РАСЧЕТ ВЕКТОРНЫХ МОД ОПТИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА

Котляр В.В, Шуюпова Я.О.
Институт систем обработки изображений РАН,
Самарский государственный аэрокосмический университет

Аннотация

В работе рассмотрен метод расчета собственных электромагнитных мод волноводов, основанный на методе согласованных синусоидальных мод. Соответствующее программное обеспечение, разработанное в среде MathLab, применено для расчета мод слабонаправляющего волокна со ступенчатым профилем показателя преломления.

Введение

Существует множество различных методов расчета собственных мод волноводов, но далеко не все из них могут обеспечить полностью векторный анализ [1-6], многие ограничиваются лишь приближенными результатами в рамках скалярной теории. Тем не менее, в литературе не однократно подчеркивалась необходимость именно векторного подхода к исследованию, например, таких сложных, но перспективных структур как фотонные волноводы.

Задачей настоящего исследования были реализация и апробирование векторного подхода метода согласованных синусоидальных мод, основанного на представлении каждой из компонент электромагнитного поля моды в виде суперпозиции гармонических функций, представляющих собой локальные моды однородных областей сечения.

Достоинство выбранного метода по сравнению с методами, основанными на конечно-разностном подходе [5, 6], состоит в том, что он позволяет получать в качестве результата непрерывные функции, также, как и метод [4], использующий функции Грина. Но подход, рассмотренный в работе [4] в силу своих особенностей может быть применен лишь к круглым волокнам, тогда как метод согласованных синусоидальных мод [1-3] - к волноводам с произвольным сечением.

Данная работа является логическим продолжением работы [1], в которой рассматривался скалярный случай. Также как в [1] здесь справедливы предположения о возможности разбиения сечения волновода на конечное число строк и столбцов, таким образом, что ни одна ячейка этого разбиения не содержала бы неоднородностей. На границах сечения предполагается наличие так называемых электрических или магнитных «стенок», определяющих граничные условия задачи. Основываясь на этих допущениях, строится алгоритм численного расчета констант распространения мод и построения функций их электрических и магнитных компонент.

Отличия векторного описания мод оптического волновода от скалярного

Принципиальное отличие векторного случая от скалярного в рамках метода согласованных синусоидальных мод состоит в том, что необходимо рассматривать локальные моды двух различных поляризаций – ТЕ и ТМ, поскольку обе они вносят свой вклад в формирование гибридной моды волновода, выражение для которой принимает вид:

$$F^{(m)}(x,y)=\sum_{p=e,h}\sum_{k=1}^{\infty}[u_{pk}^{(m)}(x)F_{spk}^{(m)}(y)+\dot{u}_{pk}^{(m)}(x)F_{apk}^{(m)}(y)], \quad (1)$$

где F представляет собой любую из электрических или магнитных компонент поля моды, а внешняя сумма соответствует суммированию по поляризациям: ТЕ- $p=h$, ТМ- $p=e$. Обычно, ТМ-поляризация характеризуется отсутствием продольной составляющей электрического поля $E_z=0$, а ТЕ-поляризация – отсутствуем магнитной составляющей $B_z=0$. В отечественной литературе – наоборот. Рассмотрим подробнее локальные моды, входящие в выражение (1). Локальная $x-$ мода, имеет вид:

$$u_{pk}^{(m)}(x)=\left(\frac{k_0}{k_{pk}^{(m)}}\right)^2 u_{spk}^{(m,l)}\cos[k_{xpk}^{(m)}(x-x^{(m)})]+\frac{u_{apk}^{(m,l)}}{k_{xpk}^{(m)}}\sin[k_{xpk}^{(m)}(x-x^{(m)})], \quad (2)$$

здесь учитывается поляризация, и, в отличие от скалярного случая, введен множитель $\left(\frac{k_0}{k_{pk}^{(m)}}\right)^2$, необходимость которого будет объяснена далее. Величины $F_{sp}^{(m)}$ и $F_{ap}^{(m)}$, входящие в выражение (1), определяются через параметры волновода и локальные $y-$ моды, как показано в таблице 1.

Таким образом, выражение (1) принимает вполне определенную форму для каждой из компонент векторов $\overline{E}(x,y)$ и $c\overline{B}(x,y)$:

$$E_x^{(m)}(x,y)=\sum_{k=1}^{\infty}u_{hk}^{(m)}(x)\frac{k_z}{k_0}\phi_k^{(m)}(y)-\sum_{k=1}^{\infty}\dot{u}_{ek}^{(m)}(x)\frac{\dot{\psi}_k^{(m)}(y)}{k_o^2\varepsilon^{(m)}(y)}, \quad (3а)$$

$$E_y^{(m)}(x,y)=-\sum_{k=1}^{\infty}u_{ek}^{(m)}(x)\left(\frac{k_{ek}^{(m)}}{k_o}\right)^2\frac{\psi_k^{(m)}(y)}{\varepsilon^{(m)}(y)}, \quad (3б)$$

$$E_z^{(m)}(x,y)=-\sum_{k=1}^{\infty}\dot{u}_{hk}^{(m)}(x)\frac{i\phi_k^{(m)}(y)}{k_0}+\sum_{k=1}^{\infty}u_{ek}^{(m)}(x)\frac{ik_z}{k_0^2}\frac{\dot{\psi}_k^{(m)}}{\varepsilon^{(m)}(y)}, \quad (3в)$$

$$cB_x^{(m)}(x,y)=\sum_{k=1}^{\infty}\dot{u}_{hk}^{(m)}(x)\frac{\dot{\phi}_k^{(m)}(y)}{k_0^2}+\sum_{k=1}^{\infty}u_{ek}^{(m)}(x)\frac{k_z}{k_o}\psi_k^{(m)}(y), \quad (3г)$$

$$cB_y^{(m)}(x,y)=\sum_{k=1}^{\infty}u_{hk}^{(m)}(x)\left(\frac{k_{hk}^{(m)}}{k_0}\right)^2\phi_k^{(m)}(y), \qquad (3д)$$

$$cB_z^{(m)}(x,y)=-\sum_{k=1}^{\infty}u_{hk}^{(m)}(x)\frac{ik_z}{k_0^2}\dot{\phi}_k^{(m)}(y)-\sum_{k=1}^{\infty}\dot{u}_{ek}^{(m)}(x)\frac{i\psi_k^{(m)}(y)}{k_0}. \qquad (3е)$$

Таблица 1. Симметричные и антисимметричные y -компоненты поля, выраженные через локальные моды

	ТЕ		ТМ	
F	$F_{sh}^{(m)}$	$F_{ah}^{(m)}$	$F_{se}^{(m)}$	$F_{ae}^{(m)}$
E_x	$\left(\frac{k_z}{k_0}\right)\phi^{(m)}(y)$	0	0	$-\frac{\dot{\psi}^{(m)}(y)}{k_0^2\varepsilon^{(m)}(y)}$
E_y	0	0	$-\left(\frac{k_{ek}^{(m)}}{k_0}\right)^2\frac{\psi^{(m)}(y)}{\varepsilon^{(m)}(y)}$	
E_z	0	$-\frac{i\phi^{(m)}(y)}{k_0}$	$\left(\frac{ik_z}{k_0^2}\right)\frac{\dot{\psi}^{(m)}(y)}{\varepsilon^{(m)}(y)}$	0
cB_x	0	$\frac{\dot{\phi}(y)}{k_0^2}$	$\left(\frac{k_z}{k_0}\right)\psi^{(m)}(y)$	0
cB_y	$\left(\frac{k_{hk}^{(m)}}{k_0}\right)^2\phi^{(m)}(y)$	0	0	0

Это гибридные моды, из которых нетрудно получить по отдельности ТЕ- и ТМ-моды.

В таблице 1 и выражениях (3) $\phi(y)$ – рассмотренные подробно в скалярном случае [1] локальные y - моды, в данном контексте соответствующие ТЕ-поляризации, что означает абсолютную идентичность выкладок для этих мод с выкладками, проведенными для скалярного случая. Моды $\psi(y)$, представляющие ТМ-поляризацию, имеют следующий вид в столбце m разбиения:

$$\psi(y)=\psi_s^{(n,l)}\cos[k_y^{(n)}(y-y^{(n)})]+\frac{\psi_a^{(n,l)}}{k_y^{(n)}}\sin[k_y^{(n)}(y-y^{(n)})]. \quad (4)$$

Здесь величины $\psi_s^{(n,l)}$ и $\psi_a^{(n,l)}$ – неизвестные, подлежащие определению значения функции и производной локальной y - моды соответственно на границах разделения однородных областей (ячеек). Для них справедливы соотношения:

$$\psi_s^{(n,r)}=\psi_s^{(n+1,l)}, \qquad (5)$$

$$\frac{\psi_a^{(n,r)}}{\varepsilon^{(n)}}=\frac{\psi_a^{(n+1,l)}}{\varepsilon^{(n+1)}}. \qquad (6)$$

Для мод $\psi(y)$ матричные равенства, вытекающие из требования их непрерывности (5) и условия (6), налагаемого на их производные, имеют форму:

$$\begin{bmatrix}\psi_s^{(n',r)}\\ \psi_a^{(n',r)}\end{bmatrix}=P^{(n')}W^{(n')}P^{(n'-1)}W^{(n'-1)}\ldots W^{(2)}P^{1}\begin{bmatrix}\psi_s^{(1,l)}\\ \psi_a^{(1,l)}\end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix}\psi_s^{(n'+1,l)}\\ \psi_a^{(n'+1,l)}\end{bmatrix}=Q^{(n'+1)}V^{(n'+1)}Q^{(n'+2)}V^{(n'+2)}\ldots V^{(N-1)}Q^{(N)}\begin{bmatrix}\psi_s^{(N,r)}\\ \psi_a^{(N,r)}\end{bmatrix}. \quad (8)$$

Здесь $P^{(i)}$ и $Q^{(i)}$ также, как в скалярном случае матрицы вида:

$$P^{(i)}=\begin{bmatrix}\cos[k_y^{(i)}d^{(i)}] & \sin[k_y^{(i)}d^{(i)}]/k_y^{(i)}\\ -\sin[k_y^{(i)}d^{(i)}]k_y^{(i)} & \cos[k_y^{(i)}d^{(i)}]\end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$Q^{(i)}=\begin{bmatrix}\cos[k_y^{(i)}d^{(i)}] & -\sin[k_y^{(i)}d^{(i)}]/k_y^{(i)}\\ \sin[k_y^{(i)}d^{(i)}]k_y^{(i)} & \cos[k_y^{(i)}d^{(i)}]\end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$W^{(i+1)}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & \frac{\varepsilon^{(i+1)}}{\varepsilon^{(i)}}\end{bmatrix},\ i=\overline{1,N-1}. \quad (11)$$

$$V^{(i)}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & \frac{\varepsilon^{(i)}}{\varepsilon^{(i+1)}}\end{bmatrix},\ i=\overline{1,N-1}. \quad (12)$$

Очевидно, что матрицы $W^{(i+1)}$ и $V^{(i)}$ являются взаимно обратными и зависят исключительно от диэлектрической структуры сечения волновода. Соотношения (7) и (8) также, как их аналоги для ТЕ-поляризации, используются для расчета величин, входящих в характеристическое уравнение относительно k_k^2:

$$\varepsilon^{(n')}\psi_s^{(n',r)}\psi_a^{(n'+1,l)}-\varepsilon^{(n'+1)}\psi_a^{(n',r)}\psi_s^{(n'+1,l)}=0. \quad (13)$$

Не вызывает сомнений факт, что корни характеристических уравнений для различных поляризаций различны, поэтому необходимо ввести соответствующие обозначения, во избежание путаницы. Пусть k_{hk}^2 – набор решений уравнения соответствующий ТЕ-случаю, а k_{ek}^2 – решения уравнения (13), описывающие локальные ТМ-моды.

Также незначительные изменения для локальных ТМ мод необходимо внести в формулу для расчета интеграла нормировки:

$$\frac{1}{y^{(N+1)}-y^{(1)}}\int_{y^{(1)}}^{y^{(N+1)}}\frac{\psi^2(y)}{\varepsilon(y)}dy=1. \qquad (14)$$

Таким образом, при расчете векторных полей задача усложняется ровно вдвое. Теперь алгоритм отыскания локальных y - мод представляется следующим:

- для каждого столбца сечения необходимо найти K корней k_{hk}^2 характеристического уравнения, определяющих моды $\phi(y)$ при определенных граничных условиях (электрические или магнитные стенки),

- затем рассчитать константы $\phi_s^{(n,l)}$, $\phi_a^{(n,l)}$, $\phi_s^{(n,r)}$, $\phi_a^{(n,r)}$, исходя из условия нормировки, чтобы окончательно сформировать K y - мод, соответствующих случаю ТЕ-поляризации;

- для каждого столбца сечения необходимо найти ровно столько же K корней k_{ek}^2 уравнения (13), определяющих моды $\psi(y)$ с граничными условиями противоположными ТЕ-случаю. То есть, если для мод $\phi(y)$ использовались граничные условия, соответствующие электрическим стенкам, то для $\psi(y)$ нужно использовать магнитные стенки и наоборот;

- далее рассчитать константы $\psi_s^{(n,l)}$, $\psi_a^{(n,l)}$, $\psi_s^{(n,r)}$, $\psi_a^{(n,r)}$, исходя из условия нормировки (14), чтобы окончательно сформировать K y - мод вида (4), соответствующих случаю ТМ-поляризации.

Существенной модификации требует и алгоритм поиска констант распространения и собственно «сшивки» локальных мод в непрерывные функции, описывающие компоненты векторного поля. Для x - локальных мод обеих поляризаций справедливы выражения:

$$U_{ap}^{(m,l)}=-T_p^{(m)}U_{sp}^{(m,l)}+S_p^{(m)}U_{sp}^{(m,r)}, \qquad (15а)$$

$$U_{ap}^{(m,r)}=-S_p^{(m)}U_{sp}^{(m,l)}+T_p^{(m)}U_{sp}^{(m,r)}. \qquad (15б)$$

Здесь $T_p^{(m)}$ и $S_p^{(m)}$ – диагональные матрицы, содержащие следующие элементы:

$$T_{pkk}^{(m)}=(k_0/k_{pk}^{(m)})^2k_{xpk}^{(m)}/tan(k_{xpk}^{(m)}d_x^{(m)}), \qquad (16а)$$

$$S_{pkk}^{(m)}=(k_0/k_{pk}^{(m)})^2k_{xpk}^{(m)}/sin(k_{xpk}^{(m)}d_x^{(m)}). \qquad (16б)$$

Равенства, связывающие значения локальных x-мод обеих поляризаций из соседних столбцов и их производные, приведены ниже:

$$U_{sh}^{(m,r)}=O_{hh}^{(m,m+1)}U_{sh}^{(m+1,l)}, \qquad (17а)$$

$$U_{ah}^{(m,r)}=O_{hh}^{(m,m+1)}U_{ah}^{(m+1,l)}-k_zO_{he}^{(m,m+1)}U_{se}^{(m+1,l)}, \qquad (17б)$$

$$U_{se}^{(m,r)}=O_{ee}^{(m,m+1)}U_{se}^{(m+1,l)}, \qquad (17в)$$

$$U_{ae}^{(m,r)}=O_{ee}^{(m+1,m)}U_{ae}^{(m+1,l)}+k_zO_{he}^{(m+1,m)}U_{sh}^{(m+1,l)}, \qquad (17г)$$

где матрицы $O_{hh}^{(m,m')}, O_{ee}^{(m,m')}$ и $O_{he}^{(m,m')}$ имеют следующие элементы:

$$O_{hhkp}^{(m,m')}=<\phi_k^{(m)}\,|\,\phi_p^{(m')}>, \qquad (18а)$$

$$O_{eekp}^{(m,m')}=<\psi_k^{(m)}\,|\,\psi_p^{(m')}/\varepsilon^{(m')}(y)>, \qquad (18б)$$

$$O_{hekp}^{(m,m')}=<\dot{\phi}_k^{(m)}\,|\,\psi_p^{(m')}/\varepsilon^{(m')}(y)>/k_{hk}^{(m)2}$$
$$+<\phi_k^{(m)}\,|\,\dot{\psi}_p^{(m')}/\varepsilon^{(m')}(y)>/k_{ep}^{(m')2}. \qquad (18в)$$

Выражение для $<\phi_k\,|\,\phi_p>$ через значения функций и производных на границах слоев (константы $\phi_s^{(n,l)}$, $\phi_a^{(n,l)}$, $\phi_s^{(n,r)}$, $\phi_a^{(n,r)}$) уже определялось ранее, в рамках скалярного подхода [1]. Далее приведем формулы удобные для расчета элементов остальных матриц интегралов перекрытия:

$$<\psi_k\,|\,\psi_p/\varepsilon(y)>=$$
$$\sum_{n=1}^{N}\frac{(\psi_{sk}^{(n,r)}\psi_{ap}^{(n,r)}-\psi_{ak}^{(n,r)}\psi_{sp}^{(n,r)}-\psi_{sk}^{(n,l)}\psi_{ap}^{(n,l)}+\psi_{ak}^{(n,l)}\psi_{sp}^{(n,l)})}{\varepsilon^{(n)}(k_{kk}^2-k_{kp}^2)}, \qquad (19)$$

$$<\dot{\phi}_k\,|\,\psi_p/\varepsilon(y)>=$$
$$\sum_{n=1}^{N}\frac{(-\phi_{ak}^{(n,l)}\psi_{ap}^{(n,l)}-k_{kk}^2\phi_{sk}^{(n,l)}\psi_{sp}^{(n,l)}+\phi_{ak}^{(n,r)}\psi_{ap}^{(n,r)}+k_{kk}^2\phi_{sk}^{(n,r)}\psi_{sp}^{(n,r)})}{\varepsilon^{(n)}(k_{kk}^2-k_{kp}^2)}, \qquad (20)$$

$$<\phi_k\,|\,\dot{\psi}_p/\varepsilon(y)>=$$
$$\sum_{n=1}^{N}\frac{(-\phi_{ak}^{(n,l)}\psi_{ap}^{(n,l)}-k_{kp}^2\phi_{sk}^{(n,l)}\psi_{sp}^{(n,l)}+\phi_{ak}^{(n,r)}\psi_{ap}^{(n,r)}+k_{kp}^2\phi_{sk}^{(n,r)}\psi_{sp}^{(n,r)})}{\varepsilon^{(n)}(k_{kk}^2-k_{kp}^2)}. \qquad (21)$$

Нужно отметить, что введение множителя $\left(\frac{k_0}{k_{pk}^{(m)}}\right)^2$, отличающего выражение для x - мод в векторном случае от скалярного аналога, позволяет, сохранить простое выражения для нормировки (14) локальных y - мод ТМ - поляризации и получать выражения для элементов матриц $O_{hhkp}^{(m,m')}$ и $O_{eekp}^{(m,m')}$, которые не зависят от корней характеристических уравнений k_{pk}^2.

Аналогично задаче отыскания констант распространения для скалярного случая, можно сформулировать задачу решения однородной алгебраической системы уравнений:

$$\Xi(k_z)U=0, \qquad (22)$$

где матрица $\Xi(k_z)$ имеет ленточную структуру и зависит от параметра k_z:

$$\Xi(k_z)=\begin{bmatrix} A_h^{(2)} & C_h^{(2)} & B_h^2 & O & O & O & O & O & O & O \\ C_e^{(2)} & A_e^{(2)} & O & B_e^{(2)} & O & O & O & O & O & O \\ D_h^{(3)} & O & A_h^{(3)} & C_h^{(3)} & B_h^{(3)} & O & O & O & O & O \\ O & D_e^{(3)} & C_e^{(3)} & A_e^{(3)} & O & B_e^{(3)} & O & O & O & O \\ & & & \ddots & & & O & O & O & O \\ O & O & O & O & O & O & D_h^{(M)} & O & A_h^{(M)} & C_h^{(M)} \\ O & O & O & O & O & O & O & D_e^{(M)} & C_e^{(M)} & A_e^{(M)} \end{bmatrix}. \qquad (23)$$

Компоненты блочной матрицы $\Xi(k_z)$, выражаются через уже определенные матрицы интегралов перекрытия и диагональные матрицы $T_p^{(m)}$ и $S_p^{(m)}$.

$$A_h^{(m)} = O_{hh}^{(m,m-1)} T_h^{(m-1)} O_{hh}^{(m-1,m)} + T_h^{(m)}, \qquad (24а)$$

$$A_e^{(m)} = O_{ee}^{(m-1,m)T} T_e^{(m-1)} O_{ee}^{(m-1,m)} + T_e^{(m)}, \qquad (24б)$$

в случае магнитных стенок выражения для $A_p^{(2)}$ и $A_p^{(M)}$ отличаются от общей схемы:

$$A_h^{(2)} = O_{hh}^{(2,1)} (T_h^{(1)} - S_h^{(1)} (T_h^{(1)})^{-1} S_h^{(1)}) O_{hh}^{(1,2)} + T_h^{(2)}, \qquad (24в)$$

$$A_e^{(2)} = O_{ee}^{(1,2)T} (T_e^{(1)} - S_e^{(1)} (T_e^{(1)})^{-1} S_e^{(1)}) O_{ee}^{(1,2)} + T_e^{(2)}, \qquad (24г)$$

$$A_h^{(M)} = O_{hh}^{(M,M-1)} T_h^{(M-1)} O_{hh}^{(M-1,M)} + T_h^{(M)} - S_h^{(M)} (T_h^{(M)})^{-1} S_h^{(M)}, \qquad (24д)$$

$$A_e^{(M)} = O_{ee}^{(M-1,M)T} T_e^{(M-1)} O_{ee}^{(M-1,M)} + T_e^{(M)} - S_e^{(M)} (T_e^{(M)})^{-1} S_e^{(M)}, \qquad (24ж)$$

$$B_h^{(m)} = -S_h^{(m)} O_{hh}^{(m,m+1)}, \qquad (24е)$$

$$B_e^{(m)} = -S_e^{(m)} O_{ee}^{(m,m+1)}, \qquad (24з)$$

$$C_h^{(m)} = k_z O_{hh}^{(m,m-1)} O_{he}^{(m-1,m)}, \qquad (24к)$$

$$C_e^{(m)} = -k_z O_{ee}^{(m-1,m)T} O_{he}^{(m,m-1)T}, \qquad (24л)$$

$$D_h^{(m)} = -O_{hh}^{(m,m-1)} S_h^{(m-1)}, \qquad (24м)$$

$$D_e^{(m)} = -O_{ee}^{(m-1,m)T} S_e^{(m-1)}. \qquad (24н)$$

В выражениях (24) индекс m изменяется в диапазоне $\overline{2, M}$.

В свою очередь вектор U в (22), также содержит значения на границах локальных мод как TE, так и TM - поляризации.

$$U = \begin{bmatrix} U_{sh}^{(2,l)} \\ U_{se}^{(2,l)} \\ U_{sh}^{(3,l)} \\ U_{se}^{(3,l)} \\ \\ U_{sh}^{(M,l)} \\ U_{se}^{(M,l)} \end{bmatrix}. \qquad (25)$$

Задача (22) решается тем же самым способом, который был предложен для скалярного случая в работе [1]. В результате, после получения константы распространения и доопределения локальных x - мод, из полученного набора функций по формулам (3) рассчитываются компоненты векторного поля E_x, E_y, E_z, cB_x, cB_y и cB_z.

Расчет векторным методом основной моды слабонаправляющего оптического волновода

Алгоритм расчета векторных мод волноводов, основанный на методе согласованных синусоидальных мод, был реализован с помощью пакета Matlab 6.0.

В качестве тестового примера для проверки работоспособности программной реализации использовалась модель слабонаправляющего круглого волокна с показателем преломления в сердечнике $n_{co} = 1,47$ и $n_{cl} = 1,463$ – в оболочке. Структура сечения данной модели изображена на рис. 1.

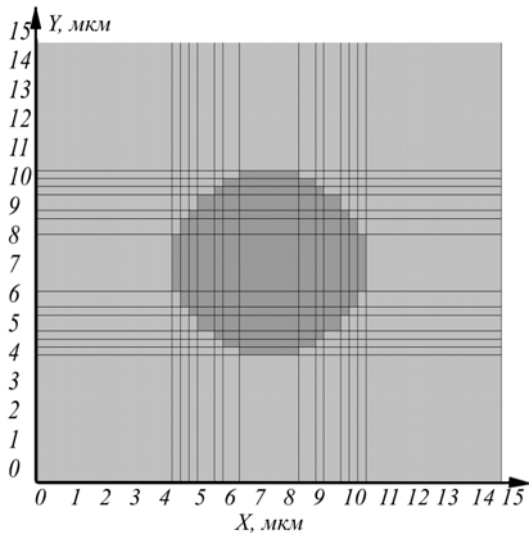


Рис. 1. Модель поперечного сечения круглого слабонаправляющего волновода, темно-серым цветом показаны области со значением показателя преломления $n_{co} = 1,47$, светло-серым – с $n_{cl} = 1,463$

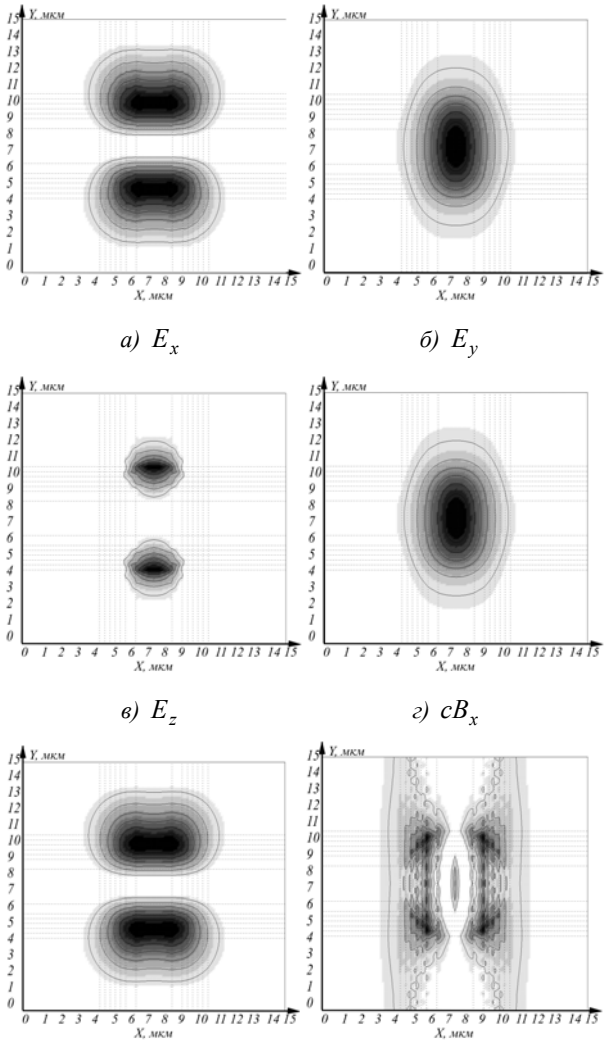
Для длины волны излучения $\lambda_0 = 1,3$ мкм был произведен расчет всех шести компонент электромагнитного поля основной моды, которая представляет наибольший интерес в силу того что, исследуемая модель являет собой образец одномодового волокна, поскольку условие многомодовости

$$V = \frac{2\pi\rho\sqrt{n_{co}^2 + n_{cl}^2}}{\lambda_0} >> 1 \qquad (26)$$

не выполняется. Здесь ρ – характерный размер сердечника (радиус) равный в данном случае 3 мкм.

$$V = \frac{2\pi\sqrt{1,47^2 + 1,463^2} \cdot 3мкм}{1,3мкм} \approx 2,078 .$$

На рис. 2 показаны распределения интенсивности рассчитанных компонент.



а) E_x *б)* E_y

в) E_z *г)* cB_x

д) cB_y *е)* cB_z

Рис. 2. Распределения интенсивности соответствующих электрических и магнитных компонент основной моды волокна с индексом $\frac{k_z}{k_0} = 1,4642$

Поскольку, как видно из формул (3), компоненты E_z и cB_z чисто мнимые, то соответствующие им графики распределения интенсивности были инвертированы, то есть наиболее темному цвету соответствует наименьшее (отрицательное) значение интенсивности, в отличие от графиков остальных компонент, где значение интенсивности всюду положительно.

Оценить масштаб каждой из составляющих помогает таблица интегралов от функции интенсивности по области сечения S:

$$I(F) = \int_S |F(x,y)|^2 \, dxdy. \qquad (27)$$

Таблица 2. Значения интегралов от функции интенсивности компонент основной моды

F	$I(F)$
E_x	0,3568
E_y	4,4577
E_z	-0,0021
cB_x	9,5642
cB_y	0,7679
cB_z	-0,0102

Как следует из таблицы 2, наибольший вес имеет компонента cB_x, тогда как обе продольные компоненты E_z и cB_z очень малы.

Полученные функции, описывающие поле основной моды, также подверглись проверке на удовлетворение уравнениям Максвелла:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial y} E_z + ik_z E_y = -ik_0 cB_x \\ \frac{\partial}{\partial x} E_z + ik_z E_x = ik_0 cB_y \\ \frac{\partial}{\partial x} E_y + \frac{\partial}{\partial y} E_x = -ik_0 cB_z \end{cases},$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial y} B_z + ik_z B_y = ik_0 \varepsilon\varepsilon_0 \mu_0 c^2 E_x \\ \frac{\partial}{\partial x} B_z + ik_z B_x = -ik_0 \varepsilon\varepsilon_0 \mu_0 c^2 E_y \\ \frac{\partial}{\partial x} B_y + \frac{\partial}{\partial y} B_x = ik_0 \varepsilon\varepsilon_0 \mu_0 c^2 E_z \end{cases},$$

$$\frac{\partial}{\partial x} cB_x + \frac{\partial}{\partial y} cB_y - ik_z cB_z = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x} E_x + \frac{\partial}{\partial y} E_y - ik_z E_z = 0 .$$

Среднеквадратическое отклонение между левыми и правыми частями уравнений при подстановке в них рассчитанных компонент составило незначительную величину:

$$СКО(RotE = -ik_0 cB) = \begin{cases} 0.0005 \\ 0.0017 \\ 0.0064 \end{cases},$$

$$СКО(RotB = ik_0 \varepsilon\varepsilon_0 \mu_0 c^2 E) = \begin{cases} 0.0004 \\ 0.0074 \\ 0.0053 \end{cases},$$

$$СКО(DivB = 0) = 0.0094 ,$$

$$СКО(DivE = 0) = 0.0046 .$$

Следовательно, компоненты, полученные с помощью векторного метода согласованных синусоидальных мод, удовлетворяют уравнениям Максвелла

с точностью 0,01, то есть рассчитаны верно. Нарушение же радиальной симметрии компонент можно считать следствием использования граничных условий, налагаемых по прямоугольному контуру.

Заключение

В настоящей работе был рассмотрен векторный случай метода согласованных синусоидальных мод, его программная реализация применялась для расчета основной векторной моды круглого слабонаправляющего волокна. Проверка полученного результата с помощью подстановки его в уравнения Максвелла подтвердила правильность расчетов.

Благодарности

Работа выполнена в рамках российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (BRHE), а также поддержана президентским грантом РФ НШ-1007.2003.01.

Литература

1. Котляр В.В., Шуюпова Я.О. Расчет пространственных мод оптических волноводов с неоднородным поперечным сечением методом согласованных синусоидальных мод // Компьютерная оптика, 2003. №. 25. P. 41-48.
2. Sudbo A.S. Film mode matching: a versatile method for mode film calculations in dielectric waveguides // Pure Appl. Opt., 1993. V. 2. P. 211-233.
3. Sudbo A.S. Improved formulation of the film mode matching method for mode film calculations in dielectric waveguides // Pure Appl. Opt., 1994. V. 3. P. 381-388.
4. Stagira S. Full vectorial analysis of cylindrical waveguides using Green functions. // Optics Communications, 2003. № 225. P. 281-291.
5. Lusse P., Stuwe P., Schule J., Unger H. Analysis of vectorial mode fields in optical waveguides by a new finite difference method // J. Lighhtwave Techn., 1994. V. 12. N. 3. P. 487-493.
6. Hadley G.R., Smith R.E. Full-vector waveguide modeling using an iterative finite-difference method with transparent boundary conditions // J. Lighhtwave Techn., 1995. V. 13. N. 3. P. 465-469.
7. Rogge U., Pregla R. Method of lines for the analysis of dielectric waveguides // J. Lightwave Techn., 1993. V. 11. P. 2015-2020.
8. Sztefka G., Nogling H.P. Bidirectional eigenmode propagation for large refractive index steps // IEEE Photonics Techn. Left., 1993. V. 5. P. 554-557.
9. Rahman B.M.A., Davies J.B. Finite-Elements Solution of integrated optical waveguides // J. Lightwave Techn., 1984. V. 2. P. 682-687.
10. Koshiba M., Maruyama S., Hirayama K. A vector finite element method with the high-order mixed-interpolation-type triangular elements for optical waveguiding problems // J. Lightwave Techn., 1994. V. 12. N. 3. P. 495-502.
11. Lusse P., Stuwe P., Schule J., Unger H. Analysis of vectorial mode fields in optical waveguides by a new finite difference method // J. Lighhtwave Techn., 1994. V. 12. N. 3. P. 487-493.
12. Hadley G.R., Smith R.E. Full-vector waveguide modeling using an iterative finite-difference method with transparent boundary conditions // J. Lighhtwave Techn., 1995. V. 13. N. 3. P. 465-469.
13. Lin P.-L., Li B.-J. Semivectorial Helmholtz beam propagations by Lanczos reduction // IEEE J. Quant. Electr., 1993. V. 29. N. 8. P. 2385-2389.
14. Lee P.-C., Voges E. Three dimensional semi-vectorial wide-angle beam propagation method // J. Lighhtwave Techn., 1994. V. 12. N. 2. P. 215-224

Calculation of the vector modes of an optical waveguide

V.V.Kotlyar[1,2], Y.O.Shuyupova[2]
[1]Image Processing Systems Institute of RAS
[2]Samara State Aerospace University (SSAU)

Abstract:

The paper considers a method for calculation of eigenmodes of waveguides based on the method of conjugated sinusoidal modes. The corresponding software developed in the MathLab environment is used for the calculation of the modes of a weakly directing step-index fiber.

Keywords: optical waveguide, conjugated sinusoidal modes, MathLab, weakly directing step-index

Acknowledgments: This work was carried out as part of the Russian-American program "Basic Research and Higher Education" (BRHE), and was also supported by the Presidential grant of the Russian Federation NSh-1007.2003.01.

Citation: Kotlyar VV, Shuyupova YO. Calculation of the vector modes of an optical waveguide. Computer Optics 2005; 27: 89-94.

References:

[1] Kotlyar VV, Shuyupova YO. Calculation of the spatial optical waveguide modes with inhomogeneous cross-sections using the sinusoidal mode matching method. Computer Optics 2003; 25: 41-48.
[2] Sudbo ASv. Film mode matching: a versatile method for mode film calculations in dielectric waveguides. Pure Appl Opt 1993; 2(3): 211-233 DOI: 10.1088/0963-9659/2/3/007..
[3] Sudbo ASv. Improved formulation of the film mode matching method for mode film calculations in dielectric waveguides. Pure Appl Opt 1994; 3(3): 381-388. DOI: 10.1088/0963-9659/3/3/021.
[4] Stagira S. Full vectorial analysis of cylindrical waveguides using Green functions. Opt Commun 2003; 225(4-6): 281-291. DOI: 10.1016/j.optcom.2003.08.009.
[5] Lusse P, Stuwe P, Schule J, Unger H. Analysis of vectorial mode fields in optical waveguides by a new finite difference method. J Light Technol 1994; 12(3): 487-494. DOI: 10.1109/50.285331.
[6] Hadley GR, Smith RE. Full-vector waveguide modeling using an iterative finite-difference method with transparent boundary conditions. J Light Technol 1994; 12(3): 487-494. DOI: 10.1109/50.285331.
[7] Rogge U, Pregla R. Method of lines for the analysis of dielectric waveguides. J Light Technol 1993; 11(12): 2015-2020. DOI: 10.1109/50.257964.
[8] Sztefka G, Nogling HP. Bidirectional eigenmode propagation for large refractive index steps. IEEE Photonics Technol Lett 1993; 5(5): 554-557. DOI: 10.1109/68.215279.
[9] Rahman BMA, Davies JB. Finite-Elements Solution of integrated optical waveguides. J Light Technol 1984; 2(5): 682-687. DOI: 10.1109/JLT.1984.1073669.
[10] Koshiba M, Maruyama S, Hirayama K. A vector finite element method with the high-order mixedinterpolation-type triangular elements for optical waveguiding problems. J Light Technol 1994; 12(3): 495-502. DOI: 10.1109/50.285332.
[11] Lusse P, Stuwe P, Schule J, Unger H-G. Analysis of vectorial mode fields in optical waveguides by a new finite difference method. J Light Technol 1994; 12(3): 487-494. DOI: 10.1109/50.285331.
[12] Hadley GR, Smith RE. Full-vector waveguide modeling using an iterative finite-difference method with transparent boundary conditions. J Light Technol 1995; 13(3): 465-469. DOI: 10.1109/50.372444.
[13] Lin P-L, Li B-J. Semivectorial Helmholtz beam propagations by Lanczos reduction. IEEE J Quantum Electron 1993; 29(8): 2385-2389. DOI: 10.1109/3.245570.
[14] Lee P-C, Voges E. Three dimensional semi-vectorial wide-angle beam propagation method. J Light Technol 1994; 12(2): 215-225. DOI: 10.1109/50.350601.