# ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО ТЕПЛОВИЗИОННЫМ ИЗОБРАЖЕНИЯМ

Попов С.А., Доцин И.И., Емельянов Г.М. Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого

#### Аннотация

Для повышения точности дистанционного косвенного метода измерения температуры используется многооткликовая регрессионная модель зависимости амплитуд пикселей тепловизионного изображения от температуры. Полученная модель позволяет рассчитать общую оценку температуры и её дисперсию по всем пикселям и с учётом корреляционных связей ошибок наблюдений амплитуд.

<u>Ключевые слова</u>: дистанционное измерение температуры, тепловизионное изображение, многооткликовая модель, ковариационная матрица ошибок наблюдений, оценка температуры.

#### Введение

Для измерения температуры дистанционным методом используется микроболометрический модуль S5IR, который регистрирует тепловизионные изображения. В этом модуле используется матрица фотодетекторов типа UL03-162. Расчёт температуры базируется на теории теплового излучения абсолютно чёрного тела (АЧТ) [1]. На этапе градуировки матрицы фотодетекторов составляется градуировочная таблица, связывающая температуру и амплитуды пикселей. На этапе измерения по заданным амплитудам пикселей по градуировочной таблице отыскивается соответствующая эффективная температура АЧТ. Недостатком такого метода является использование интерполяции градуировочной таблицы, что вносит определённые погрешности измерения температуры. Повысить точность оценивания температуры с помощью тепловизора и получить статистические характеристики этих оценок в этом случае можно путём использования многооткликовой модели зависимости амплитуды пикселей от температуры. Возможность использования методов регрессионного анализа в задачах обработки изображений показана в работе [2].

## 1. Построение многооткликовых моделей для изображений

Тепловизионное изображение является прямоугольной матрицей амплитуд пикселей  $U(i_1, i_2)$ , где  $i_1 = \overline{1, m_1}$  – номер строки изображения,  $i_2 = \overline{1, m_2}$  – номер столбца изображения. Для целей моделирования каждого пикселя это изображение представляется вектором пикселей, в котором номер пикселя выражается в виде  $i = i_2 + m_2(i_1 - 1)$ , а  $m = m_1m_2$  – количество пикселей в изображении [3].

Модель зависимости амплитуды пикселей всего изображения от эффективной температуры *t* представляется в виде некоторой функции, известной с точностью до коэффициентов **B**:

$$\mathbf{U} = \mathbf{F}(\mathbf{B}, t) + \mathbf{E} \quad , \tag{1}$$

где  $\mathbf{U} = \{u_1, u_2, ..., u_m\}^{\mathrm{T}}$  – вектор амплитуд для каждого пикселя при заданной температуре *t*,

$$\mathbf{B} = \{b_1, b_2, ..., b_k\}^{\mathrm{T}}$$
 – вектор коэффициентов модели,

$$\mathbf{F}(\mathbf{B},t) = \left\{ \mathbf{f}_{1}(\mathbf{B},t), \mathbf{f}_{2}(\mathbf{B},t), \dots, \mathbf{f}_{m}(\mathbf{B},t) \right\}^{\mathrm{T}} - \text{вектор}$$

функций зависимости амплитуды от эффективной температуры для каждого пикселя,

 $\mathbf{E} = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}^{\mathrm{T}}$  – вектор ошибок наблюдений амплитулы.

Вектор оценок коэффициентов в общем виде рассчитывается с помощью следующей итерационной процедуры [4]:

$$\mathbf{B}^{s+1} = \mathbf{B}^{s} + \mathbf{V}_{\mathbf{B}}^{-1} \sum_{j=1}^{n} \mathbf{P} \left( \mathbf{B}^{s}, t_{j} \right) \mathbf{V}_{\mathbf{E}}^{-1} \left[ \mathbf{U}_{j} - \mathbf{F} \left( \mathbf{B}^{s}, t_{j} \right) \right] , (2)$$

где n – количество наблюдений температуры,  $V_{\rm E}$  – ковариационная матрица ошибок наблюдений,  $P(\mathbf{B},t)$  – матрица производных по коэффициентам.

Таким образом, входными данными для метода построения модели измерения эффективной температуры служат значения задаваемых температур  $t_j$ ,  $j = \overline{1, n}$ и соответствующий вектор измеренных для каждого пикселя амплитуд  $\mathbf{U}_j = \{u_{1j}, u_{2j}, ..., u_{mj}\}^{\mathrm{T}}$ , полученный для каждой температуры.

Матрица  $\mathbf{P}(\mathbf{B},t)$  определяется как

$$\mathbf{P}(\mathbf{B},t) = \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{B},t)}{\partial \mathbf{B}} = \left\{ \frac{\partial f_1(\mathbf{B},t)}{\partial \mathbf{B}}, \frac{\partial f_2(\mathbf{B},t)}{\partial \mathbf{B}}, \cdots, \frac{\partial f_m(\mathbf{B},t)}{\partial \mathbf{B}} \right\}.$$

В качестве оценки ковариационной матрицы  $V_E$  использовалась матрица  $S_E$ , которая рассчитывается по формуле [3]:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{E}} = \frac{1}{a-1} \sum_{i=1}^{a} \left( \mathbf{U}_{i} - \overline{\mathbf{U}} \right) \left( \mathbf{U}_{i} - \overline{\mathbf{U}} \right)^{\mathrm{T}}, \qquad (3)$$

где *а* – количество точек наблюдения амплитуды, для которых температура практически не изменяется.

Ковариационная матрица оценок коэффициентов рассчитывается по формуле

$$\mathbf{V}_{\mathbf{B}} = \left[\sum_{j=1}^{n} \mathbf{P}\left(\mathbf{B}^{s}, t_{j}\right) \mathbf{V}_{\mathbf{E}}^{-1} \mathbf{P}\left(\mathbf{B}^{s}, t_{j}\right)^{\mathrm{T}}\right]^{-1}, \qquad (4)$$

где  $\hat{\mathbf{B}}$  – вектор оценок коэффициентов, полученных по формуле (2).

# 2. Анализ ковариационной матрицы ошибок наблюдений и проверка адекватности модели 2.1. Методика анализа ковариационной матрицы

Исследование ковариационной матрицы ошибок наблюдений  $\mathbf{S}_{\mathbf{E}}$  состоит в оценивании элементов этой матрицы и в проверке гипотезы о некоррелированности некоторых ошибок наблюдений. Проверяется гипотеза о значимости элементов этой матрицы  $s_{\mathbf{E}ij}$  ( $i,j = \overline{1,m}; i \neq j$ ) [4]. Для этого вычисляется коэффициент корреляции в виде

$$r_{ij} = \frac{S_{\mathrm{E}ij}}{\sqrt{S_{\mathrm{E}ii}S_{\mathrm{E}jj}}} \,. \tag{5}$$

Если наблюдения некоррелированы, то величина

 $\lambda = r_{ij} \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{ij}^2}}$  имеет *t*-распределение, нечувстви-

тельное при n>10 к числу степеней свободы. Незначимые элементы матрицы  $S_E$  принимались равными нулю.

### 2.2. Проверка на нулевое среднее

Для проверки гипотезы о равенстве нулю математического ожидания остатков использовалась  $T^2$  статистика Хотеллинга [5] в виде

$$T^{2} = \frac{1}{nm-k} \sum_{j=1}^{n} \mathbf{R}_{j}^{\mathrm{T}} \mathbf{S}_{\mathbf{E}}^{-1} \mathbf{R}_{j} , \qquad (6)$$

где  $\mathbf{R} = \mathbf{U} - \mathbf{F}(\mathbf{B}, t)$  – вектор остатков модели, а матрица  $\mathbf{S}_{\mathbf{F}}$  рассчитывалась по формуле (3).

Если остатки имеют нулевое математическое ожидание, то статистика (6) приблизительно имеет распределение Фишера со степенями свободы  $f_1 = n - k / m$  и  $f_2 = a - 1$ .

Тогда при выполнении неравенства

$$T^2 < F_{f_1, f_2, 1-\alpha},$$

где  $F_{f_1,f_2,1-\alpha}$  – квантиль распределения Фишера со степенями свободы  $f_1$  и  $f_2$  на уровне значимости  $\alpha$ , гипотеза о равенстве нулю математического ожидания остатков принимается с доверительной вероятностью  $1-\alpha$ .

### 3. Расчёт оценки температуры по вектору амплитуд

В качестве метода расчёта температуры использовался метод Ньютона [4], который основан на линеаризации целевой функции  $\phi(\mathbf{B}, u, t) = u - f(\mathbf{B}, t)$  в окрестности точки  $t^*$  в виде:

$$\phi(\mathbf{B}, u, t) + \frac{\partial \phi(\mathbf{B}, u, t^*)}{\partial t} (t - t^*) = 0, \qquad (7)$$

где  $\frac{\partial \phi(\mathbf{B}, u, t)}{\partial t}$  – производная функции  $\phi(\mathbf{B}, u, t)$  по температуре.

Тогда итерационная процедура расчёта оценки температуры принимает следующий вид:

$$t^{s+1} = t^{s} - \phi \left( \mathbf{B}, u, t^{s} \right) \left[ \frac{\partial \phi \left( \mathbf{B}, u, t^{s} \right)}{\partial t} \right]^{-1}.$$
 (8)

Выражение (8) было обобщено на случай вектора оценок температуры следующим образом:

$$\mathbf{T}^{s+1} = \mathbf{T}^{s} - \left[\frac{\partial \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}^{s}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{T}}\right]^{-1} \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}^{s}, \mathbf{U}), \qquad (9)$$

где  $\mathbf{T} = \{t_1, t_2, ..., t_m\}^{\mathrm{T}}$  – вектор оценок температуры по каждому пикселю.

Векторная функция  $\Phi(B,T,U)$  включает формулы зависимости амплитуды от температуры для каждого пикселя и имеет следующий вид:

$$\Phi(\mathbf{B},\mathbf{T},\mathbf{U}) = \left\{ \phi_1(\mathbf{B},u,t), \phi_2(\mathbf{B},u,t), \dots, \phi_m(\mathbf{B},u,t) \right\}^T$$

Ковариационная матрица  $\mathbf{V}_{\mathbf{T}}$  оценок температур по всем пикселям равна

$$\mathbf{V}_{\mathrm{T}} = \mathbf{A}\mathbf{V}_{\mathrm{B}}\mathbf{A}^{\mathrm{T}} + \mathbf{G}\mathbf{S}_{\mathrm{E}}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}, \qquad (10)$$

где 
$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2$$
,  $\mathbf{G} = \mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_2$ ,  
 $\mathbf{A}_1 = \left[\frac{\partial \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{B}}\right]^T \left[\frac{\partial \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{T}}\right]^{-1}$ ,  
 $\mathbf{A}_2 = \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})^T \left[\frac{\partial \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{T}}\right]^{-2} \frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{T} \partial \mathbf{B}}$ ,  
 $\mathbf{G}_1 = \left[\frac{\partial \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{U}}\right]^T \left[\frac{\partial \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{T}}\right]^{-1}$ ,  
 $\mathbf{G}_2 = \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})^T \left[\frac{\partial \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{T}}\right]^{-2} \frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{B}, \mathbf{T}, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{T} \partial \mathbf{U}}$ .

Общая оценка температуры  $\hat{t}$  минимизирует квадратичную форму  $(\mathbf{J}t - \hat{\mathbf{T}})^{\mathrm{T}} \mathbf{V}_{\mathrm{T}}^{-1} (\mathbf{J}t - \hat{\mathbf{T}})$ , где  $\mathbf{J}$  – вектор размерности m, элементы которого равны единице,  $\hat{\mathbf{T}}$  – вектор частных оценок температуры по каждому пикселю, которые рассчитываются по формуле (9). Приравнивая производную от этого выражения по t нулю, получим оценку температуры  $\hat{t}$  в виде:

$$\hat{t} = \left(\mathbf{J}^{\mathrm{T}}\mathbf{V}_{\mathrm{T}}^{-1}\mathbf{J}\right)^{-1}\mathbf{J}^{\mathrm{T}}\mathbf{V}_{\mathrm{T}}^{-1}\hat{\mathbf{T}} \quad .$$
(11)

Дисперсия  $s_t^2$  оценки  $\hat{t}$  (11) равна

$$s_t^2 = \left(\mathbf{J}^{\mathrm{T}} \mathbf{V}_{\mathrm{T}}^{-1} \mathbf{J}\right)^{-1}, \qquad (12)$$

что меньше наименьшей из дисперсий частных оценок.

При независимых оценках  $\hat{\mathbf{T}}$ , т. е. когда ковариационная матрица  $\mathbf{V}_{\mathrm{T}}$  является диагональной матрицей, выражение (11) приводит к известной формуле для неравноточных наблюдений.

#### 4. Анализ результатов эксперимента

Экспериментальные данные получают путём регистрации излучения от АЧТ в диапазоне температур, максимально приближенных к рабочему (0 – 150 °C). Последовательно проводились n=26 наблюдений с различными значениями установленной температуры АЧТ  $t_i$ , в процессе которых регистрировались и сохранялись тепловизионные изображения АЧТ. Каждое изображение представляется матрицей амплитуд пикселей, общее количество пикселей равно  $384 \times 288 = 110592$  пикселей.

Точки для расчёта ковариационной матрицы  $S_E$  (3) значения a < n выбирались при низких температурах, где зависимость  $f_i(\mathbf{B},t)$  ( $i = \overline{1,m}$ ) на начальном участке хорошо описывается линейной функцией (рис. 1). Таким образом, матрица  $S_E$  рассчитывалась как ковариационная матрица остатков линейной по t модели, построенной по участку низкотемпературных данных (0-20)°С. Структура этой матрицы имеет следующий вид: дисперсии ошибок наблюдений откликов пикселей равны 78-86 (в относительных единицах), а коэффициенты корреляции (5) равны 0,95-0,98.

В [1] показано, что зависимость амплитуды *и* пикселя, формируемого ИК камерой, от температуры АЧТ описывается формулой:

$$u = \frac{b_1}{\exp(\frac{b_2}{t} + 273) - 1},$$
(13)

где *t* – температура чёрного тела (°С),  $\mathbf{B} = \{b_1, b_2\}^T$  – вектор коэффициентов, зависящих от используемого объектива, его относительного отверстия и фильтров камеры. Кроме этой модели, исследовались полиномиальные модели: линейная, квадратичная, полиномы третьей и четвёртой степени. Расчёты оценок коэффициентов модели (1) выполнялись по формуле (2).

Для каждой модели рассчитывалась величина путём решения уравнения

$$T^2 = F_{f_1, f_2, P},\tag{14}$$

где  $F_{f_1,f_2,P}$  – квантиль распределения Фишера для вероятности *P*.

Для модели АЧТ (13) получены расчётные значения  $T^2$ =11,16 (6), что для числа степеней свободы  $f_1$ =22 и  $f_2$ =5 соответствует P=0,993 (14); такая модель принимается неадекватной на уровне значимости более 0,007.

Для модели в виде полинома четвёртой степени значение статистики (6)  $T^2=2,37$ , что соответствует P=0,828; это недостаточно для признания этой статистики значимой на уровне значимости менее 0,172. Следовательно, дисперсии  $S_E$  (3) и  $V_R$  (7) считаются одинаковыми и гипотеза о равенстве нулю математического ожидания остатков принимается, т. е. модель следует признать адекватной. Типичное положение экспериментальных точек для одного пикселя и построенные модели показаны на рис. 1.





В результате использования формул (11,12) от-

носительная погрешность расчёта температуры  $\frac{s_t}{\hat{t}}$  составила около 0,015%.

Высокие значения ковариаций в матрице S<sub>E</sub> при-

водят к существенному повышению дисперсии оценки  $\hat{t}$  по сравнению с диагональной матрицей. Для диагональной матрицы  $S_E$  относительная погрешность составляет 0,005%.

Для сравнения были проведены расчёты оценки температуры с использованием кусочно-линейной интерполяции для каждого отдельного пикселя с последующим усреднением частных оценок. Относительная погрешность расчёта температуры в этом случае составила приблизительно 0,045%.

#### Выводы

Использование многооткликовых регрессионных моделей для описания зависимости амплитуды пикселей тепловизионного изображения от температуры позволяет учесть корреляционные связи ошибок наблюдений откликов пикселей, что повышает объективность и точность метода расчёта температуры.

#### Литература

- 1. **Госсорг, Ж.** Инфракрасная термография. Основы, техника, применение/ Ж. Госсорг. – М.: Мир, 1988.– 416 с.
- Сергеев, В.В. Сравнительный анализ методов аппроксимации функций в задачах обработки изображений/ Сергеев В.В., Копенков В.Н., Чернов А.В. // Компьютерная оптика – 2004. №26. – С. 119-122. – ISSN 0134-2452.
- Попов, С.А. Статистический метод калибровки цифровых фотокамер для улучшения цветовоспроизведения // Автометрия. – 2003. – Т 39, №2. – С. 92-99.– ISSN 0320-7102.
- Мейндоналд, Дж. Вычислительные алгоритмы в прикладной статистике / Дж. Мейндоналд. – М.: Финансы и статистика, 1988. – 350 с.
- Rencher, Alvin C. Methods of Multivariate Analysis. A John Wiley & Sons, Inc. Publication. Brigham Young University, 2002. – 708 p.

#### References

1. Gaussorgues, Gilbert. La Thermographie Infrarouge.Principes-Technologie-Applications. Technique et Documentation. Lavoisier, Paris, 1984.–481 p.

- Sergeev V.V., Kopenkov V.N., Chernov A.V. Comparative analysis of function approximation methods in problems of image processing // Computer optics 2004. No.26. – P.119-122. – ISSN 0134-2452 – (in Russian)
- Popov, S.A. Statistical method of calibration of digital photocameras for improvement of color reproduction // Autometria – 2003. V. 39, No 2.– P. 92-99.– ISSN 0320-7102 – (in Russian)
- Maindonald, J. Computational Algorithms in Applied Statistics. – Moscow: Finansy i Statistika Publisher, 1988. – 352 p. – (in Russian)
- Rencher, Alvin C. Methods of Multivariate Analysis / A John Wiley & Sons, Inc. Publication. Brigham Young University, 2002.– 708 p.

# ACCURACY INCREASE OF TEMPERATURE MEASUREMENT ON THERMAL IMAGES

S.A. Popov, I.I. Docin, G.M. Emelyanov Yaroslav-the-Wise Novgorod State University

## Abstract

Multiresponse regression model is used for dependence of thermal image pixel amplitudes from temperature to increase accuracy of remote indirect method of temperature measurement. Obtained model allows to calculate integral estimation of temperature and its dispersion on all pixels taking into account correlation relationships of amplitude observation errors.

<u>Key words:</u> remote temperature measurement, thermal image, multiresponse model, covariance matrix of observation errors, temperature estimate.

**Попов Станислав Алексеевич**, зав. кафедрой начертательной геометрии и компьютерной графики Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого, д.т.н., профессор. Основные научные интересы – построение многооткликовых регрессионных моделей процессов и систем, векторная и обратная оптимизация и разработка методов классификации изделий и технологических процессов.

**Stanislav Alekseevich Popov**, holder of chair of descriptive geometry and computer graphics at Yaroslav-the-Wise Novgorod State University, doctor of engineering sciences, professor. The main scientific interests are construction of multiresponse regression models of objects and processes, development of vector and reverse optimization procedures and methods of classification of products and technological processes.

Доцин Илья Игоревич, аспирант Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого.

Ilya Igorevich Docin, postgraduate student of Yaroslav-the-Wise Novgorod State University.



Емельянов Геннадий Мартинович, доктор технических наук, профессор. В настоящее время – профессор кафедры информационных технологий и систем Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого. Научные интересы включают построение проблемно-ориентированных вычислительных систем обработки и анализа изображений.



**Gennady Martinovich Yemelyanov**, doctor of engineering sciences, professor. At present is a professor of the department of information technology and systems of Yaroslav-the-Wise Novgorod State University. Scientific interests include construction of problem-oriented computer systems of image processing and analysis.

Поступила в редакцию 6 ноября 2012 г.

Дизайн: Я.Е. Тахтаров. Оформление и верстка: М.А. Вахе, С.В. Смагин и Я.Е. Тахтаров.

Подписано в печать 15.03.2013 г. Усл. печ. л. 16,40. Отпечатано в типографии ООО «Предприятие «Новая техника». Заказ № 11/1. Тираж 322 экз. Печать офсетная. Формат 62х84 1/8.