

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА В ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИОННОЙ ОПТИКИ*Стенограмма научного сообщения на совместном семинаре ИСОИ РАН**и Института компьютерных исследований СГАУ 11 апреля 2006 года**В.В. Котляр**Институт систем обработки изображений РАН,**Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева*

Рассмотрены методы численного моделирования задач дифракционной оптики, включающие методы разностного решения систем уравнений Максвелла для задач дифракции электромагнитного излучения на элементах микро-оптики, методы конечных и граничных элементов, модовые методы решения задач дифракции света на периодических структурах типа дифракционных решеток и фотонных кристаллов, а также методы расчета собственных мод оптических волноводов с неоднородной поперечной структурой (фотонных волноводов).

Если характерные размеры препятствия на пути света сравнимы с длиной волны, то для адекватного описания дифракции света на препятствии требуется строго решать задачу, которая, в конечном счете, сводится к решению системы уравнений Максвелла (СУМ). Условно методы решения СУМ можно разделить на три группы методов (слайд 1): разностные методы решения дифференциальных уравнений, модовые методы решения интегральных и дифференциальных уравнений, и метод конечных и граничных элементов для решения интегральных уравнений. Особняком стоит метод решения задач на собственные значения и собственные функции для дифференциальных или интегральных операторов. Перечисленные методы в настоящее время применяются для решения следующих задач оптики: расчета и анализа микрооптики, в том числе микрооптики на алмазных пленках; расчета субволнового антиотражающего покрытия; анализа дифракции света на одномерных и двумерных дифракционных решетках, фотонных кристаллах; расчета градиентной микрооптики, анализ пространственных мод оптических волноводов и волокон, расчета силы и момента силы, действующей на микрообъект со стороны электромагнитного поля.

Наиболее универсальным считается метод разностного решения СУМ (слайд 2). Он применим для анализа дифракции произвольной электромагнитной волны на диэлектрических, металлических и анизотропных микрообъектах. Причем данный метод позволяет промоделировать временную эволюцию электромагнитного импульса в произвольной неоднородной среде. Начиная с 1997 года, в ИСОИ РАН исследования по численному решению СУМ под руководством члена-корреспондента РАН В.А. Соифера проводит к.ф.-м.н. Д.Л. Головашкин. Первоначальная постановка задачи была двумерная: анализ дифракции цилиндрической или плоской волны на диэлектрическом цилиндре неограниченной длины и с произвольным сечением, например, цилиндрическая линза.

История проблемы численного решения СУМ начинается с работы S.K.Yee (1966), в которой была предложена оригинальная разностная схема (слайд 3). Наибольший вклад в исследование по численному решению СУМ, начиная с 1975 года, внес А. Taflov. В статьях западных ученых метод решения СУМ называется – FDTD (finite-difference time-domain). Работы по применению этого метода анализа дифракции на элементах микро-оптики, в том числе дифракционной, начались с 1994 года.

Разностная схема Yee является условно-устойчивой, а корректное введение излучения в расчетную область осуществляется с помощью метода полного и рассеянного полей (слайд 4). Исследования Головашкина Д.Л. привели к разработке новой, абсолютной устойчивой, разностной схемы для решения СУМ и позволили модернизировать метод введения излучения в расчетную область (слайд 5).

Метод разностного решения СУМ широко применяется в задачах дифракции электромагнитных волн в широком диапазоне спектра, начиная с радиоволн (радиолокация), волн видимого диапазона (микро-оптика, фотонные кристаллы) и кончая рентгеновскими волнами (слайд 6). Из-за больших объемов памяти и времени расчета трехмерных дифракционных задач на компьютере, обычно ограничиваются отношением размера объекта к длине волны от 1 до 100.

Более подробно рассмотрим задачи, которые решались с помощью этого метода в ИСОИ РАН. Для эффективного использования пропускающих дифракционных оптических элементов (ДОЭ) для СО₂-лазера, изготовленных методом лазерной абляции на алмазных пленках миллиметровой толщины, требуется использовать методы понижения отражения энергии (слайд 7). Так как показатель преломления алмаза равен 2,4, то от передней поверхности пленки будет отражаться около 17% лазерного света. Поэтому актуальным является произвести расчет субволнового антиотражающего периодического микрорельефа. Метод разностного решения СУМ был модернизирован для рас-

чета задачи дифракции на пропускающих дифракционных решетках с произвольным профилем микрорельефа на одном периоде. Расчеты показывали, что подбором параметров рельефа решетки можно добиться существенного снижения доли отраженного лазерного излучения.

Были проведены исследования по дифракции плоской электромагнитной волны на цилиндрических микро-линзах, как рефракционных, так и дифракционных (4- и 2-ступенчатых) (слайд 8). Диаметр таких линз составлял десятки длин волн, и фокусное расстояние было сравнимо с радиусом линзы. Были получены зависимости дифракционной эффективности микро-линз и осевое смещение фокальной точки от числа уровней квантования.

При изготовлении ДОЭ по методу микро-литографии и при травлении подложки возникают технологические погрешности. Например, вместо прямоугольного профиля микрорельефа получается трапецевидный, или между двумя соседними «элементарными ячейками» травления возникает непротравленный участок (слайд 9). Локальное применение метода разностного решения СУМ (только к одному участку микрорельефа) позволило определить зависимость изменения световой энергии нулевого порядка дифракции от размеров «элементарных ячеек» травления.

Решение СУМ для трехмерной задачи дифракции требует большого объема компьютерных вычислений. Так, если рассмотреть микро-линзу диаметром 10^2 длин волн, то расчетный объем будет 10^6 кубических длин волн, а необходимое число отсчетов для решения такой задачи с приемлемой точностью составит 3×10^{10} . Для решения задачи (неявных разностных уравнений) на такой сетке отсчетов требуется разработка параллельных алгоритмов (слайд 10). Были разработаны параллельные алгоритмы реализующие решение неявных разностных уравнений по схеме встречных прогонок. По сравнению с известными параллельными алгоритмами (декомпозиция данных, циклическая редукция, метод Миренкова) разработанные алгоритмы требуют выполнения меньшего в 1,5–3 раза числа арифметических операций (слайд 11).

Во многих задачах дифракции рассматривается монохроматический свет. Решение таких задач связано с решением уравнения Гельмгольца. Если ограничить рассмотрение только периодическими объектами, например, одномерными или двумерными дифракционными решетками, трехмерными фотонными кристаллами, то решать уравнение Гельмгольца в этом случае удобно с помощью метода связанных волн (rigorous coupled wave – RCW) (слайд 12). Впервые этот метод применил к анализу объемных голограмм в 1969 году Н. Kogelnik. Для анализа дифракционных решеток метод связанных волн применили в 1981 году М. Moharam, Т. Gaylord.

Метод связанных волн (МСВ) основан на представлении электромагнитного поля в однородных областях пространства до периодического объекта и после него в виде линейной комбинации плоских волн (слайд 13). Для неперiodического ограниченного объекта вместо линейной комбинации плоских волн нужно использовать – непрерывное разложение по плоским волнам в виде Фурье-интеграла. В области объекта решаются уравнения Максвелла методом Фурье-преобразования. Для нахождения неизвестных коэффициентов в рядах Фурье с помощью граничных условий формируется система линейных алгебраических уравнений. МСВ развивается в ИСОИ РАН с 1994 года д.ф.-м.н. Л.Л. Досколовичем.

МСВ, в его двумерной реализации, позволяет относительно быстро рассчитывать трехмерные поля дифракции на элементах микро-оптики, например, рассчитывать дифракцию плоской линейно-поляризованной волны на бинарной микро-линзе, радиус которой сравним с фокусным расстоянием, и составляет несколько длин волн (слайд 14).

МСВ позволяет также решать задачи дифракции на двумерных решетках из магнитного и анизотропного материалов. Например, можно решить задачу расчета бинарных антиотражающих структур с различными типами отверстий, как для диэлектрического материала, так и для металла (слайд 15). При решении такой задачи можно найти значения параметров отверстий в слое, при которых коэффициент отражения равен нулю.

Кроме задач анализа дифракции электромагнитной волны на элементах микро-оптики МСВ используется в задачах синтеза или расчета многопорядковых дифракционных решеток или микро-ДОЭ, обладающих заданными характеристиками (слайд 16). Такая обратная задача решается, как правило, градиентным методом оптимизации. При этом критерием, подлежащим оптимизации (например, минимизации) является среднеквадратичное отклонение рассчитанных интенсивностей порядков дифракции от заданных.

Для решения задач дифракции электромагнитной волны на микрообъектах применяются не только дифференциальные методы, которые были рассмотрены до этого, но и интегральные методы. Они основаны на решении интегральных уравнений, как правило, линейных интегральных уравнений Фредгольма второго рода (слайд 17). Это методы конечных и граничных элементов в постановке Ритца или Галеркина, это метод прямого сведения интегрального уравнения к линейной системе алгебраических уравнений или использование алгоритма быстрого преобразования Фурье для итеративного решения интегрального уравнения типа свертки. Решением задач дифракции методом конечных элементов (МКЭ) под руководством д.ф.-м.н. В.В. Котляра в ИСОИ РАН, начиная с 1999 года, занимались к.ф.-м.н. Д.В. Нестеренко, к.ф.-м.н. М.А. Личманов и к.ф.-м.н. А.Г. Налимов.

МКЭ применялся при анализе дифракции плоской волны на цилиндрических дифракционных микролинзах (слайд 18). Отличительной особенностью решения дифракционных задач интегральными методом, является то, что нет необходимости в разработке специальных поглощающих условий на границе области расчета, типа граничных условий Беренгера. Кроме того, после нахождения поля дифракции внутри элемента микрооптики и в малой окрестности вокруг него, с помощью того же интегрального преобразования можно найти световое поле в любой другой точке пространства.

МКЭ был применен также для анализа дифракции электромагнитной волны на диэлектрических неоднородных микро-цилиндрах с произвольной формой сечения, например, на неоднородной микролинзе Лунеберга (слайд 19). При этом для ТМ-поляризации нагруженное интегральное уравнение Фредгольма второго рода решалось с помощью сведения к линейной системе алгебраических уравнений, размерность которой равна $N \times N$, где N – число узлов двумерной сетки отсчетов.

Для быстрого численного решения дифракционных интегральных уравнений, которые, как правило, включают свертку искомой функции поля с функцией Грина задачи (с фундаментальным решением), был разработан итеративный метод, использующий алгоритм быстрого дискретного преобразования Фурье (слайд 20). Этот метод позволяет, в отличие от других вариантов МКЭ, всего за несколько секунд (около 100 итераций) рассчитать двумерное поле дифракции на сетке отсчетов 128×128 . Этот метод применялся для расчета проекций вектора силы, действующей со стороны сходящегося непараксиального цилиндрического гауссового пучка на диэлектрический микроцилиндр, радиус поперечного сечения которого (цилиндра) сравним с длиной волны и радиусом перетяжки гауссового пучка (слайд 21). Было показано, что при определенных параметрах пучка и микро-цилиндра, возможен оптический захват, то есть имеется точка вблизи перетяжки гауссового пучка, в которой сила равна нулю.

Обычно задачу дифракции рассматривают как задачу прохождения падающей электромагнитной волны через однородный или неоднородный, ограниченный или неограниченный, периодический или непериодический, объекты. Если измениться падающее поле, то задачу дифракции нужно будет решать заново. Но можно поступить по другому. Рассчитать один раз конечное число собственных мод объекта, а далее, для любой падающей на данный объект волны, решать более простую задачу: разложение поля падающей волны по электромагнитным модам данного объекта. Так обычно поступают в задачах расчета поперечных про-

странственных мод неоднородных по сечению волноводов (слайд 22). Интерес к анализу распространения света в волноводах с неоднородным сечением возрос после 1996 года, когда были открыты фотонно-кристаллические волноводы.

В ИСОИ РАН работы по расчету электромагнитных мод волноводов ведутся с 2003 года под руководством д.ф.-м.н. В.В. Котляра аспиранткой Я.О. Шуюповой. Был разработан метод разностного решения системы векторных уравнений Гельмгольца для неоднородных по поперечному сечению волноводов. Расчет собственных мод и собственных чисел (констант распространения) волновода при этом сводится к решению линейной задачи на собственные вектора для квадратной матрицы, размерность которой равна удвоенному числу узлов сетки отсчетов (слайд 23).

Разностным методом удается посчитать с приемлемой точностью несколько первых электромагнитных мод оптических волноводов, в том числе, фотонно-кристаллических, на сетке отсчетов 100×100 (слайд 24). Недостатком данного метода является то, что для увеличения сетки отсчетов в поперечном сечении волновода ограничивается объемом оперативной памяти компьютера. Кроме того, в этом дискретном методе моды волновода всегда будут представлять собой дискретную матрицу чисел. Аналог данного метода был предложен в 2004 году R. Yang.

Также был разработан метод расчета электромагнитных мод волноводов, основанный на локальном представлении мод в виде линейной комбинации известного аналитического базиса синусоидальных мод. Метод называется – метод согласованных синусоидальных мод (слайд 25). Первая его реализация была предложена в 1993 году A. Sudbo. Задача нахождения пространственных мод оптических волноводов сводится к решению нелинейной матричной задачи на собственные вектора и собственные числа. Наша модернизация метода заключается в том, что нелинейная задача на собственные значения матрицы решается итеративно с помощью метода Крылова.

Методом согласованных синусоидальных мод были рассчитаны первые несколько пространственных мод для модели круглого ступенчатого оптического волокна (слайд 26). Если волокно – слабое, то применима скалярная версия метода согласованных синусоидальных мод. Если волновод полый (в оболочке имеются отверстия в материале волновода, расположенные в шахматном порядке) (слайд 27), то применяется полная векторная версия метода. Для дырочных волноводов было показано, что все рассчитанные первые моды локализованы внутри коры (сердечника) волновода и почти (меньше процента энергии) не проникают в область оболочки, состоящей из дырок.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА В ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИОННОЙ ОПТИКИ

**Разностное решение
дифференциальных
уравнений**

1. Субволновые
антиотражающие
покрытия
2. Микрооптика
3. Алмазная оптика
4. Распределенные
вычисления

**Модовые методы решения
интегральных и диффе-
ренциальных уравнений**

1. Дифракционные
решетки
2. 2D периодические
структуры
3. Микрооптика
4. Фотонные
кристаллы

**Метод конечных
и граничных
элементов
для решения
интегральных
уравнений**

1. Микрооптика
2. Градиентные линзы
3. Расчет поля
в дальней зоне
4. Расчет сил

Решение задач на собственные числа и вектора

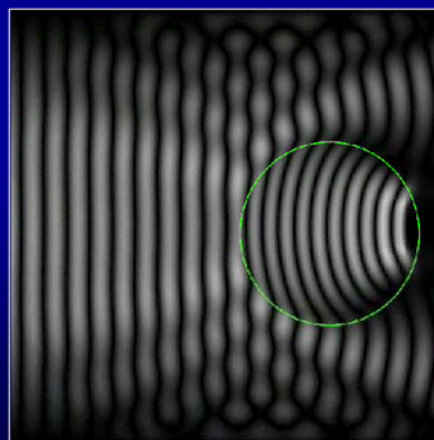
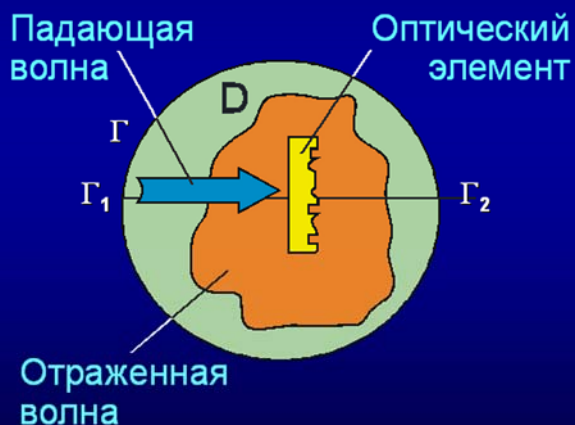
Расчет мод оптических волноводов

1

Слайд 1

РАЗНОСТНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}, \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$



2

Слайд 2

КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА (СУМ)

История вопроса

1. Предложены разностные схемы с половинным шагом для решения СУМ (S.K. Yee, 1966).
2. Развит FDTD (finite-difference time-domain) метод для решения электромагнитных задач: дифракция на цилиндре (A. Taflove, 1975).
3. Граничные условия (G. Mur, 1981; J.P. Berenger, 1994).
4. Введение излучения в расчетную область (метод полного и рассеянного полей) (R. Fisher, 1980).
5. Монографии (K.S. Kunz, 1993; A. Taflove, 1995 (2-ое – 2000, 3-е-2005)).
6. Применение к микрооптике: дифракция на сферической линзе (R.W. Ziolkowski, 1994), металлической решетке (R.W. Ziolkowski, 1995), цилиндрической линзе в волноводе (Д.Л. Головашкин, В.А. Сойфер, 1997), диэлектрической решетке (H. Ichikawa, 1998), радиально-симметричном ДОЭ (D.W. Prather, 1999), 3D ДОЭ (D.W. Prather, 2000), металлическом шаре (J.T. Krug, 2002), объемной диэлектрической решетке (E. Glytsis, 2002), а также для волноводов (S. Chu, 1989) и фотонных кристаллов.
7. Сайт www.fDTD.org

3

Слайд 3

РАЗНОСТНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА (традиционный подход)

тип разностных уравнений

явная разностная схема K.S. Yee 1966



- электрическая компонента
- ▲ магнитная компонента

Схема условно устойчива.

способ задания падающей волны

аналитическая

K.R. Umashankar and A. Taflove 1983

и численная реализация

D.W. Prather and S. Shi 1999

TF/SF методики



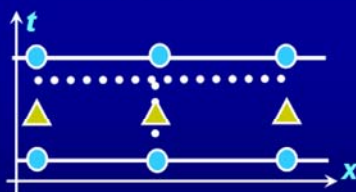
4

Слайд 4

РАЗНОСТНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА (развиваемый подход)

тип разностных уравнений

неявные разностные схемы
расщепления
и переменных направлений
Д.Л. Головашкин, В.А. Сойфер
1997-1999



Схемы абсолютно устойчивы.

способ задания падающей волны

”прозрачное” излучающее условие
Д.Л. Головашкин 2005
в рамках TFF методики



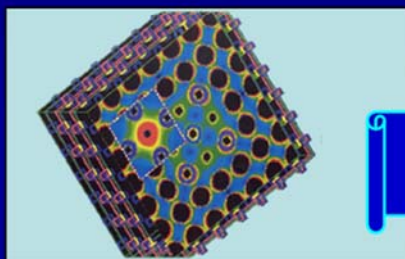
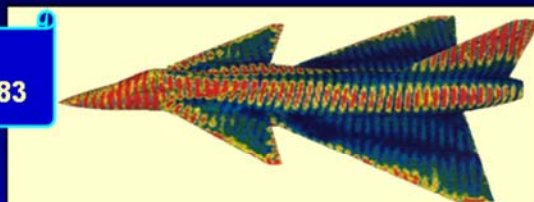
Повышена точность
(по сравнению с аналитическим TF/SF).
Снижена вычислительная сложность
(по сравнению с численным TF/SF).

5

Слайд 5

ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ

Задачи радиолокации.
K.R. Umashankar and A. Taflove, 1983



Фотонные кристаллы.
O.R. Painter и др., 1999

Исследование солитонов.
P.M. Goorjian and A. Taflove, 1992



РЕШЕНИЕ ПРЯМЫХ ЗАДАЧ ДИФРАКЦИОННОЙ ОПТИКИ
Начало работ - 1997 год, под руководством В.А. Сойфера

6

Слайд 6

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ СУБВОЛНОВОГО АНТИОТРАЖАЮЩЕГО МИКРОРЕЛЬЕФА

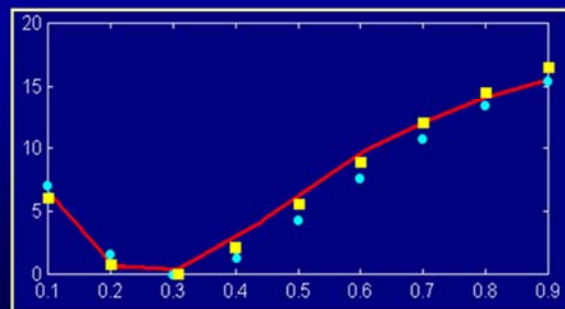
(Д.Л. Головашкин, В.С. Павельев, В.А. Сойфер, 2000)



Показатель преломления алмаза $n=2,4$
Без антиотражающего микрорельефа
от одной грани пластинки
отражается 17% энергии.

Исследование
антиотражающего эффекта
теорией эффективных сред

- - нулевого,
- - второго порядков,
- с помощью более
точного разностного
решения.



7

Слайд 7

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОХОЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ ДИФРАКЦИОННЫЕ МИКРОЛИНЗЫ

(Д.Л. Головашкин, В.А. Сойфер, 1999)

D	рефракционные	четырёхуровневые	бинарные
8λ			
16λ			

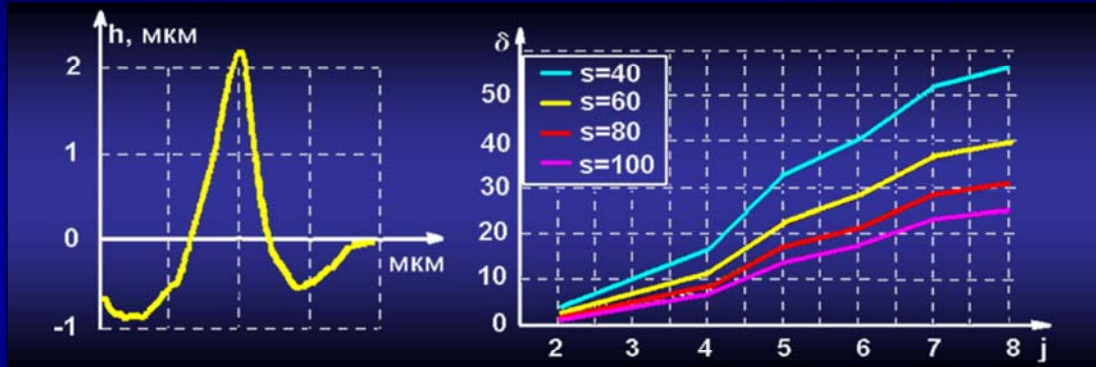
D – апертура микролинзы, $n=2$

8

Слайд 8

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ НА РАБОТУ ДОЭ

(Д.Л. Головашкин, В.С. Павельев, В.А. Сойфер, 2001)



Локальные искажения
микрорельефа ("край")
в области между двумя
элементарными участками
травления (пикселями).
 $\lambda=10,6$ мкм

Параметр δ как функция от уровней
квантования j для различных значений
размеров пикселя s (в мкм),
 $\delta=(I-I_0)/I$ – погрешность определения
нулевого порядка

9

Слайд 9

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ МЕТОДА ВСТРЕЧНЫХ ПРОГОНОВ РЕШЕНИЯ НЕЯВНЫХ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

(Д.Л. Головашкин 2005)

прямые ходы прогонки



обратные ходы прогонки

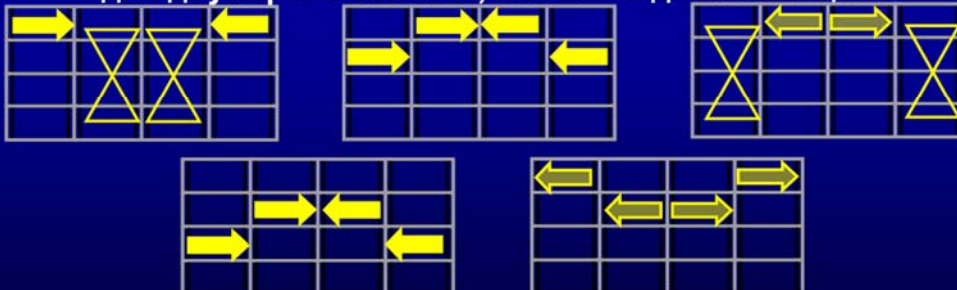


для одномерной области

обмен прогоночными коэффициентами



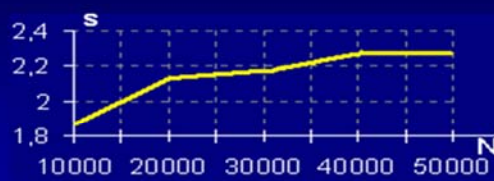
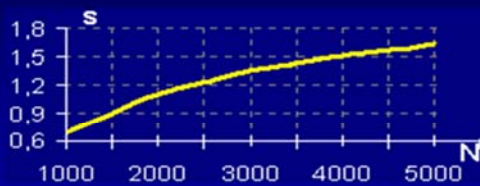
для двумерной области, линейная декомпозиция



10

Слайд 10

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ НЕЯВНЫХ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ



Сравнение со стандартными параллельными алгоритмами

алгоритм	одномерное разбиение	двумерное разбиение
декомпозиции данных	арифметических операций меньше в 2,3 раза	арифметических операций меньше в 3,6 раза
циклической редукции	арифметических операций меньше в 1,5 раза	арифметических операций меньше в 2 раза
Миренкова	простоев меньше в 2 раза	пересылается данных в 2 раза меньше

11

Слайд 11

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

История вопроса

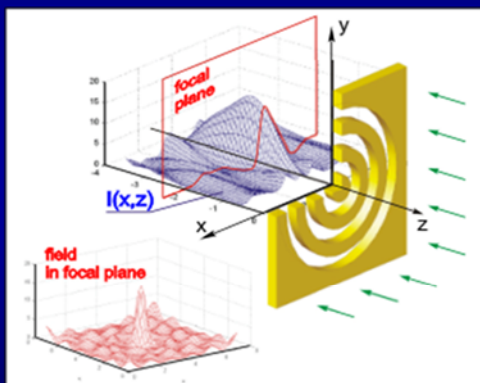
1. Метод связанных волн для объемных голограмм (Н. Kogelnik, 1969)
2. Разработан RCWA (rigorous coupled-wave analysis) метод для анализа дифракции света на 2D и 3D периодических структурах (M.G. Moharam, T.K. Gaylord, 1981, 1983).
3. Модальный метод Фурье (FMM) (K.Knop, 1978).
4. Монографии (R. Petit, 1980; E. Popov, 1997).
5. Применение метода: дифракция на цилиндрических линзах (Т.К. Gaylord, 1996), решетке с конечным числом периодов (Т.К. Gaylord, 1997), 2D решетках и антиотражающих покрытиях (M.G. Moharam, 1994, P. Lalanne, 1997, L. Li, 1997), фотонных кристаллах (E. Popov, 2000).
6. Электромагнитный расчет решеток (Досколович Л.Л., 1994) и 2D ДОО (J. Turunen, 1993, N.Y. Chang, 2001).
7. Сайт www.gsolver.com, на котором есть программа для 3D моделирования периодических структур и их модового анализа.

12

Слайд 12

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ДОЭ

Новизна подхода: расчет и моделирование бинарных линз методом связанных волн



Геометрия задачи и распределения интенсивности (в плоскости XOZ и в фокальной плоскости)

Метод моделирования – RCW (rigorous coupled wave)

1. Поле перед и за ДОЭ представляется в виде интегралов по плоским волнам с амплитудами.
2. В области ДОЭ решаются уравнения Максвелла методом Фурье-преобразования.
3. Амплитуды компонент дифрагированного поля определяются из условия сшивки полей на границе ДОЭ.

$$\text{rot} \mathbf{H}(\mathbf{x}) = -ik_0 \varepsilon(\mathbf{x}) \mathbf{E}(\mathbf{x}),$$

$$\text{rot} \mathbf{E}(\mathbf{x}) = ik_0 \mu(\mathbf{x}) \mathbf{H}(\mathbf{x})$$

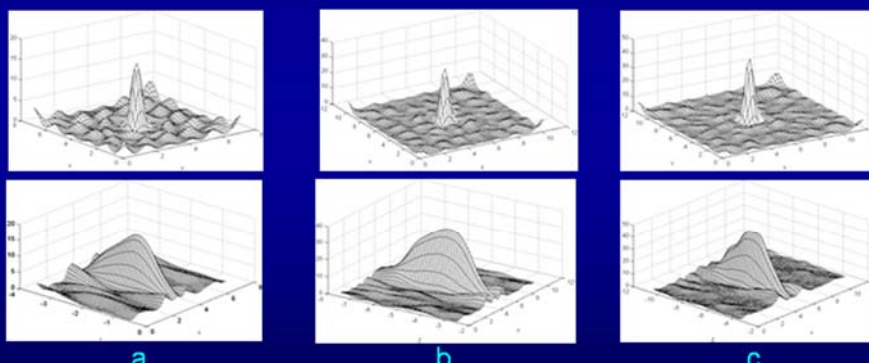
13

Слайд 13

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДОЭ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ТЕОРИИ

Расчет и моделирование бинарных линз (фокусное расстояние, радиус зоны и высота рельефа):

$$f = N\lambda_s, \quad \lambda_s = \lambda_0 / n_s, \quad r_m = \sqrt{\frac{m^2}{4} + mN}, \quad m = 1, \dots, 2M, \quad h = \lambda_s / 2(n_s - 1)$$



Распределения интенсивности, созданные бинарными линзами в фокальной плоскости (первая строка) и в плоскости XOZ (вторая строка).

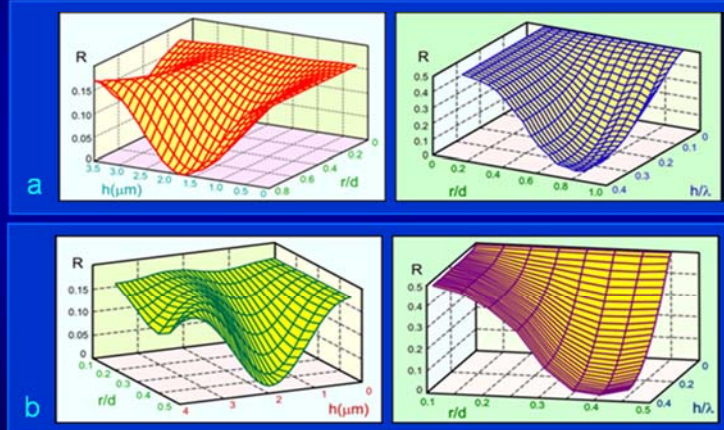
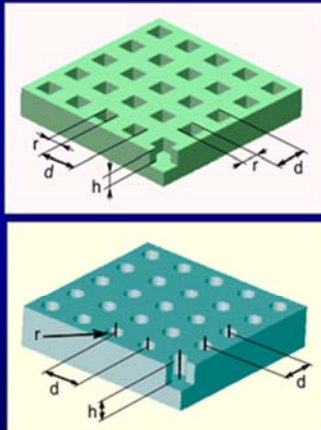
Радиусы и фокальные расстояния линз: (a) $R > f$, $R = 3,54\lambda$, $f = 2\lambda$; (b) $R = f = 5\lambda$; (c) $R < f$, $R = 5,6\lambda$, $f = 7\lambda$, $\lambda = 0,55\text{ мкм}$, $n = 1,5$.

14

Слайд 14

РАСЧЕТ БИНАРНЫХ И МНОГОУРОВНЕНЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК И ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛОВ

Новизна: метод связанных волн позволяет решать задачи дифракции на двумерных решетках из магнитного и анизотропного материалов



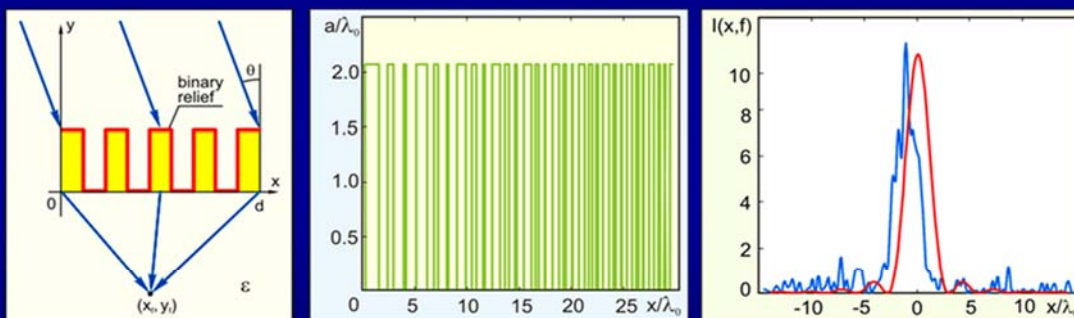
Расчет субволновых бинарных антиотражающих структур: коэффициент отражения R как функция параметров рельефа h и r для субволновой решетки из селенида цинка (ZnSe): $d=0.85\lambda$, $\lambda=10.6\text{мкм}$, $\epsilon=5.76$ (a) и для вольфрамовой решетки: $d=0.85\lambda$, $\lambda=0.55\text{мкм}$, $\epsilon=4.8+19.11i$ (b)

15

Слайд 15

СИНТЕЗ ДОЭ И МНОГОПОРЯДКОВЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК В РАМКАХ СТРОГОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ТЕОРИИ (одномерная обратная задача)

Новизна: впервые применены градиентные методы оптимизации для решения обратных электромагнитных задач синтеза ДОЭ



1. Бинарная линза с субволновым микрорельефом с фокусным расстоянием $(x_f, y_f) = (0, -130\lambda)$ at $d=30\lambda$, $\theta=10^\circ$, $\epsilon=2.25$;
2. Распределения интенсивности в фокальной плоскости, создаваемые бинарной линзой и идеальной сходящейся сферической волной.

16

Слайд 16

МЕТОД КОНЕЧНЫХ И ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ОПТИКЕ

История вопроса

1. Метод конечных элементов (МКЭ) в оптике применялся для решения задач рассеяния (дальняя зона)
2. Монографии - М.А. Morgan, 1990, J. Jin, 2002.
3. Для решения задач дифракции в ближней зоне МКЭ и метод граничных элементов (МГЭ) стал применяться позже: анализ дифракции в волноводах (К. Hayata, 1990), на решетках (D. Maystre, 1993), на цилиндрической линзе (Т.К. Gaylord, 1998), на ДОО (МКЭ- N. Gallagher, 1994, D.W. Prather, 1996, МГЭ – Т.К. Gaylord, 2001, В. Gu, 2001).
4. Наш вклад в МКЭ: метод Галеркина для МКЭ+МГЭ (Нестеренко Д.В., 2000), градиентные и многослойные элементы 2D микрооптики (интегральные уравнения решались в «лоб» с помощью СЛАУ, Личманов М.А., 2002), итеративный метод решения интегрального уравнения (Налимов А.Г., 2004).
5. В настоящее время для полного решения 3D задачи дифракции используют метод FDTD для расчета поля внутри элемента размером меньше, чем $10\lambda \times 10\lambda \times 10\lambda$ с дискретностью $\lambda/30$ за несколько часов, а поле вне элемента в любой заданной области рассчитывается с помощью интеграла Стреттона-Чу методом МКЭ (Torok P., 2006).



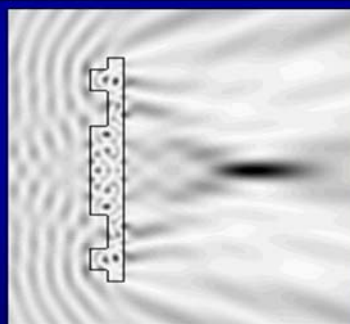
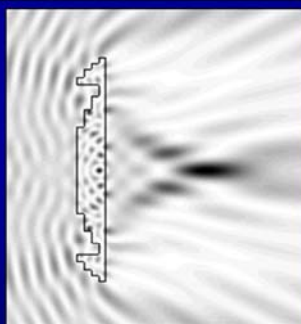
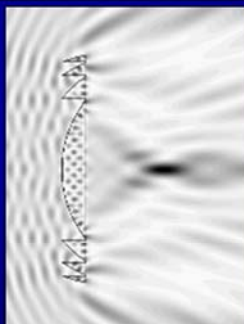
17

Слайд 17

МЕТОДЫ КОНЕЧНЫХ И ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РАСЧЕТА МИКРООПТИКИ

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{1}{p} \nabla [u_{\Omega}^{sc}(x, y) + u_{\Omega}^{inc}(x, y)] \nabla \gamma - q k^2 [u_{\Omega}^{sc}(x, y) + u_{\Omega}^{inc}(x, y)] \gamma \right) d\Omega -$$

$$- \int_{\Gamma} \frac{\gamma}{p} \frac{d[u_{\Omega}^{sc}(x, y) + u_{\Omega}^{inc}(x, y)]}{dn} = 0 \quad \text{Метод Галеркина}$$



Дифракция плоской ТЕ-поляризованной волны на полутонковой, 4-х градационной и бинарной цилиндрических микро-линзах. Диаметр линзы – 8 мкм, фокусное расстояние – 5 мкм, длина волны света – 1 мкм.



18

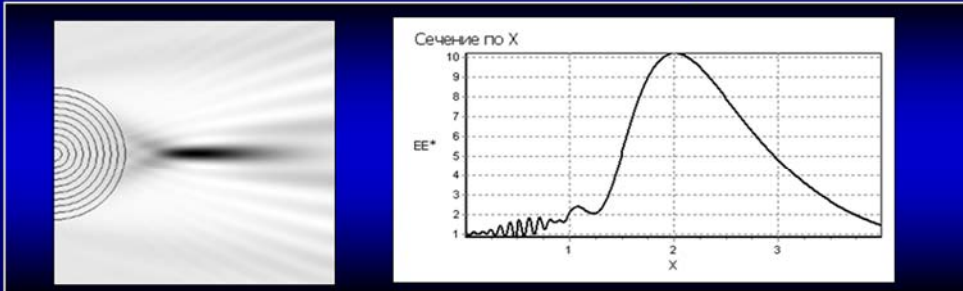
Слайд 18

МЕТОДЫ КОНЕЧНЫХ И ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РАСЧЕТА ГРАДИЕНТНОЙ МИКРООПТИКИ

$$\iint_{\Omega_1} (k_1^2 - k_2^2) \frac{H_z^{in} G_2}{e_1} dx dy + H_{0z} + \iint_{\Omega_1} H_z^{in} \nabla \left(\frac{1}{e_1} \right) \nabla G_2 dx dy +$$

$$+ \oint_S \left(\frac{e_1 - e_2}{e_1 e_2} \right) H_z^{in} \frac{\partial G_2}{\partial n_1} dl = \begin{cases} \frac{H_z^{in}}{e_1}, & (x, y) \in \Omega_1 \\ \frac{H_z^{ext}}{e_2}, & (x, y) \in \Omega_2 \end{cases}$$

МКЭ+СЛАУ
ТМ-поляризация



Дифракция плоской ТЕ-волны
на линзе Лунберга, длина волны – 0,2 мкм,
радиус линзы – 1 мкм, фокус – 2 мкм.

$$n^2(r) = \frac{1 + r_1^2 - r^2}{r_1^2}$$

19

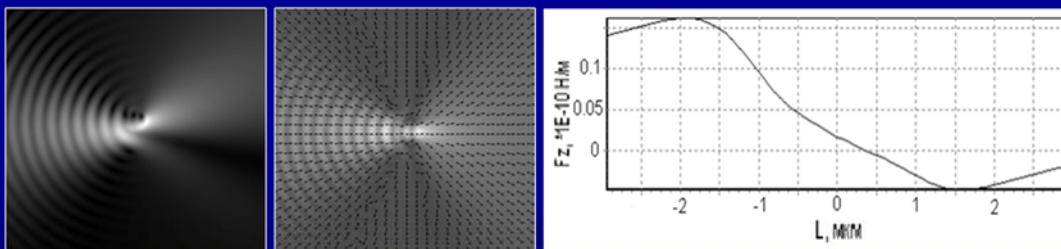
Слайд 19

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ЗАХВАТА МИКРООБЪЕКТОВ И РАСЧЕТ СИЛЫ ДАВЛЕНИЯ СВЕТА

$$\phi_{n+1}(\mathbf{y}, z) = \gamma \phi_0(\mathbf{y}, z) + (1 - \gamma) \phi_n(\mathbf{y}, z) -$$

$$- \gamma \beta \iint_V \phi_n(\xi, \eta) H_0^{(2)} \left(k_2 \sqrt{(\mathbf{y} - \xi)^2 + (z - \eta)^2} \right) d\xi d\eta$$

Итеративный расчет
поля



Дифракция непараксиального цилиндрического гауссова пучка на диэлектрическом микроцилиндре, расположенном вблизи перетяжки (а), поле направлений потока энергии (б) и зависимость силы действия света на микроцилиндр от величины его смещения вдоль оси (в). Диаметр цилиндра – 1 мкм, радиус перетяжки – 0.5 мкм, показатель преломления цилиндра – 1.3 мкм, длина волны 1 мкм.

20

Слайд 20

ДИФРАКЦИЯ ГАУССОВОГО ПУЧКА НА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ЦИЛИНДРЕ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ СЕЧЕНИЕМ



$$F_z = \frac{1}{8\pi} \oint_{S_1} \left\{ \frac{1}{2} \left[|H_z|^2 - \varepsilon_2 |E_x|^2 - |H_y|^2 \right] dS_z + \right. \\ \left. + \operatorname{Re}(H_z H_y^*) dS_y \right\}$$

Картина дифракции рассчитана с помощью быстрого итеративного решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода, описывающего дифракцию электромагнитной волны на диэлектрических цилиндрических объектах.

Модуль проекции вектора Умова-Пойнтинга на оптическую ось.
Большой и малый радиусы эллиптического сечения: 2 мкм и 1 мкм,
радиус перетяжки – 0,5 мкм, длина волны – 1 мкм, показатель преломления – 1,3.



21

Слайд 21

РАСЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МОД ОПТИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНЫХ ПО СЕЧЕНИЮ ВОЛНОВОДОВ

История вопроса

1. Микроструктурированные или фотонные или полые волокна (J.C. Knight, P.S. Russel, 1996).
2. Методы расчета мод волноводов: метод эффективного показателя среды (J.C. Knight, 1997); метод плоских волн (A. Ferrando, 1999); метод мультипольного разложения (Maystre D., 2002); метод конечных элементов (D-U. Li, 2000); метод граничных элементов (D. Yervik, 2003); метод согласованных синусоидальных мод (Шуюпова Я., 2004); метод конечных разностей (G. Zhou, 2004); метод разложения по модам Гаусса-Эрмита (Monro T.M., 1999).
3. На сайте (<http://ab-initio.mit.edu/mpbl/>) есть программа **MIT Photonics-Bends** для расчета мод 3D периодических структур с помощью решения задачи на собственные значения для системы уравнений Максвелла (S.G. Johnson, 2001).



22

Слайд 22

РАСЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МОД ОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ

Разностный метод решения системы уравнений Гельмгольца

$$\begin{aligned}\nabla^2 \bar{E} + \nabla(\nabla \ln n^2 \cdot \bar{E}) + k_0^2 \varepsilon \bar{E} &= 0 \\ \nabla^2 \bar{H} - (\nabla \times \bar{H}) \times \nabla \ln n^2 + n^2 k_0^2 \bar{H} &= 0\end{aligned}$$

Задача расчета мод сводится к решению линейной задачи на собственные значения и числа матрицы

$$\begin{bmatrix} P_{xx} & P_{xy} \\ P_{yx} & P_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = k_z^2 \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}$$

Размерность матрицы – $2N \times 2N$, где N – число узлов сетки отсчетов

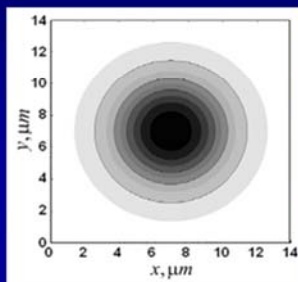
Yang R., Xue W., Huang T, Zhou G (2004)

23

Слайд 23

РАСЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МОД ОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ

Разностный метод решения системы уравнений Гельмгольца



Графики распределения компоненты E_y моды EH_{11} для слабонаправляющего волокна

$$r_{\infty} = 3 \mu m \quad n_{\infty} = 1,47 \quad n_d = 1,463$$

$$\lambda_0 = 1,3 \mu m \quad V = 2,078 < 2,405$$

$$n_x \times n_y = 52 \times 52$$

$$k_z, \mu m^{-1} = 7,0855$$

(аналитический расчет - 7.0859)

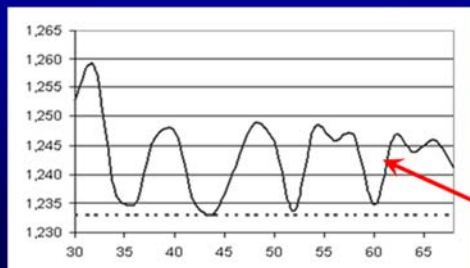


График зависимости значения эффективного индекса направляемой моды от числа узлов сетки по одной оси

24

Слайд 24

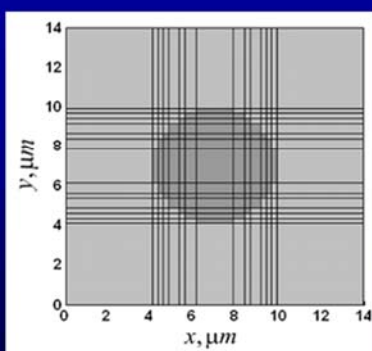
РАСЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МОД ОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ

Метод согласованных синусоидальных мод

$$\xi^{(m)}(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k^{(m)}(x) \phi_k^{(m)}(y)$$

$$\phi(y) = \phi_s^{(n,j)} \cos[k_y^{(n)}(y - y^{(n)})] + \frac{\phi_a^{(n,j)}}{k_y^{(n)}} \sin[k_y^{(n)}(y - y^{(n)})]$$

$$\Lambda(k_z)U = 0 \quad (1)$$



Расчет сводится к решению нелинейной задачи на собственные числа и вектора матрицы, размерность которой равна $MN \times MN$, где M – число строк и столбцов разбиения сечения волновода, N – число локальных мод в каждом прямоугольнике

Новизна:

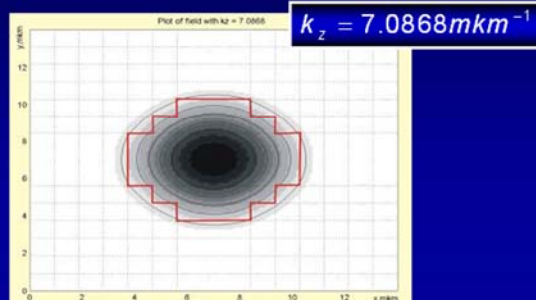
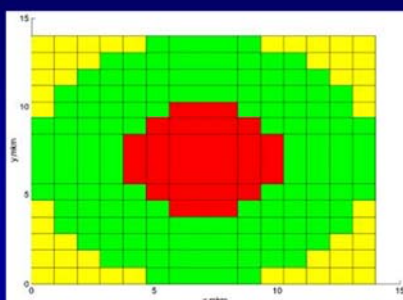
- 1) решение задачи (1) итеративным методом Крылова
- 2) Применен для анализа мод фотонных волноводов

Sudbo A.S., 1993

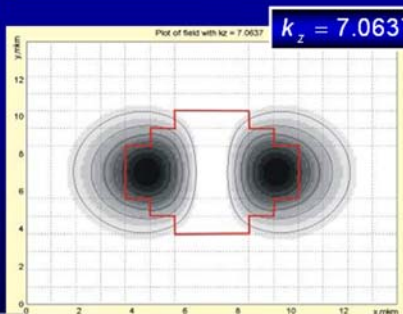
25

Слайд 25

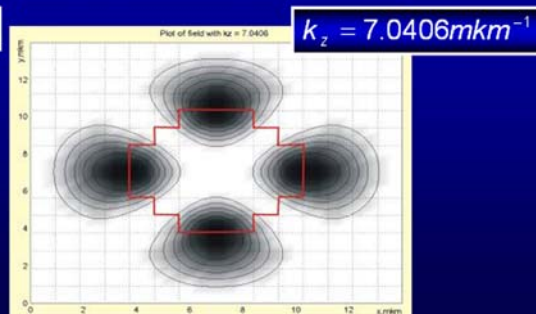
РАСЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МОД ОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ МЕТОДОМ СИНУСОИДАЛЬНЫХ МОД



$$k_z = 7.0868 \text{ mkm}^{-1}$$



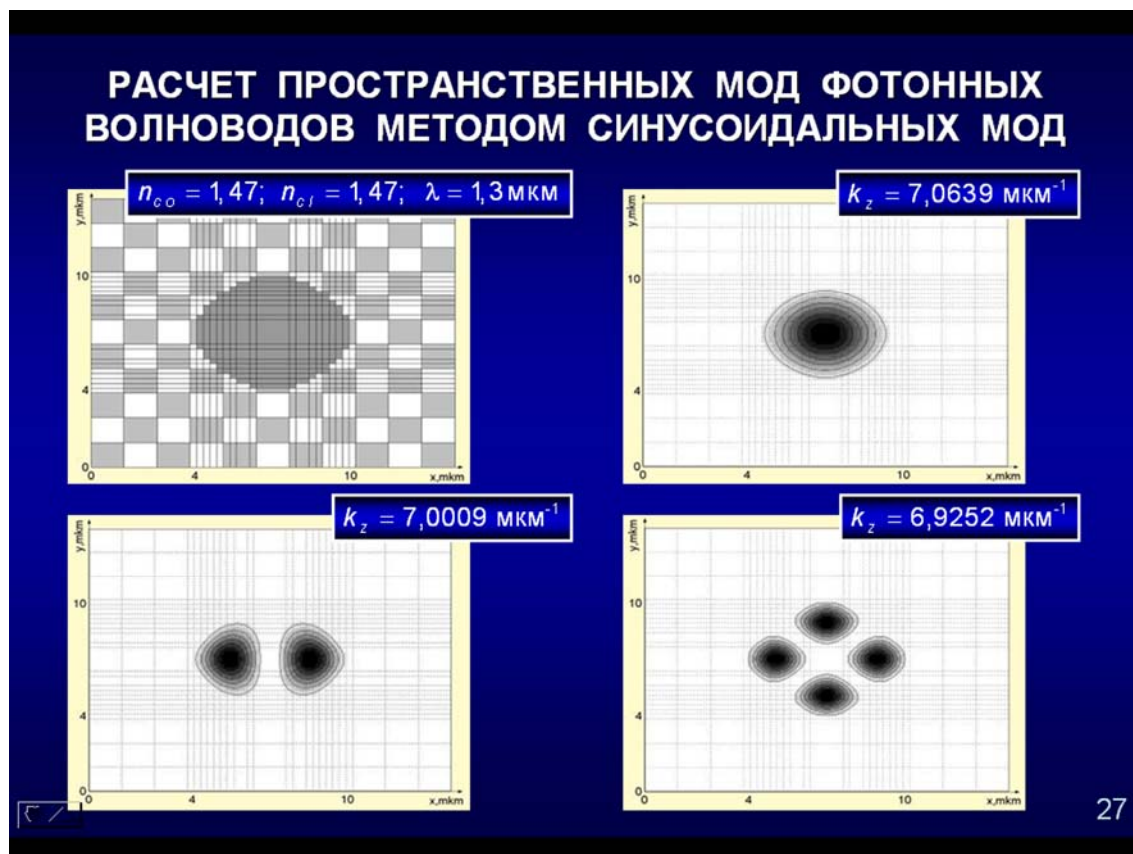
$$k_z = 7.0637 \text{ mkm}^{-1}$$



$$k_z = 7.0406 \text{ mkm}^{-1}$$

26

Слайд 26



Слайд 27

Numerical solution of Maxwell's equations in the diffractive optics problem

V.V. Kotlyar^{1,2}

¹*Image Processing Systems Institute of the RAS,*

²*Samara State Aerospace University (SSAU)*

Abstract:

The article addresses the methods of numerical modeling of diffraction optics tasks, including the methods of difference solution of systems of Maxwell equations for the tasks of diffraction of electromagnetic radiation on micro-optics elements, the methods of finite and boundary elements, the mode methods for solving the tasks of light diffraction on periodic structures like diffraction gratings and photonic crystals, and the methods for calculating the eigenmodes of optical waveguides with inhomogeneous transverse structure (photonic waveguides).

Keywords: Maxwell's Equation, Diffractive Optic, numerical modeling, micro-optic, mode method, diffraction grating, photonic crystal, photonic waveguides

Citation: Kotlyar VV. Numerical Solution of Maxwell's Equations in the Diffractive Optics Problem. *Computer Optics* 2006; 29: 24-40.