основное изображение с геометрическим радиусом лучевой диаграммы рассеяния Δy_m и с интенсивностью $I_m(\lambda)$, которое покоится на

пьедестале, создаваемом побочным изображением с геометрическим радиусом лучевой диаграммы рассеяния Δy_s и с интенсивностью $I_s(\lambda)$. При этом в спектральном интервале $\lambda_k \geq \lambda \geq \lambda_{eq}$, где ДЭ $1 \geq \eta_k \geq 0,405$, основным порядком является k -й порядок, для которого

$$\Delta y_m = \Delta y_k, I_m(\lambda) = I_1(\lambda). \quad (27)$$

Побочным же порядком является $k+1$ -й, для которого

$$\Delta y_s = \Delta y_{k+1}, I_s(\lambda) = I_2(\lambda). \quad (28)$$

В интервале же $\lambda_{eq} > \lambda \geq \lambda_{k+1}$ где ДЭ $1 \geq \eta_{k+1} > 0,405$ – всё наоборот.

Рис. 5 иллюстрирует зависимости приращения оптической силы ГКЛ, отвечающей за формирование основного изображения, от длины волны в самом общем случае. Сплошная кусочно-ломанная кривая относится к случаю, когда микроструктура ГКЛ выполнена в реальном материале (поликарбонате) со значительной дисперсией в видимом диапазоне излучения; штриховая кривая относится к случаю, когда микроструктура выполнена в модельном материале, не имеющем дисперсии. Оптическая сила этой ГКЛ $\Phi_0^{(m)} = 0,025 \text{ мм}^{-1}$, расчетная длина волны $\lambda_0 = 0,525 \text{ мкм}$, порядок гармоничности $m=8$. По оси абсцисс отложены длины волн от $\lambda_{\min} = \lambda_k$ при $k=10$ до $\lambda_{\max} = \lambda_k$ при $k=6$. Разрывы на длинах волн $\lambda_{eq}^{(k)}$ при k от 9 до 6 соответствуют перескокам на соседний рабочий дифракционный порядок и сменам знака расфокусировки.

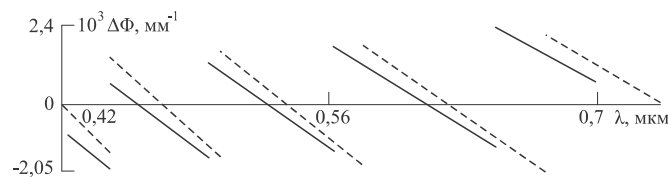


Рис. 5. Приращение оптической силы ГКЛ, отвечающей за формирование основного изображения, от длины волны: — у микроструктуры в поликарбонате; --- у микроструктуры в модельном материале

Используя подход, аналогичный традиционному, опирающемуся на провал интенсивности при оценке разрешения двух точечных источников, будем считать, что надёжно разрешаются лишь те два одинаковых источника, расстояние между центрами изображений которых $\delta \geq 2,2\Delta y_m$.

Контраст же, с которым они разрешаются, будет зависеть от соотношения радиусов диаграмм рассеяния Δy_s и Δy_m . На тех длинах волн, на которых два пьедестала накладываются друг на друга под обоими основными изображениями, т.е. на которых $\Delta y_s \geq 3,2\Delta y_m$ (см. рис. 6а), контраст будет описываться выражением

$$T = \frac{(I_m(\lambda) + 2I_s(\lambda)) - 2I_s(\lambda)}{I_m(\lambda) + 4I_s(\lambda)} = \frac{I_m(\lambda)}{I_m(\lambda) + 4I_s(\lambda)}. \quad (29)$$

На тех же длинах волн, на которых два пьедестала накладываются друг на друга только под промежутком между основными изображениями (см. рис. 6б), т.е. на которых $\Delta y_s \geq 1,2\Delta y_m$, контраст будет описываться другим выражением

$$T = \frac{(I_m(\lambda) + I_s(\lambda)) - 2I_s(\lambda)}{I_m(\lambda) + 3I_s(\lambda)} = \frac{I_m(\lambda) - I_s(\lambda)}{I_m(\lambda) + 3I_s(\lambda)}. \quad (30)$$

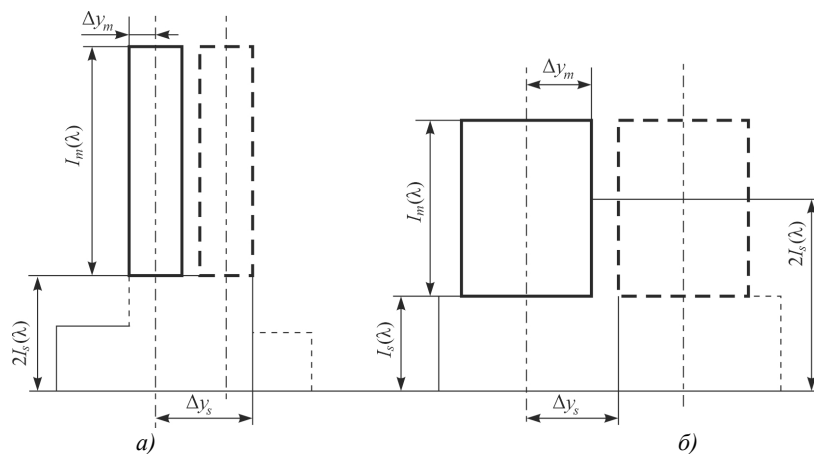


Рис. 6. К расчету контраста: (а) при $\Delta y_s = 3,2\Delta y_m$; (б) при $\Delta y_s = 1,2\Delta y_m$

Используя формулы (22), (23), (27) и (28) и положив при этом $\Delta y_s = P\Delta y_m$ для граничных длин волн в спектральном интервале $\lambda_k \geq \lambda \geq \lambda_{eq}$, нетрудно получить

$$\lambda_{1(P)} = (P+1) \lambda_k \lambda_{k+1} / (\lambda_k + P \lambda_{k+1}). \quad (31)$$

А в спектральном интервале $\lambda_{eq} > \lambda \geq \lambda_{k+1}$ соответствующие длины волн имеют вид

$$\lambda_{2(P)} = (P+1) \lambda_k \lambda_{k+1} / (P \lambda_k + \lambda_{k+1}). \quad (32)$$

График зависимости контраста от длины волны представлен на рис. 7.

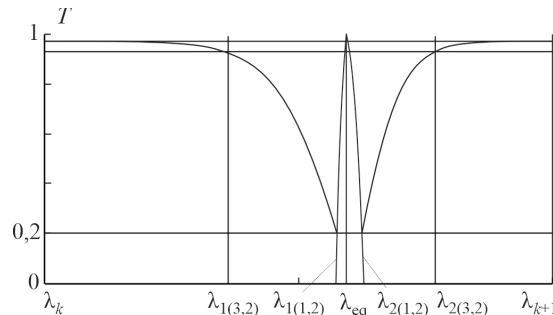


Рис. 7. Зависимость контраста от длины волны в спектральном интервале $\lambda k > \lambda \geq \lambda k+1$ при расстоянии между центрами лучевых диаграмм рассеяния основных изображений $\delta = 2,2 \Delta y_m$. (Индексы в скобках при λ показывают, какому значению P соответствует данная длина волны)

Контраст же при $\delta \geq 2,2 \Delta y_m$ на длине волны $\lambda_{eq}^{(k)}$, где $\Delta y_s = \Delta y_m$ и диаграммы рассеяния лучей в k -м и $k+1$ -м порядках от двух точечных источников не пересекаются, становится равным единице. Однако разрешение на этой длине волны самое низкое из-за того, что радиус диаграммы рассеяния основного изображения Δy_m на этой длине волны максимален (см. соотношения (24)).

Рассмотрим структуру изображения, формируемого в полихроматическом излучении с линейчатым спектром $\lambda_{eq}^{(k)}$. Если, как и выше, пренебречь дифракционным уширением формируемого изображения точечного источника, то интенсивности в каждом порядке зависят лишь от ДЭ и от соответствующего геометрического радиуса лучевой диаграммы рассеяния:

$$I_k(\lambda) = \eta_k (R/\Delta y_k)^2. \quad (33)$$

Эта формула вытекает из выражения (25) при $c=0$, и в ней $\eta_k=0,405$ – ДЭ на длинах волн $\lambda_{eq}^{(k)}$, а Δy_k – геометрические радиусы, вычисляемые на этих же длинах волн по формуле (24). Итоговое полихроматическое изображение представляет собой наложение концентрических кругов, в пределах каждого из которых интенсивность монохроматического излучения обратно пропорциональна площади своего круга. Что касается радиусов кругов, определяющих пространственное разрешение на соответствующей длине волны, то радиус максимален (разрешение минимально) на длинноволновом краю линейчатого спектра $\lambda_{eq}^{(k_{min})} \approx \lambda_{max}$ и минимален на коротковолновом краю этого спектра $\lambda_{eq}^{(k_{max})} \approx \lambda_{min}$. Так, в частности, у описанной выше ГКЛ в спектральном диапазоне $\lambda_{min}=0,3$ мм и $\lambda_{max}=3$ мм ($k_{min}=1$; $k_{max}=9$), $\Delta y(\lambda_{max})=\Delta y_{k=1}=R/3$ и $\Delta y(\lambda_{min})=\Delta y_{k=9}=R/19$. Условно структура этого полихроматического изображения демонстрируется диаграммой, представленной на рис. 8.

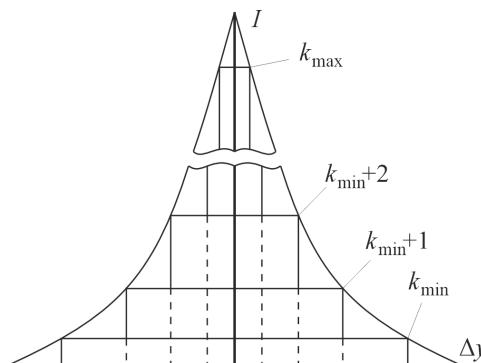


Рис. 8. Условное изображение структуры изображения, формируемого ГКЛ в полихроматическом излучении

Итак, структура изображения, формируемого в полихроматическом излучении с линейчатым спектром, состоящем из длин волн единичной ДЭ λ_k , представляет собой концентрическое наложение картин Эйри, и дифракционно-ограниченное разрешение $\delta_E(\lambda)=0,61\lambda/R$ в этом случае также минимально на длинноволновом краю линейчатого спектра и максимально на его коротковолновом краю. Однако это разрешение многократно превышает разрешения на обоих краях полихроматического излучения с линейчатым спектром $\lambda_{eq}^{(k)}$. Действительно, $\Delta y(\lambda_{max})/\delta_E(\lambda_{max}) \approx 4,3$ и $\Delta y(\lambda_{min})/\delta_E(\lambda_{min}) \approx 6,8$. Если же ГКЛ формирует изображение в

полихроматическом излучении со сплошным спектром, то условно его представляют гладкие огибающие рис. 8. При этом контраст в пределах каждого фрагмента огибающей описывается выражениями (29), (30) и изменяется в диапазоне от 1 до 0,2.

Заключение

Представленный в настоящей статье анализ хроматизма и пространственного разрешения ГКЛ терагерцового диапазона выполнен в лучевом приближении. Он показал, что коэффициент дисперсии, традиционно используемый для оценки хроматических свойств оптических элементов, обеспечивает достоверную оценку хроматизма только в отдельно выделенных спектральных интервалах в окрестностях длин волн максимальной ДЭ. Причём хроматизм максимален (коэффициент дисперсии по модулю минимален) на длинноволновом краю рабочего спектрального диапазона и минимален на коротковолновом краю. При одном и том же рабочем спектральном диапазоне с увеличением порядка гармоничности m линейно растут и величины минимального и максимального рабочих порядков дифракции $k_{\min}$ и $k_{\max}$. Это, в свою очередь, приводит к увеличению модулей коэффициентов дисперсии на обоих краях рабочего спектрального диапазона.

Пространственное разрешение ГКЛ в статье оценивается в приближении геометрической оптики и с учётом того, что на любой из промежуточных длин волн, лежащих между длинами волн единичной ДЭ ($\lambda_k > \lambda > \lambda_{k+1}$), друг на друга накладываются основное и побочное изображения, формируемые в двух соседних порядках дифракции. При этом используется подход, аналогичный традиционному, опирающемуся на провал интенсивности при оценке разрешения двух одинаковых точечных источников. Полагается, что надёжно разрешаются лишь те два источника, расстояние между центрами основных изображений которых не менее чем на 10 % превышает диаметры диаграмм рассеяния лучей, формирующих основные изображения этих источников.

Показано, что структура изображения, формируемого ГКЛ в полихроматическом излучении с линейчатым спектром, состоящем из длин волн $\lambda_{\text{eq}}^{(k)}$, на которых ДЭ в двух соседних дифракционных порядках равны, представляет собой наложение концентрических кругов, в пределах каждого из которых интенсивность монохроматического излучения обратно пропорциональна площади своего круга. При этом радиусы кругов, определяющих пространственное разрешение на соответствующей длине волны, таковы, что радиус максимален (разрешение минимально) на длинноволновом краю линейчатого спектра и минимален на коротковолновом краю этого спектра.

Констатируется, что структура изображения, формируемого ГКЛ в полихроматическом излучении с линейчатым спектром, состоящем из длин волн единичной ДЭ λ_k , представляет собой концентрическое наложение картин Эйри и дифракционно-ограниченное разрешение в этом случае также минимально на длинноволновом краю линейчатого спектра и максимально на его коротковолновом краю. Однако это разрешение многократно превышает разрешения на обоих краях полихроматического излучения с линейчатым спектром длин волн $\lambda_{\text{eq}}^{(k)}$.

Показано, что разрешение уменьшается от дифракционно-ограниченного при $\lambda = \lambda_k$ до $\delta = 2,2R/(2k+1)$ при $\lambda_{\text{eq}}^{(k)} = m\lambda_0/(k + 0,5)$. При этом контраст, с которым разрешаются точечные источники, лежит в диапазоне от единицы до 0,2.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ) в рамках конкурса 2026 года на проведение фундаментальных и прикладных научных исследований (НИР/НИОКР) научными коллективами организаций-членов и стратегических партнеров Отраслевого консорциума «Строительство и архитектура» (договор № ПГУАС/К-26 от 12.05.2026) в целях исполнения Программы развития НИУ МГСУ на 2025-2036 годы в рамках реализации Программы стратегического академического лидерства «Приоритет-2030».

References

- [1] W. Nsengiyumva et al., "Sensing and Nondestructive Testing Applications of Terahertz Spectroscopy and Imaging Systems: State-of-the-Art and State-of-the-Practice," in IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 72, pp. 1-83, 2023, Art no. 4507483, doi: 10.1109/TIM.2023.3318676
- [2] Kharitonov SI et al. Optimization, fabrication and characterization of a binary subwavelength cylindrical lens for the terahertz range. Computer Optics 2023; 47(1): 62-67. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1194
- [3] Gezimati M, Singh G. Terahertz imaging and sensing for healthcare: current status and future perspectives. IEEE Access. 2023; 11:18590-18619. DOI:10.1109/ACCESS.2023.3247196
- [4] Sweeney DW, Sommargren GE. Harmonic diffractive lenses. Appl Opt. 1995;34(14):2469-2475
- [5] Kharitonov SI, Volotovskiy SG, Khonina SN. Geometric-optical calculation of the focal spot of a harmonic diffractive lens. Comput Opt. 2016;40(3):331-337. DOI:10.18287/2412-6179-2016-40-3-331-337
- [6] Greisukh GI, Danilov VA, Stepanov SA, Antonov AI, Usievich BA. Harmonic kinoform lens: diffraction efficiency and chromatism. Opt Spectrosc. 2018;125(2):232-237. DOI:10.1134/S0030400X18080088
- [7] Slyusarev GG. Optical systems with phase layers [in Russian]. Dokl Akad Nauk SSSR. 1957;113(4):780-783.

- [8] Greisukh GI, Bobrov ST, Stepanov SA. Optics of Diffractive and Gradient-Index Elements and Systems. Bellingham, WA: SPIE Press; 1997.
- [9] McCarthy PW. Gradient-Index Materials, Design, and Metrology for Broadband Imaging Systems [PhD thesis]. Rochester, NY: University of Rochester; 2015.
- [10] Kropotov GI, Popov DA, Tsypishka DI, Shakhmin AA. Optics for Terahertz Applications. Photonics. 2025;19(5): 1-13.

Сведения об авторах

Грейсух Григорий Исаевич, 1943 года рождения. В 1965 году окончил Пензенский политехнический институт по специальности «Радиотехника». Заслуженный работник высшей школы РФ, доктор технических наук (1990 год), профессор. Работает заведующим кафедрой Физики и Химии Пензенского государственного университета архитектуры и строительства. Является почётным членом Российского оптического общества им. Д.С. Рождественского. Г.И. Грейсух – специалист в области расчёта оптических систем, дифракционной и градиентной оптики. В списке научных работ Г.И. Грейсуха более 270 статей, 3 монографии, 9 авторских свидетельств и 2 патента. E-mail: grey@pguas.ru

Захаров Олег Александрович, 1978 года рождения. В 2001 году окончил Пензенский государственный педагогический университет им. В.Г. Белинского по специальности «Учитель физики и математики». Кандидат технических наук (2006 год), доцент. Работает доцентом кафедры Физика и химия Пензенского государственного университета архитектуры и строительства. О.А. Захаров – специалист в области расчёта оптических систем, дифракционной и градиентной оптики. В списке научных работ О.А. Захарова более 50 статей, 1 монография, 4 патента. E-mail: zakh@pguas.ru

Кашинцева Валентина Львовна, 1954 года рождения. В 1978 году окончила физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова по специальности «Физика». Кандидат физико-математических наук (1993 год), доцент. Работает доцентом кафедры общей и прикладной физики Национального исследовательского Московского государственного строительного университета. В.Л. Кашинцева – специалист по исследованию структуры и свойств материалов, обладающих высокой проводимостью, свойств композитных материалов. В списке научных работ В.Л. Кашинцевой более 150 статей. E-mail: Kashintseva_v@mail.ru

Модестов Константин Анатольевич, 1981 года рождения. В 2004 году окончил специалитет физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова по специальности «Физика». Работает старшим преподавателем кафедры общей и прикладной физики Национального исследовательского Московского государственного строительного университета. Область научных интересов: теоретическая и математическая физика, теория поля, волновые процессы и др. В списке научных работ более 50 статей, более 25 докладов на конференциях и 4 свидетельства о регистрации программ для ЭВМ. E-mail: ModestovKA@mgsu.ru

Поступила в редакцию 30 апреля 2026 г.



Окончательный вариант – 19 июня 2026 г.

Chromatic focal shift and resolving power of harmonic kinoform lenses in the terahertz range

G.I. Greisukh¹, O.A. Zakharov¹, V.L. Kashintseva², K.A. Modestov²

¹ Penza State University of Architecture and Construction, Germana Titova St., 28, Penza, 440028, Russia;

² Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Yaroslavskoye highway, 26, Moscow, 129337, Russia

Abstract

This article presents formulas for calculating the optical power of a harmonic kinoform lens at an arbitrary wavelength, taking into account the dispersion of the optical material of the microstructure. These formulas are used to obtain dispersion coefficients related to various spectral ranges. It is shown that the dispersion coefficients reliably estimate chromatic focal shift only in specific spectral ranges near the wavelengths of maximum diffraction efficiency.

The spatial resolution of a harmonic kinoform lens is estimated in this article using the geometric optics approximation and taking into account that at any intermediate wavelength lying between the wavelengths of unit diffraction efficiency, the primary and secondary images formed in two adjacent diffraction orders are superimposed. The structures of images formed by a harmonic kinoform lens in polychromatic radiation with different spectra are compared, and the dependence of spatial resolution on the radiation parameters and the design parameters of the lens itself is demonstrated.

It is shown that the resolution in each spectral interval between wavelengths with unit diffraction efficiency decreases from the diffraction-limited to equal diameters of the beam patterns of the primary and secondary images of an on-axis point source. Moreover, the contrast with which point sources are resolved varies from unity to 0.2 depending on the wavelength.

These results will enable the most efficient use of harmonic lenses for focusing and collimating beams of broadband terahertz radiation.

Keywords: harmonic kinoform lens, terahertz range, focusing properties, chromatic aberration, spatial resolution.

Citation: Greisukh GI, Zakharov OA, Kashintseva VL, Modestov KA. Chromatic focal shift and resolving power of harmonic kinoform lenses in the terahertz range. *Computer Optics*. 2026; 50(4): 2032. DOI: 10.18287/COJ2032.

Acknowledgements: The research was carried out with the financial support of the National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU) as part of the 2026 competition for fundamental and applied scientific research (R&D) by scientific teams of member organizations and strategic partners of the Industry Consortium "Construction and Architecture" (contract No. PGUAC/K-26 dated 05/12/2026) in order to implement the MGSU National Research University Development Program for 2025-2036 as part of the Strategic Academic Leadership Program "Priority 2030".

About authors

Grigoriy Isaevitch Greisukh (b. 1943) graduated (1965) from Penza Polytechnical Institute, majoring in Radio Engineering. He is the deserved worker of Russian Higher School. He received his Doctor in Technical (1990) degrees from the Leningrad Institute of Precision Mechanics and Optics. He is chief of the Physics and Chemistry department of the Penza State University of Architecture and Construction. G.I. Greisukh is D. S. Rozhdestvensky Optical Society member. His current research interests include design of optical system, diffractive and gradient-index optics. He is co-author of 250 scientific papers, 3 monographs, and 9 inventions. E-mail: grey@pguas.ru

Oleg Alexandrovich Zakharov (b. 1978) graduated (2001) from Penza State Pedagogical University named after V.G. Belinsky, majoring in "Physics and Mathematics Teacher." He received his Candidate of Technical Sciences (2006) degree. He is an Associate Professor and works as an Associate Professor at the Physics and Chemistry department of the Penza State University of Architecture and Construction. O.A. Zakharov's current research interests include design of optical systems, diffractive and gradient-index optics. He is the author of more than 50 scientific papers, 1 monograph, and 4 patents. E-mail: zakh@pguas.ru

Valentina Lvovna Kashintseva (b. 1954) graduated (1978) from the Faculty of Physics of Moscow State University named after M.V. Lomonosov, majoring in "Physics." She received her Candidate of Physical and Mathematical Sciences (1993) degree. She is an Associate Professor and works as an Associate Professor at the General and Applied Physics department of the Moscow State University of Civil Engineering (National Research University). V.L. Kashintseva's

current research interests include the study of the structure and properties of materials with high conductivity and the properties of composite materials. She is the author of more than 150 scientific papers. E-mail: Kashintseva_v@mail.ru

Konstantin Anatolyevich Modestov (b. 1981) graduated (2004) from the Faculty of Physics of Moscow State University named after M.V. Lomonosov, majoring in "Physics." He works as a Senior Lecturer at the General and Applied Physics department of the Moscow State University of Civil Engineering (National Research University). K.A. Modestov's current research interests include theoretical and mathematical physics, field theory, wave processes, and others. He is the author of more than 50 scientific papers, more than 25 conference reports, and 4 certificates of registration for computer programs. E-mail: ModestovKA@mgsu.ru

Received April 30, 2026. The final version – June 19, 2026.
